ORONTII FINAEI DELPHINATIS, REGII MATHEMATICARVM LVTETIAE PROFESSORIS,

Quadratura Circuli, tandem inuenta & clariſſimè demonſtrata.

De circuli menſura, & ratione circũferentiæ ad diametrum, Demonſtrationes duæ.

De multangularũ omniũ & regulariũ figurarũ deſcriptione, Liber hactenus deſideratus.

De inuenienda longitudinis locorum differẽtia, aliter quàm per Lunares eclipſes, etiam dato quouis tempore, Liber admodùm ſingularis.

Planiſphærium geographicum, quo tum longitudinis atq; latitudinis differẽtiæ, tum directæ locorum deprehenduntur elongationes.

LVTETIAE PARISIORVM,
Apud Simonem Colinæum.
1544.
Cum priuilegio Regis.

Vireſcit uulnere uirtus.

SVMMA PRIVILEGII, à Rege per Authorem impetrati.

REgia cautum est sanctione, ne quispiam hoc opus, & alia Orontij Finæi Mathematicarum professoris opera, in ipso priuilegij diplomate sigillatim enarrata, intra decẽnium à prima singulorum operum æditione supputandum, absque manifesto opificis consensu, imprimat: aut alibi impressa, sub Regis ditione venditet & distrahat. Idque sub graui multa, in eodẽ priuilegij diplomate luculẽter expressa.

Concessum fuit priuilegium, & maiori sigillo Regio munitum, Lutetiæ Parisiorũ, Anno Christi 1543, Mense Febru. Ipsum autem priuilegium subscribebat Guiotus.

(∴)

Christianissimo Gallorũ Regi, FRANCISCO, EIVS NOMInis primo, Orontius Finæus Delphinas, S. D.

DIVINA PROVIDENTIA *factum esse puto,* FRANCISCE *Rex Christianissime, vt quæ præclara sunt & difficilia, quantò magis ab ipsis desiderantur & perquiruntur hominibus: tantò tardiùs à paucis plurimùm inueniantur, & in sua differantur tempora, illísque destinentur inuentoribus, quos solus* Deus *ad hæc nouit esse delectos. Cùm ob multa, tum vt igneus & planè cælestis ille diuini splendoris vigor, mentibus nostris insitus, magis atque magis elucescat: & ad perscrutanda latentium rerum arcana acriori nos vrgeat stimulo, in illorúmque assidua contemplatione & indagatione fixam oblectet intelligẽtiam. Quod si tam in diuinis & naturalibus, quàm mechanicis & ciuilibus rebus, locum habere compertum est: in ijs artibus, quæ solæ* Mathematicæ, *hoc est, disciplinæ nũcupari meruerũt, vsu maximè venire (opinor) negabit nemo. Quanquam enim ipsæ* Mathematicæ, *medium inter intellectilia sensiliáque locum obtinentes, cæteris artibus tum fide & ordine, tum certitudine ac integritate (præter summam quæ illis inest vtilitatem) longè præstare videntur: rariores nihilominus semper habuere professores, & insigniora theoremata, maiori cum difficultate, longioríque temporis successu adinuenta atque demonstrata. Quemadmodum in ea disciplina, quæ* Geometria *vocitatur, de* Circuli *licet intueri quadratura. Quæ tametsi ab omnibus philosophis sciẽtia cõtineri fuerit existimata, & tãto tempore à tam doctis perquisita viris: hactenus tamen videtur fuisse desiderata, facta interim non modica rerum* Mathematicarum *accessione: multa enim scitu dignissima, quæ prius erant absconsa, prodiere nota. Cùm igitur præfatam* Circuli *quadraturam, extra artem non esse intelligerem, & illius inuentionẽ ad me non sine diuino numine iure quodam deuolui: qui & patre philosopho ac Mathematico insigni* Francisco Finæo *sum natus, & ad has disciplinas natura factus (quas* *à mutis, quod aiũt, magiſtris acceptas, octo & viginti annos* Lutetiæ *publicè docendo, interpretando, ſcriptis & nouis inuẽtionibus exornãdo illuſtraui) pretium operæ facturum me putaui, ſi nodũ hunc diſſoluerẽ, &* Galliam *tuam ſub tuo fœlici nomine, hoc rariſſimo munere donarem. Quod (ni me fallit ipſa veritas, &* Mathematicarum *inexpugnabilis certitudo) à diuina tandẽ impetraui clemẽtia. Ipſam nanque* Circuli *quadraturã, via hactenus à nemine tentata, & methodo inaudita, clariſſimè demonſtraui, atque non vni tantũmodò* Circulo *æquale quadratũ, ſed tribus* Circulis *tria ſimul æqualia quadrata, vel è diuerſo, figurare docui: totúmque inuentionis ac demõſtrationis artificiũ, quinque problematibus, & vnica, eáque ſimpliciſſima, concluſi figuræ contextura.* Ex *ipſo autem primo problemate, à* Græcis *olim tot modis inueſtigata, ſed nõdũ planè demõſtrata* Cubi *duplicatio, euidẽtiſſimè colligetur.* Huic *porrò* Circuli *tetragoniſmo, duas adiunxi demonſtrationes: alteram de ipſius* Circuli *dimenſione, alteram verò de ratione circunferentiæ ad diametrum: quæ tot fœlicia ingenia, vt* Circulo *æquale darent quadratum, hactenus defatigarunt. Subſequitur deinde abſolutum, & à nemine anteà tentatum opus, de multãgularum omnium & regularium figurarum deſcriptione: quo bona pars ipſius* Geometriæ, *quæ priùs latebat, & ſupramodum vtilis videbatur, in poſterum fiet manifeſta.* Acceſſit *tandem liber admodùm eximius, de inuenienda lóngitudinis locorũ differentia, aliter quàm per* Lunares *eclipſes, etiam dato quouis tempore: vnà cũ* Planiſphærio *geographico, recẽns itidem excogitato. Quem librũ anno ſuperiore, gallicè conſcriptum, vnà cum* Delphinatus, Prouinciæ, *Sabaudiæ, &* Pedemontanæ *regionis* Corographia, *tuæ obtuli maieſtati.* Hæc *igitur inſignia totiéſque deſiderata* Mathematum *opera tria, ſub tuo fœlici nomine & auſpicio, in publicum tandẽ prodire ſum paſſus: Quæ tibi* Mathematicarum, *ac reliquarum bonarũ artium raro* Mecœnati, *térque maximò* Principi *(nempe* Regũ Chriſtianiſſimo, *potẽtiſſimo, ac omni virtutũ genere animíque dexteritate prædito) candidè deuoueo, & protegenda cõmitto.* An *verò palmã hanc præter multorũ ſpem, reportaturus ſim: cuiuis æquo lectori, & in* Mathematicis *non infœliciter verſato, cenſendum relinquo.* Cuperem *tamen de multis, hîc te vnicum habere iudicem: ſi per humanitatem tuam, & publicas occupationes, quibus hoc importuno tempore (in quo* Mars *ſuis comitatus* Furijs, *longè latéque fremit) valde diſtringeris, me ipſum interpretem audire graue nõ eſſet: qui & de rebus omnibus rectè iudicare, & illas æqui boníque conſulere abundè noſti.* Reliquum *eſt, clementiſſime* Rex, *vt tui* Orontij *ſic tandem meminiſſe pergas: vt eum in inſtaurandis, & (te auſpice) docẽdis* Mathematicis, *annos meliores conſumpſiſſe non pœniteat.* Vale.

Lutetiæ Pariſiorum, Menſe Iulio, 1544.

AD CHRISTIANISSIMVM GALLORVM REGEM *Franciſcum, De Orontio Finæo inſigni Mathematico, Antonius Mizaldus, Monſlucianus.*

MVſarum Franciſce parens, Rex maxime, cuius
  Auſpicijs docti ſtántque, cadúntque viri.
Nαὶ tua maieſtas magnis decorata trophæis,
  Nouit ἀλήθειαν tempus habere patrem.
Nouit prudenter quòd tempus operta recludit:
  Ædit & in lucem quæ latuere priùs.
Nouit ad hæc, homines non omneis omnia poſſe:
  Et poſita in raris munera rara locis.
Euclidem hinc celebrat Megara, Aegyptus Ptolemæum:
  Tollit Ariſtotelem hinc Stragira clara ſuum.
Hinc tua Finæum doctiſſima Gallia iactat:
  Quem mare, quem Cælum, quem tibi terra canit.
Hic etenim reperit, quod ſcibile dixerat olim,
  Sed nondum ſcitum magnus Ariſtoteles.
Huic nunquam potuit quadrari circulus vnus.
  O ter magnum hominem, tres ſimul ecce quadrat.
Rurſum quadratis æquales tramite eodem
  Demonſtrat ternos (res celebranda) κύκλους.
Nec ſatis hoc, omnis generis πολυγώνια pingit
  In circo: nùm ſummi hoc opus artificis?
Tantùm de eclipſi diſtantia nota locorum
  Priſcis: huic alio panditur ingenio.
Victa gemis, ſuperata doles, nec cornua tollis,
  Vt quondam, raris Græcia nota Sophis.
Das Gallis inuita manus, ac porrigis herbam:
  Quid facias? ſunt hæc fata ferenda tibi.
Ferte Mathematici violas, & balſama, nardos
  Spargite: materies digna fauore venit.
Ecce ſeges vobis multo ſudore parata,
  Quam quondam veſtri tam cupiere patres.
Gallia donec erit, donec victricia Mundus
  Lilia odorabit, lilia ſuſpiciet,
Rex Franciſce, tibi tanto pro munere grates
  Soluet: nam res eſt congrua, cauſa iubet.
Per te reſpirant, floréntque Mathemata, per te
  Totius mundi Machina vaſta patet.
Per te Finæus Pylijs digniſſimus annis,
  Perficit inuentis optima quæque ſuis.
Te duce Gallorum nomen ſuper æthera tollit:
  Te celebrat, cuius fama perennis erit.
Regia, crede mihi, res eſt ſuccurrere doctis:
  Quas illi dederis, ſemper habebis opes.

Ariſtoteles in Categ. cap. πρός τι, lib. 2. prio. ca. 25. Ethic. 1. cap. 8. Phyſic. 1. cap. 2.

Ad amplissimum Lotharingiæ Cardinalem, studiosa Mathematicarum iuuentus.

NVnc Mathemata qui colunt amántque,
Quorum lumina puluis eruditus
Moratur, ratióque metiendi,
Gratias & agunt habéntque miras
Pro tuis in Orontium, sacrámque
Mathesin meritis Pater, senatus
Splendor pontificalis, atque Gallo
Regi proximus, intimúsque Achates.
Ex te pendet Orontius secundum
Cæli numina, Gallicúmque Regem.
Ille quicquid habet, tibi fatetur
Se debere, tuo dari fauore
Hæc stipendia, quæ sibi meretur.
Ergo respicies virum, ferendam
(Vt soles) ad opem. noui libelli,
Quos vulgat, deus! & laboriosi,
Et quales vetus expetebat ætas,
Suis ingenijs tamen negatos,
Sat suadent tibi Cardinalis ample,
Propugnator & huic patronus vt sis
Aduersus rabiem calumniantum.
Hoc debes quoque munus eruditis.

Λοδοβίκου Δεφρενέως Βιλλανοβανοῦ περὶ τοῦ λαμπροτάτου τε, καὶ σοφωτάτου ἀνδρὸς Ὀροντίου βασιλέως τῶν μαθημάτων διδασκάλου.

ΟΥ δεῖ θαυμάζειν εἰ θεῖος Ὀρόντιος αὐτοὺς
Νικᾷ ἀστρολόγους, ἠδὲ μαθηματικούς.
Οὐρανόθεν μὲν γὰρ παρέπεμψεν Φοῖβος Ἀπόλλων
Αὐτὸν, κ' εὐπλόκαμος Καλλιόπη ἔτεκεν.
Πάντεσσι ζαθέαι ἔφιλον τοῖς στήθεσι Μοῦσαι,
Καὶ ἔτρεφον σφετέροις ἤματα πάντα δόμοις.
Τῶν ἄστρων διδαχὰς ἀτρεκεῖς, καὶ παντὸς Ὀλύμπου
Μουσάων μήτηρ ὤπορεν Οὐρανίη.
Τέρπου τῷ ἀνδρὶ εὐδαίμων ὦ Γαλλία τόσσῳ,
Οἴσει γὰρ λαμπρὸν τοὔνομ' ἐπ' ἄστρα σέο.
Χαίρετε ὦ Κέλτοι πολὺ, ὑμᾶς γὰρ μακαρίζει,
Θεσπεσίους ῥέζει, ἡμιθέους τ' ἀνέρας.

Ludouicus Fienensis Villanonauus, De Orontiana Circuli quadratura.

Quod nunquam potuere Sophi molimine toto,
Diuinúsque Plato, & magnus Aristoteles:
Hoc præstat mira diuinus Orontius arte,
Nam solus circlos arte quadrare potest.
Quare omnes veteres vincet, quicunque fuere:
Et meritò princeps ille Mathesis erit.

In laudem Orontij Finæi, Delphinatis, Mathematici Regij, Ludouici Fontanier Epigramma.

TE tua verba probant diuino munere plenum
Quadrator cycli, nec tua scripta negant.
Illud at imprimis, matura quod edidit ætas,
Numinis instar habens, quo tria summa facis.
Tripliciter trinum sola quod imagine condit,
Quo toties vnum sub tribus obijcitur.
Est etenim trinum spectes si fortè supremum
Numen, in ambobus res tribus vna subest.
Materiam spectas, trinus quadratur in vno
Circulus, haúdque potest vnus abesse tribus.
Additur eximiè huic arti dimensio cycli
Cum sectore suo, certior Archimedis.
Te facit & mirum intentata repertio, Cyclo
Appingis quicquid linea recta feret.
Omnibus his addis, nullus quod præstitit ante:
Haúdque vno præstas tramite, sed duplici.
Scilicet vt citra defectum luminis almæ
Phœbes demonstres, quid loca diffideant.
Rursus opus trinum videas, si lumine mentis
Artificem lustres, qui tribus vnus inest.
Ternio quartus adest, tutorem si inspicis illum
Franciscum regem, qui hæc tria solus habet.
Quadrator cycli, tu fęlix auspice tanto,
Verbis & scriptis, & Lare dexterior.

Idem Ludouicus, ad inuidum.

LIuide, Finæi nomen cur rodis Oronti,
Cùm nil tale queas edere, quale parit?
Te satis expugnant, necnon tua tela retundunt,
Grammata, quæ Regis munere digna facit.
Rodere more tuo, genuino dente Mathesin
Finæi poteris, reddere tale nihil.

Francifcus Bouffetus, Diuionenfis, de Orontio Finæo Delphinate, omnium Mathematicorum huius ætatis facilè principe, Contra Zoilos.

Finæus fuperos mente petit Deos,
Totus fermè animo perfimilis fuo:
Axem ad fydereum quà fit iter bene
Nouit doctus Orontius.
O Finæe, quater, multò etiam amplius
Fœlix: non tibi mors præpediet ferox,
Aut fi quicquam aliud morte ferocius,
Rectas ad fuperos vias.
Nofti quà fit iter, quáque homines Polos
Acceffere pij. quòd fator omnium
Demonftrare bonis omnibus, vt tibi,
Dignatur famulis fuis.
Nofti inquàm, melius fed reliquis tamen
Cunctis Aftronomis, atque profundiùs:
Fretus mirificis in rationibus,
Dignus munere laureæ.
Ecquid iam fupereft inuide, nunc nifi vt
Ceruici triplicem funiculum pares?
Cùm tam profpicuum nomen Orontij
Clarum fit fuper aëra?
Aut quî liuide fit te haud rapiat tremor,
Aut honor quatiat? fpiritus & calor
Sefe intrò rapiant, cordis ad intima,
Conculcéntque animam tuam?
Non tutum eft hominem quemlibet, ac minus
Conturbare Deos: quófve volunt ij
Charos effe fibi. difce periculis
Maiorum, inuide, viuere.
Ne tu fulminibus fortè Gigantium
Inftar difpereas, trufus ad inferos:
Et cogaris ibi grande aliquod manu
Saxum voluere Sifyphi.
Néve heu Caucafea rupe fub afpera
Vincto immane iecur vultur edat tibi:
Incuféfque Iouem more Promethei,
Nec detur requies tibi.
Cùm fit cælitibus nofter Orontius
Dilectúfque Ioui, propter amabilem
Splendorem ingenij: difce hominem bonis
Mecum extollere laudibus.

In inuidum, Michaëlis Lochiani Epigramma.

Mæonidem fimul ac rifit, fpectante corona,
Zoilus, vt liuor non nifi fumma petit:
Nec mora præcipitem celfa de rupe dederunt,
Vt caperet factis præmia digna fuis.
Supplicio grauiore quidem tu dignus haberis,
Communi ftudio qui malus inuideas.
Quod vocat in lucem tenebris Finæus ab imis,
Ingenij mira dexteritate iuuans.
Diuite quem Mufa fœlix natura beauit,
Cui linguæ veneres delitiáfque dedit.
Qui doctos inter tantum caput extulit omnes,
Sol quantum ftellis clariùs ipfe micat.
Quódque Latina fuo debent vexilla Camillo,
Hoc fe Finæo noftra Mathefis ait.
Atqui (fat fcio) te virtus aliena remordet
Florida, quam nequeas liuidus ipfe fequi.
Cógeris inuitus fannas, & ponere nafum,
Hoc opus & lætis plaufibus excipere.
Nil aliud latres, aliò te ferre neceffe eft.
Hic nihil eft quod agant fpicula, cede, tua.

INDEX PROBLEMATVM, & propositionũ, atq; corollariorum, succedentibus libris siue operibus Orontianis contentorum.

Libri de Circuli quadratura, Problemata.

1. *Datis duorum quadratorum lateribus, quorum alterum circa, alterum vero intra circulum describitur: binas medias lineas rectas sub eadem ratione cõtinuè proportionales inuenire.* Facie 3.

2. *Dato circulo, æquale quadratum: aliisque duobus circulis, duo simul æqualia quadrata alterum alteri describere. Datóve quadrato, circulum æqualẽ: aliisq; duobus quadratis, duos æquales circulos alterum alteri simul delineare.* Fa. 11.

3. *Prædictorũ quadratorum atq; circulorum inuicem accidentes proportiones, in vniuersum colligere: Triáque interiora & minora quadrata, tribus ipsis circulis, qui in tribus primis & maioribus quadratis describuntur, ordinatim fore proportionalia, demonstrare.* Fa. 14.

4. *De rationum compositione, pauca subnotare: Atq; circulum tertium & minimum, ad secundum quadratum eandem habere rationem, quam rectangulum triangulum ipsius maximi quadrati dimidium, ad ipsum primum & maximum circulum, consequenter ostendere.* Fa. 16.

5. *Quòd tria interiora & minora quadrata, ipsis tribus circulis qui in tribus primis & minoribus quadratis describuntur, singulatim & ordine coæquentur: tandem efficere manifestum.* Fa. 20.

Corollarium.

Dato igitur quouis rectilineo, circulus æqualis vel facile describetur: Et proinde circulus etiam designabitur, sub dato quouis partium ac mensurarum numero comprehensus. Fa. 23.

Secundæ partis eiusdem libri, De area circuli, & ratione circunferentiæ ad diametrum, Propositiones.

1. *Quòd circulus sit æqualis triangulo rectangulo, cuius alterum laterum quæ ad rectum sunt angulum semidiametro, reliquum verò circunferentiæ eiusdem circuli est æquale, demonstrare.* Fa. 26.

Corollarium 1.

Quod igitur sub circuli diametro & dimidia circunferentia continetur rectangulum: æquum est ipsi circulo. Fa. 31.

Corollarium 2.

¶ *Area consequenter cuiuslibet regularis poligoni, æquatur rectangulo, quod sub perpendiculari ex centro in latus vnum demissa poligoni, & dimidio consurgit ambitu.* Fa. 32.

¶ *Reliqua propositio.*

2. ¶ *Circunferentiam circuli, ad eius diametrum rationem habere tripla sesquiseptima minorem: maiorem autem tripla sesquioctaua.* Fa. 33.

Corollarium 1.

¶ *Non habet igitur circunferentia circuli, ad diametrũ rationem tripla superdecupartiente septuagesimas primas (vt asserit* Archimedes*) maiorem.* Fa. 38.

Corollarium 2.

¶ *Ratio tripla sesquiseptima, magis accedit ad veram rationem circunferentiæ ad diametrum: quàm tripla sesquioctaua.* Fa. 38.

Corollarium 3.

¶ *Præcisior est adhuc ratio tripla superbipartiēs quindecimas (vt* 3 *&* $\frac{2}{15}$ *ad* 1) *ipsa ratione tripla sesquiseptima.* Fa. 39.

Corollarium 4.

Area itaque circuli ad circunscriptum quadratum, rationem ferè habet, quam 11 *ad* 14: *ad inscriptum autem quadratum, quam* 11 *ad* 7, Fa. 40.

Libri de absoluta multangularum omnium & regularium figurarum descriptione, Problemata.

1. Datam *quamuis lineam rectam præfinitam, in quotcunque partes inuicem æquales diuidere, illiúsque partem quotam, à dato quouis numero denominatam inuenire.* Fa. 42.

2. ¶ *Dato triangulo isoscele, cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliqui: cætera isoscelia triangula constituere, quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorum eam rationem obseruet ad reliquum, quam datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus, quæ per ipsum describitur isosceles, simul reddere notum.* Fa. 44.

3. ¶ *Angulo rectilineo dato, alterius anguli rectilinei multiplici: ipsum angulũ datum in tot æquales angulos discindere, quotuplex is fuerit reliqui.* Fa. 52.

4. ¶ *In dato circulo poligonum æquilaterum & æquiangulum à dato quouis numero denominatum, consequenter describere.* Fa. 53.

Corollarium 1.

¶ *Circunferentia itaque dati cuiuscunque circuli, in quotcunque partes inuicem æquales vel facilè diuidetur: quod hactenus fuerat desideratum.* Fa. 58

Corollarium 2.

¶ *Angulus præterea rectus, in quotlibet partes inuicem æquales consequenter diuisibilis erit.* Fa. 59.

Corollarium 3.

¶ *Ratio insuper anguli cuiuslibet poligoni æquilateri & æquianguli, ad ipsum angulum rectum, fit pendenter manifesta.* Fa 60.

Corollarium 4.

¶ *Anguli rursum cuiuslibet æquilateri & æquianguli poligoni, à primo vel impariter pari numero denominati: ad illius isoscelis angulum, cum quo ipsum describitur poligonum, ratio tandem dignoscetur.* Fa. 62.

¶ *Reliqua problemata.*

5. ¶ *Super data linea recta terminata, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum describere.* Facie. 64.

6. ¶ *Circa datum circulum, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum delineare.* Fa. 65.

7. ¶ *In dato quouis poligono æquilatero & æquiangulo, circulum versa vice describere.* Fa. 68.

8. ¶ *Circa datum quoduis poligonum æquilaterũ & æquiangulum, circulum tandem figurare.* Fa. 70.

Libri de inuenienda longitudine locorum, aliter quàm per Lunæ defectus, Problemata.

1. ¶ *De longitudine atque latitudine locorum, & earum comparatione cum longitudine atque latitudine syderum, ac vtriusque differentia, officio, & vtilitate: generalia quædam in primis elucidare præambula.* Fa. 75.

2. ¶ *Quòd radicalis quispiam locus eligendus sit, ad quem cæterorum locorum differentiæ longitudinales referantur: quæ insuper ad ipsius longitudinalis differentiæ requirantur inuentionem, consequenter edocere.* Fa. 77.

3. ¶ *Quota diei cuiuslibet naturalis hora atque ipsius horæ minuto,* Luna *ad electum & radicalem perducatur* Meridianum *calculare: túncque verum ipsius* Lunæ *locum in* Zodiaco *simul deprehendere.* Fa. 79.

4. ¶ *Quota rursum oblati cuiuslibet diei naturalis hora,* Luna *ad alterius cuiuscunque loci, quàm radicalis, peruẽtura sit* Meridianum: *& quam* Zodiaci *partem ipsius applicationis tempore* Luna *occupauerit, vnà cum ipsius* Lunæ *latitudine, consequenter obseruare.* Fac. 83.

5. ¶ *Qualiter ex proximis duobus problematibus, longitudinalis dati cuiuscunque loci differentia, ad ipsius radicalis loci relata* Meridianum, *subinferenda ac colligenda sit: tandem aperire.* Fa. 87.

INDICIS RESIDVVM.

Secundæ partis eiuſdem libri, vbi de Geographico agitur Planiſphærio, Problemata.

1. *Planiſphærij geographici, ex vulgati* Aſtrolabij *ſeu* Planiſphærij *aſtronomici contextura, ſummatim elicere compoſitionem.* Fa. 93.
2. *Angulum poſitionis, quē facit arcus viatorius binis locis interceptus (quorum alter eſt radicalis) cū ipſius loci radicalis* Meridiano, *in primis obſeruare.* Fa. 97.
3. *Dato poſitionis angulo, & arcu viatorio inter datum quemuis locū & radicalem (ad cuius latitudinem ipſum fabricatum eſt inſtrumentum) comprehēſo: longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentiam, ex eodem inſtrumento promptiſſimè colligere.* Fa. 100.
4. *Cognita longitudine atq; latitudine tā radicalis, q̄ alterius cuiuſcunq; loci: arcum viatorium eiſdē locis interceptū, vnà cum poſitionis angulo, ſub eodem arcu viatorio &* Meridiano *loci radicalis cōprehēſo, verſa vice reddere notū.* Fa. 103.
5. *Planiſphæriū ipſum geographicū, in ampliorē magíſq; vniuerſalē redigere cōtexturam: idémque pluribus radicalium locorum coaptare latitudinibus.* Fa. 104.

Indicis finis.

AD DIONYSIAM CANDIDAM, *Lutetianam, Orontij Finæi vxorem, de eodem Orontio, Hub. Suſſannæus.*

O Cui Pieriæ genialem Candida, lectum
  Strauerunt, vitæ ſignáne fauſta notas?
Es docto coniuncta viro, pulchráque beata
  Prole: tibi formæ cedit honore Venus.
Optatis Fortuna tuis reſpondet. ad aſtra
  Aurato curru te bona fama vehit.
Commoda multa quidem: tamen eſt è pluribus vnum,
  Quod verum iungit perpetuúmque decus,
Contigerit tibi quòd tali nupſiſſe marito:
  Cui cedunt quot ſunt, quótque fuere ſophi.
Nemo Mathematicas exactiùs addocet arteis,
  Expolit, inuentis amplificátque nouis.
In quadrum redigi monſtrat fęliciter orbes,
  Tentatum multis hactenus illud opus.
Tentarunt multi, nullus perfecit: ad iſtam
  Fata reſeruabant talia dona diem.
Monſtrat ad hæc, loca quid diſtent, vt ſcribier vno
  Circum multiplex angulus orbe queat.
Præmia virtutum tecum communicat æquè:
  Hæredes nati laudis & huius erunt.
Olli certatim Muſæ famulantur ouantes:
  Quarum ſe ſtudijs præbet Apollo ducem.
Ergò præſtanti Diuorum munere gaude,
  Fęlix tam raro Candida, nupta viro.

Orontij Finei Delphinatis Regii MATHEMATICARVM Lutetiæ profeſſoris: Circuli quadratura, tandem adinuenta & demonſtrata, in qua tribus circulis, tria quadrata ſimul deſcribuntur æqualia.

Præfatio.

1 QVOTIES ARISTOTELES SVB ſcientiam atq; cognitionem aliquid poſ-
ſe cadere, necdum tamen ſcitum ac co-
gnitum eſſe pronunciat: circuli quadra-
turam, in peculiare citat exemplũ. Quã-
uis enim priſci aliquot Philoſophi, ac
Mathematici, vt circulo æquale quadra
tum inuenirent, plurimum inſudarunt:
nemo tamen ipſius Ariſtotelis tempore,
hanc quæſtionem planè diſſoluerat. Nam idem Ariſtoteles, præfa- *Ariſtoteles.*
tam circuli quadraturam ſcibilem eſſe, at nondum ſcitam ſiue de-
monſtratam, pluribus in locis affirmare videtur: vnde quampluri-
mos, ad hanc rurſum inquirẽdam excitauit. ❡Inter priſcos autem
2 philoſophos, qui eandem circuli quadraturam ſubtilioribus inda-
garunt inuentionibus (vt cæteros omittam) fuit Hippocrates *Hippocrates Chius.*
Chius. Is enim per meniſcos ſiue lunulas, ſuper quadrati ac hexa-
goni circulo inſcripti lateribus delineatas, circulum quadrare mo-
liebatur: verùm quanquam illius excogitatio fuerit artificioſa, ſua
nihilominus intẽtione, ob falſam promiſcuámve lunularũ aſſum-
ptionem, fruſtratus eſt. Fuit & alius Hippocrates, qui eandem cir- *Alius Hippocrates.*
culi quadraturam, per circuli ſectiones elicere conabatur: & rectam
demum inuenire lineam, quæ circunferentiæ partẽ haberet æqua-
lem. Antiphon autem, putabat per Iſoſcelia triangula ſuper qua-
drati circulo inſcripti lateribus, dein hexagoni, poſtea ſedecagoni,

& ſic conſequenter deſcripta, aream demum conſequi poſſe circularem, ex qua prodiret quadratum ipſi circulo æquale: præſupponens magnitudinem ad vltimam poſſe deuenire partitionem, contra propriam ipſius magnitudinis naturam. Nec defuit Briſſo quidam philoſophus, qui deſcripto tam circa, quàm intra circulum quadrato: medium inter hæc duo quadrata, circulo exiſtimauit æquale.

Briſſo philoſophus.

Archimedes Syracuſanus.

¶Qui verò ipſo Ariſtotele poſteriores extitere: ab Ar- 3
chimede Syracuſano acutiſſimo mathematico, hac in parte ſuperati ſunt. Nam is demõſtrauit in primis, areã circuli triangulo rectangulo adamuſſim æquari: cuius vnũ latus eorũ quæ ad rectũ ſunt angulum ſemidiametro, reliquum verò circunferentiæ eiuſdem coæquaretur circuli. Quæ demonſtratio, innumeros excitauit ad diſquirendam rectam lineam, quæ circunferentiæ ipſius circuli foret æqualis: per diametri videlicet ipſius circuli, ad circunferentiam contingentem habitudinem, ſiue rationem. Quam quidem rationem, idem Archimedes paulò minorẽ eſſe tripla ſeſquiſeptima, acutiſſimis demonſtrauit inductionibus. Cuius inuentum, & ſi præciſionem minimè attigerit: veritati nihilominus adeò propinquum eſſe videtur, vt magnam rebus humanis contulerit vtilitatẽ, & mortales ipſos perpetuò ſibi deuinctos reddiderit.

Nicolaus Cuſanus, Cardinalis.

¶Ex neotericis por- 4
rò, vnicum habemus Nicolaum Cuſanum Cardinalem, virum ſuo tempore rarum, & in mathematicis non infæliciter verſatum: Qui diuerſis & artificioſis adinuentionibus, conatus eſt peripherię circuli dare rectam ęqualem, ac ipſum reſpondenter quadrare circulum. Quod tametſi non fuerit aſſequutus: in multis tamen veritatem ipſam adeò prope videtur attigiſſe (ne illum debita laude fraudemus) vt quamplurima antea ſubobſcura, longè clariora reddiderit: & quẽ multo facilius erat cauillari, quàm imitari.

Boëtius. Campanus.

¶Si qui demum 5
præter hos inter recentiores comperiantur, qui eandem circuli quadraturam fuerint adgreſſi: aut ab Archimede demonſtratam circunferentiæ ad diametrum rationem videntur ſuppoſuiſſe (veluti Boetius, & Campanus) aut nudis & infirmis, & proinde ſuſpectis id tentarunt adinuentionibus. Quos ideò ſilentio prætereundos meritò exiſtimauimus.

Authoris argumentum.

¶EGO IGITVR (VT REDEAM VNDE SVM 6
digreſſus) tum verbis Ariſtotelicis, tum ſupradictorum philoſophorum prouocatus exemplo, & qui ſub tanto rege, ac in tanta

Vniuersitate, tantóq; tempore Mathematicarum interpres deputatus sum: iniquam rem, ac meo officio indignam me facturum existimaui, si id quæstionis genus intactum prætermitterem, & ni pro mea virili parte, ac dexteritate animi, aliquam (quæ cæteros hac in parte leuaret) excogitarẽ adinuentionem, qua circulus quadrari vel facilè posset: ídque prætermissa ratione circunferentiæ ad circuli diametrum, quam puto esse surdam, hoc est, hominibus ignotam, & proinde sub aliqua numerorum expressione nusquam fore reperibilem. ¶ Post varias itaque, ac subtiles, aut (si mauis) laboriosas, partímq; suppressas, partim verò æditas inuestigationes: cùm ex duarum linearum rectarum adinuentione, quæ inter duas rectas lineas propositas, sub continua eiusdem rationis proportione constituuntur, atque ex ipsa rationum compositione, multa & sanè quàm difficilia comprehendi, suboririve, ac demonstrari sæpius animaduerterem: Tentaui demum, earundem quatuor rectarum linearum continuè proportionalium adminiculo, ac ipsa rationum compositione mediante, hãc quæ sequitur, de Circuli quadratura contexere, ac tandem elucidare demonstrationem. Quæ an pro mea successerit animi sententia: cuiuis ęquo, ac in Mathematicis vtcunq; versato lectori, relinquimus diiudicãdum: ipsis autem inuidis, ac maleuolis nostri nominis obtrectatoribus, perpetuum inuidiæ tormentum exoptamus.

Origo tetragonismi per authorem adinuenti.

Problema primum.

DAtis duorum quadratorũ lateribus, quorum alterum circa, alterum verò intra circulum describitur: binas medias lineas rectas, sub eadem ratione continuè proportionales inuenire.

1 ¶ Ad construendam, confirmandámque circuli quadraturam, à nobis tandem, & (ni me fallat animus) fęliciter excogitatam: necessum est in primis, oblatis duorum quadratorum lateribus, quorum alterum dato fuerit circunscriptum circulo, reliquum verò in eodem circulo descriptum, binas medias lineas rectas, in eadem

Ad tetragonismi constructionem necessaria.

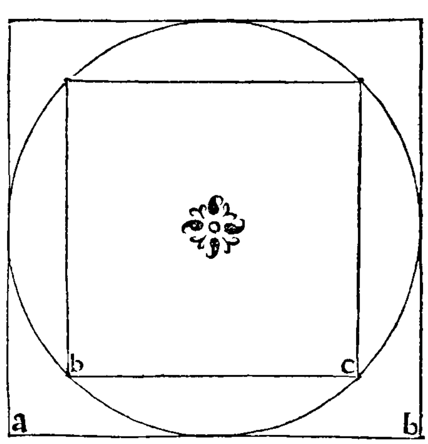
ratione cōtinuè proportionales reddere notas. Qua ratione autem mathematica, id problema diſſoluatur: ex nemine valuimus planè deprehendere. Quanuis enim pleriq; Græci philoſophi ac Mathematici, vt illud explicarēt problema, quod Cubi duplicatio dicitur, diuerſis & ſubtilibus admodum inueſtigationibus (quas omnes Georgius Valla Placentinus, capite ſecundo libri quarti ſuæ Geometriæ citat, & ſummatim interpretatur) oſtēdere conati ſint, qualiter inter duas quaſuis inæquales lineas rectas, duæ mediæ lineæ rectæ ſub eadem ratione cōtinuè proportionales obtineantur: nullam tamen illorum offendimus inuentionem, quæ alicuius inſtrumenti mechanici non vteretur adminiculo, & proinde quæ aperta ſuſpitione, vel inexplicabili difficultate careret. Ne igitur infirmis adniteremur fundamentis, & mathematicam ſimul atque ſuſcepti negotij violaremus integritatem: nouum, ac fidiſſimum modum inueſtigandi eiuſcemodi lineas proportionales, tibi demum excogitauimus, ſed huic noſtro tetragoniſmo ſpecialiter inſeruiētem. Habent enim ipſa quadratorum circulo dato circunſcriptorum latera, peculiarem quandam rationis fęlicitatem: quam aliarū inæqualium linearum, prorſus non admittit natura.

Georgius Valla Placētinus.

Notandum.

Conſtructio problematis.

¶ Sit igitur latus quadrati circulo dato circunſcripti a b, eius verò quadrati quod in eodem circulo deſcriptum eſt b c: inter quæ latera, ſit operæpretium inuenire duas medias lineas rectas, ſub eadē ratione continuè proportionales. Conſtituantur in primis ipſa a b/ & b c/ latera, ad rectum angulum qui ſub a b c: & centro b, interuallo autem b a, circulus deſcribatur a d e f, per tertium poſtulatū geometricum. Vtraque poſtmodùm a b/ & b c, in continuū directúmq; producatur: donec ad puncta e/ & f, in circunferentiam ipſius applicentur circuli. Erunt igitur a e/ & d f, eiuſdem circuli dimetientes, in eius centro b, ad rectos ſeſe inuicem dirimentes angulos. A puncto deinde a, per punctum c, recta ducatur linea a c g, attingens ipſius circuli a d e f/ circunferentiam in puncto g. Diuidatur conſequenter recta c f/ bifariam, per 2



decimam primi elementorum: & dimidiæ parti ipsius c f, æqualis secetur c h, per tertiam ipsius primi elementorum. Postmodum à puncto e, per punctum h, recta linea ducatur e h: quæ producta ad partes h, necessariò diuidet rectam c f, atque ipsius circuli quadrantem a f. Connexa enim f g/recta: clarum est angulum c f g, maiorem esse angulo c g f (subtendit enim maiorem arcum) & latus propterea c g, ipso latere c f/maius, per decimamnonã eiusdem primi elementorum. Et dimidium consequenter ipsius c g, dimidio eiusdem c f/maius erit, per quindecimam quinti eorundem elementorum. Diuidatur ergo c g/bifariam in puncto i, per ipsam decimam primi elementorum: & cõnectatur f i/linea recta. Cùm igitur c h, dimidio ipsius c f/secta sit æqualis: maior est itaq; c i, eadem c h. Et c f/rursum, eadem c i/maior: quoniam angulus c i f, maior est angulo c f i. Recta igitur e h/producta, cadet inter punctum c, & lineam rectam f i: & proinde secabit eandem c f/in pũcto k, præfatum verò circuli quadrantem a f/in puncto l. Connexa deinde a l/recta: per punctum c, ipsi e l/parallela ducatur m n, per trigesimam primam primi elementorum, quæ secet eandẽ a l/ in puncto m, semidiametrum verò b e/ in puncto n. Secetur postmodum à semidiametro b d, ipsi b k/æqualis, per tertiam ipsius primi: sítque b r. Et connectatur recta m r, quæ secet dimetientem a e/in puncto o: atque recta a r, quæ producta attingat ipsius circuli circunferentiam in puncto s. Tandem connectantur e s, & n r/ lineæ rectæ: & reliqua, vt in figura.

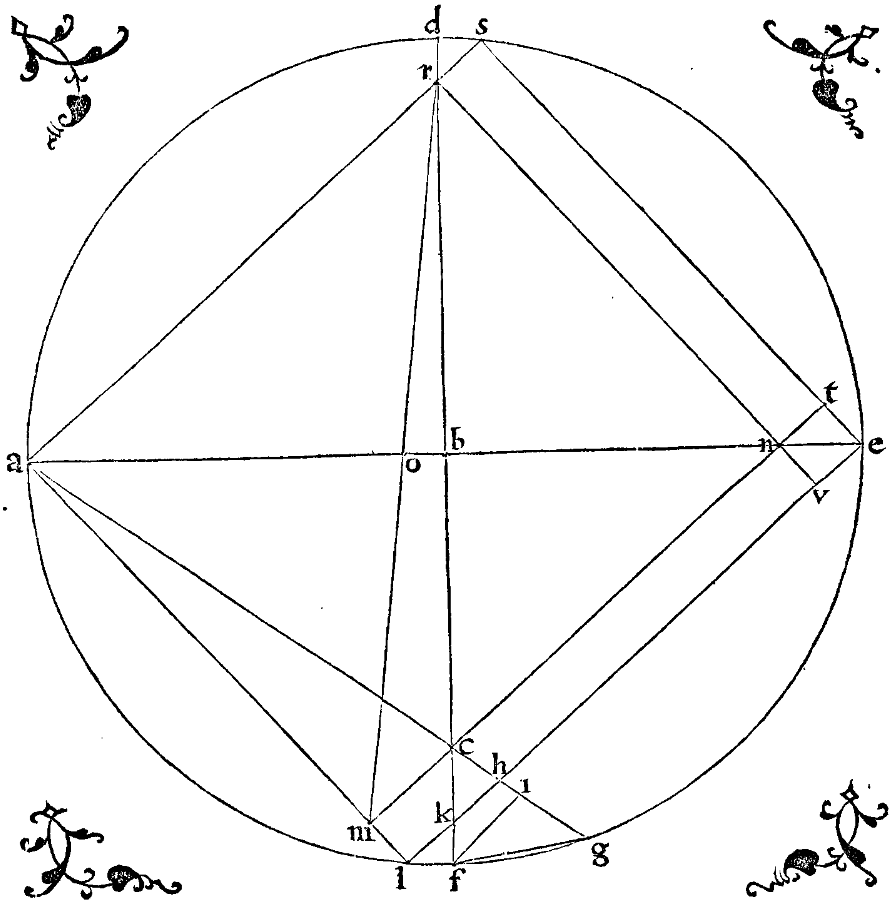
3 ¶His in hunc modum constructis: rectus erit in primis vterq; & qui ad l, & qui ad s/continetur angulus, per trigesimamprimam tertij elementorum, nam vterque consistit in semicirculo. Rectus similiter erit angulus a m n: nempe æqualis interiori & opposito ad easdem partes qui ad l, per vigesimamnonam primi ipsorum elementorum. Insuper, quoniam a b/ipsi b e/ est æqualis, atque b r/ipsi b k, & qui circa b/verticem consistunt anguli inuicem æquales, nempe recti: Triangula igitur a b r/& e b k, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & angulum angulo sub æquis lateribus contento æqualem. Basis itaque a r, basi e k: & reliquus angulus b a r/reliquo angulo b e k, atque reliquus a r b/ reliquo b k e, per quartam primi elementorum est æqualis. Recta ergo linea a e, incidens in a s/& l e/rectas, efficit alternos

Quæ ex præmissa constructione, subsequãtur ostensiones.

angulos inuicem æquales:ſimiliter & ipſa r k. Parallela eſt itaque a s/ipſi l e, per vigeſimamſeptimam ipſius primi elementorum:& ipſi conſequenter m n/ itidem parallela, per trigeſimam eiuſdem primi elementorum. In parallelas autem a s/ & l e, recta incidens a l, efficit interiores & ad eaſdem partes angulos a l e/& l a r/binis rectis æquales, per vigeſimamnonam ipſius primi elementorũ. Atqui rectus eſt angulus a l e: rectus eſt igitur & angulus l a r. Haud diſſimiliter oſtendetur,angulus l e s/eſſe rectus.Et proinde a l, ipſi e s/ parallela eſt, per vigeſimamoctauam eiuſdem primi elementorum.Rectangulum eſt igitur, atq; parallelogrammum, ipſum a l e s/quadrilaterum. Cæterũ quoniam a r,ipſi m n/eſt parallela: angulus igitur a r m,alterno r m n/eſt æqualis:ſimiliter & angulus a n m,alterno n a r,per ipſam vigeſimamnonam primi elementorũ. Anguli præterea,qui circa o/verticẽ,ſub a o r/& m o n/ continentur, ſunt per decimamquintam eiuſdem primi inuicem æquales. Aequiangula ſunt itaque a o r/& m o n/triangula:& quæ circum igitur æquales angulos latera proportionalia,& ſimilis rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtendũtur,per quartã ſexti prædictorum elementorum.Sicut igitur a o/ad o r,ſic n o/ad o m. Similis ergo rationis ſunt a o/& o n,atque ipſa r o/& o m/latera. Prætereà cùm ſit vt a o/ad o r,ſic n o/ad o m:& qui ſub a o m/& n o r/cõtinentur anguli inuicẽ æquales,per decimamquintam primi elementorũ:Triangula igitur a o m/& n o r,habẽt vnũ angulum vni angulo æqualem, & quæ circũ æquales angulos latera reciprocè proportionalia. Aequum eſt itaque,per decimamquintam ſexti elementorum,triangulum a o m,ipſi triangulo n o r:ac eidem cõſequenter æquilaterum,& æquiangulũ. Qui ad baſes igitur a l/& n r continentur anguli,æquales ſunt alter alteri,ſub quibus videlicet ęqualia,ſimiliſve rationis latera ſubtẽdũtur.Queadmodũ enim in æquiãgulis triangulis,latera quę æqualibus ſubtẽdũtur angulis, ſimilis coguntur eſſe rationis, per ipſam quartã ſexti elementorũ: haud aliter in proportionalium laterum (& potiſſimũ æqualibus) triangulis,anguli qui ſub eiuſdem rationis lateribus ſubtendũtur, æquales ſunt adinuicem: etiam vbi triangula non fuerint inuicem æqualia.Angulus itaque a m o,ipſi o r n:atque reliquus m a o,reliquo angulo o n r/eſt æqualis.In rectas ergo lineas a m/ & n r, rectæ incidentes lineæ a n/& m r,efficiunt alternos angulos inuicem

Lemma ſiue aſſumptum neceſſarium.

æquales:parallela eſt igitur n r/ipſi a m,atq; ipſi e s/itidẽ parallela, per vigeſimamſeptimam,& trigeſimam primi elementorum. Parallelogrammum eſt itaque ipſum a m n r/quadrilaterũ: aio quòd & rectangulum. Anguli enim qui ad a/& m/puncta continentur, recti ſunt: & qui ex oppoſito igitur cõſiſtunt anguli a r n/& m n r, ſunt recti, per trigeſimamquartam ipſius primi elementorum. Vtrunq; igitur a l e s,& a m n r,ac ipſum conſequenter e t n v quadrilaterum, parallelogrammum eſt atque rectangulum. Et proinde triangula a r n/& r n c,rectangula ſunt: & qui ad r/& n/puncta cõſiſtunt anguli,recti. Quod imprimis oportuit demonſtraſſe.



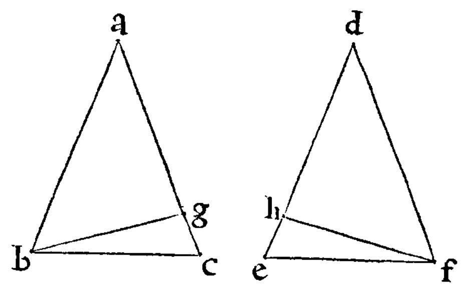
4 ¶His præoſtenſis,aio b r/& b n/lineas rectas,inter ipſa a b/& b c/ ſupradictorum quadratorum latera, fore medio loco ſub eadem ratione continuè proportionales. Cùm enim triangulum a r n,ſit (vti nuper oſtenſum eſt)rectangulum,& ab angulo recto qui ad r,

Ex præmiſſis demõſtrationibus collecta problematis reſolutio.

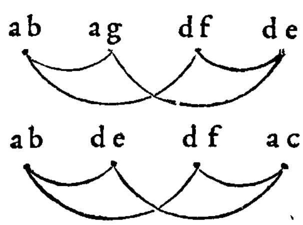
in basin a n, demissa perpendicularis b r: est igitur ipsa b r, media proportionalis inter ipsius basis segmenta a b/& b n, per corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut igitur a b, ad b r: sic eadem b r, ad b n. Rursum, quoniam triangulum r n c/itidem rectangulum est, & ab angulo recto qui ad n, in basin n c, perpendicularis demittitur b n: est igitur eadem b n, media proportionalis inter ipsius basis segmenta r b/& b c, per idem corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut ergo b r, ad b n: sic eadem b n, ad b c. Atqui præostensum est, vt a b/ad b/r, sic eadem b r/ad b n: & sicut igitur, per vndecimam quinti elementorum, a b/ad b r, sic ipsa b n/ad b c. Datis ergo binis quadratorũ lateribus a b/& b c, quorum alterum dato circumscriptum est circulo, alterum verò in eodem circulo descriptum: duas medias lineas rectas, sub eadem ratione continuè proportionales inuenimus, scilicet b r/ atq; b n. Quod faciendum in primis susceperamus.

Lẽmatis siue assumpti confirmatio.

¶ Quòd autem bina triangula inuicem æqualia, & vnum angulum vni angulo æqualem habentia, & quę circum æquales angulos latera reciprocè proportionalia, sint æquiangula, & æquos habeant reliquos angulos alterum alteri, sub quibus similis rationis latera subtenduntur: in hunc modum cõfirmatur. Sint duo triangula a b c, & d e f: sitq; angulus qui ad a, æqualis angulo qui ad d, atq; sicut a b/ad d e, sic d f/ad a c. Dico in primis, angulum qui sub a b c, ei qui sub d f e/continetur esse æqualem. Si enim ipsi anguli fuerint inæquales, alter eorum erit maior: esto maior (si fuerit possibile) angulus a b c, ipso d f e. Ad datam itaque lineam rectam a b, atque ad eius punctum b, dato angulo d f e: æqualis angulus constituatur a b g, per vigesimamtertiam primi elementorum.



Angulus igitur a b g, minor erit angulo a b c: & proinde recta b g, diuidet & triãgulum a b c, & illius latus a c. Reliquus igitur angulus a g b, reliquo d e f/erit æqualis. Aequiangula erunt itaque ipsa a b g/& d e f/triangula: & quæ circum igitur æquales angulos latera proportionalia, atq; similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam sexti elementorum. Similis ergo rationis erunt rursum a b/& d f,necnō a g/& d e/latera.ſunt autem ipſa d e/& a c/ latera, ſimilis itidem rationis,per hypotheſin:ipſa igitur a c/& a g/latera, ſimilis quoque rationis erunt.At per ipſam hypotheſin,eſt vt a b/ ad d e,ſic d f/ad a c:erit ergo conſequẽter,vt a b/ad d e,ſic eadem d f/ad a g.Et ſicut igitur per vndecimam quinti elementorum d f/ ad a c,ſic eadem d f/ad a g.Aequalis erit itaque,per nonam ipſius quinti,a c/ipſi a g,maior minori, ſiue totum ſuæ parti: quod per nonam communẽ ſentẽtiam eſt impoſſibile. ¶Vel ſic.Cùm a b g/ & d e f/ triangula,oſtenſa ſint æquiangula,& angulus qui ad a,angulo qui ad d/ſit æqualis:erit igitur per quartam ſexti elementorum,vt a b/ad a g,ſic d f/ad d e.Et permutatim quoque,per decimamſextam quinti elementorum, erit vt a b/ad d f, ſic a g/ad d e. Eſt autẽ per hypotheſin,vt a b/ad d e,ſic d f/ad a c.Et permutatim *Idem aliter concludere.*



rurſum erit, per eandẽ decimamſextã quinti,vt a b/ad d f,ſic d e/ad a c.Ergo per vndecimam eiuſdem quinti elemẽtorum, erit vt a g/ad d e,ſic eadẽ d e/ad a c.Tres itaq; lineæ rectæ a g/d e/a c,ſunt cōtinuè proportionales.Vt igitur prima a g/ad vltimam a c, ſic per ſecũdum corollarium vigeſimæ ſexti elementorũ,triangulum a b g/quod ſuper prima a g,ad ſimile ſimilitérq; poſitum triangulum d e f/quod ſuper ſecunda d e/deſcriptum eſt.Sicut porrò a g/ ad a c,ſic per primam ipſius ſexti,idem triangulum a b g,ad triangulum a b c:ſunt enim ſub eodem vertice b,& proinde ſub eadem altitudine.Sicut igitur per vndecimam quinti elementorum,triangulum a b g/ ad triangulum d e f, ſic idem triangulum a b g/ ad triangulũ a b c.Quatuor ergo rectilinea ſiue triangula a b g/d e f/ a b g/a b c, ſunt proportionalia: & ipſæ quoq; rectæ lineæ a g/d e/ a g/ a c, ſunt proportionales, per vigeſimamſextam eiuſdem ſexti elementorum:ſicut quidem a g/ad d e,ſic eadem a g/ad a c.Aequalis eſt igitur d e/ipſi a c,per nonam quinti elementorum:& a g/cōſequenter vtriq; æqualis,cùm ſint continuè proportionales.Itaque a c/ ipſi a g eſt æqualis, maior minori, ſiue totum ſuæ parti: quod rurſum per nonam communem ſentẽtiam eſt impoſſibile.Non eſt igitur angulus a b c,maior angulo d f e.Similiter oſtendetur,quòd neque minor . Conſtituto enim angulo d f h,ipſi a b c/æquali, per ipſam vigeſimamtertiam primi : idem ſubſequetur inconueniens, immutato ſolummodò triangulorum & laterum ordine:nam d e ipſi d h concludetur rurſum æqualis.Idem itaq; angulus a b c,ipſi angulo d f e æqualis eſt:& reliquus demũ angulus a c b, reliquo d e f itidem æqualis. Triangula igitur a b c & d e f,ſunt æquiangula,& inuicem æqualia:quapropter & æquilatera,& quæ ſub æqualibus angulis ſubtenduntur latera inuicem æqualia, & è conuerſo. Quod igitur ex probata triangulorum a o m & n o r hypotheſi,nuper aſſumpſimus:eſt omnibus modis neceſſarium.

Corollarium.

Mechanica,& expedita prædictarum linearum adinuentio.

SI has itaq; binas lineas rectas, inter ipſorum quadratorum latera continuè proportionales,mechanico promptiſſimóq; reperire volueris artificio:fabricetur gnomon ex dura quapiam & electa materia,ipſi r e m ſimilis.Et cõſtitutis duobus eorundem quadratorum lateribus,ſupraſcripto modo datis (cuiuſmodi ſunt a b & b c) ad angulum rectum, atq; in directum vtrinque productis, verſus eas partes in quibus ad rectum cõueniunt angulum (veluti ſunt b d & b e) linea diagonalis e n,ipſius parallelogrammi rectãguli e t n v,in directum ipſius b e, hoc eſt,longioris productæ ad amuſſim collocetur, cogatúrq; interius gnomonis latus venire in punctum c,ipſius minoris lateris limitem,immoto ſemper e n diagonio,ab ipſius b e rectitudine. Nam reliquum & interius ipſius gnomonis latus,ſecundam lineam proportionalem tibi ſecabit ex minore producta:interior autẽ eiuſdem gnomonis angulus qui ad n,ipſam tertiam earũdem quatuor linearũ proportionalium ſimul limitabit.Quemadmodum ex præmiſſa potes elicere deſcriptione.

Notandum.

De cæteris lineis rectis, alijs à propoſitis quadratorum lateribus.

QVanquam porrò ſupraſcripta linearum proportionalium adinuentio,ac ipſius inuentionis demonſtratio,non ipſis tantummodò propoſitorum quadratorum lateribus inſeruiat,ſed ſimul ſit vniuerſalis datis quibuſcunque lineis rectis inæqualibus, inter quas ſit operæpretium duas medias lineas rectas ſub eadem ratione continuè proportionales inuenire: Principium nihilominus ipſius cõſtructionis,eatenus ſolùm militare videtur, quatenus minor datarum linearum,dimidio ipſius maioris fuerit maior,aut eiuſdem maioris præciſè dimidium. Vbi enim minor datarum linearum, dimidio eiuſdem maioris minor extiterit: non diuidetur c f, bifariam, nec dimidio ipſius c f, æqualis conſtituetur c h. Sed alia ratione diſquirendum erit punctum h, per quod traducenda eſt ipſa e h l: reliquis prorſus, veluti ſupradictum eſt, obſeruatis. Is porrò modus inueniendi punctum h, toties variabitur: quoties eadem minor linea, inter duas partes quotas ipſius maioris (ſiue illi æqualis b f) à numero pariter pari denominatas, à puncto b, verſus f, limitata ceciderit, vel eiſdem partibus quotis fuerit æqualis. Quæ conſtructionum diſcrimina, hîc ſigillatim enarrare ſuperuacaneũ, ac inutile duximus: cùm latus quadrati circulo inſcripti, ſit ſemper maius dimidio lateris eius quadrati, quod eidẽ circũſcribitur circulo. A quorum laterum, & duarum intermediarũ continuè proportionalium harmonia: ipſa conſtructio noſtri tetragoniſmi (vt infra cernere licebit) principaliter deſumitur. Eas itaq; variandi formulas, in eum libellum de induſtria reſeruamus, quem de tranſmutationibus figurarum conſcripſimus. Quod ideò te latêre noluimus: ne habeas quo inuentum noſtrum (alioqui ſuſcepto ſatiſfaciens negocio) iniuſtè cauillari poſſis.

Problema ſecundum.

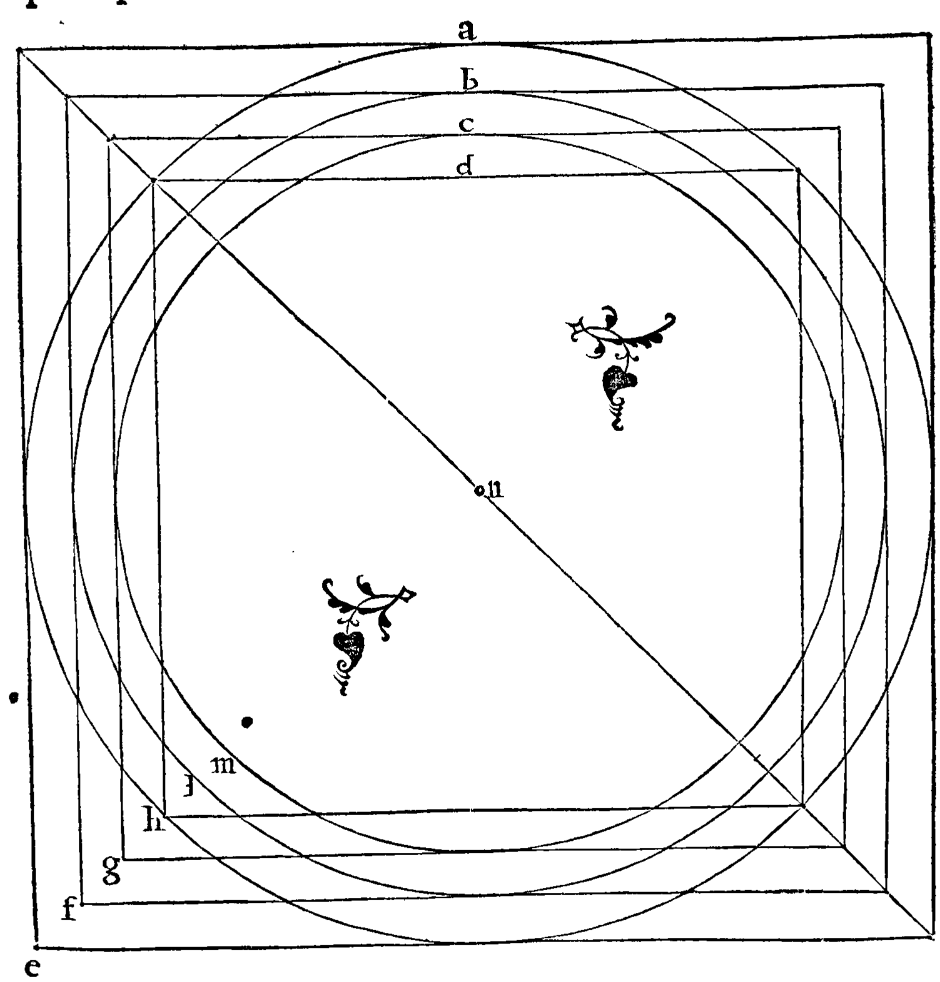
DAto circulo, æquale quadratũ: aliiſque duobus circulis, duo ſimul æqualia quadrata alterum alteri deſcribere. Datóve quadrato, circulum æqualem: aliiſque duobus quadratis, duos æquales circulos alterum alteri ſimul delineare.

1 ¶ Siue circulo æquale quadratum deſcribere, ſiue dato quadrato circulum æqualem deſignare fuerit operæpretium: eadem prorſus figuræ delineatio cõſtruenda eſt, ſed variato paululum ipſius conſtructionis ordine. Demonſtratio autem mathematica, vtrobique eadem, ac eodem modo colligitur. Dum porrò vni tantummodò circulo æquale quadratum, aut vni quadrato circulum æqualem, per hanc noſtram obtinere volueris inuentionẽ: tria ſimul offendes *De mirabili huiuſce tetragoniſmi tum facilitate, tũ amplitudine.*

quadrata tribus circulis æqualia, tréſve circulos tribus quadratis reſpondenter æquales: quaſi trinitas in vnitate, vel vnitas in ipſa trinitate, ſub hoc noſtro comprehēdatur inuento. Neque hîc cognitam ſupponimus circunferentiæ rationem ad ipſum diametrū, ſiue curuæ in rectam lineam conuerſionem, quæ tot fæliciſſima hactenus cōtorſit ingenia: Sed per viam proportionum à nemine tentatam, nodum ipſum diſſoluere fęliciter (vt ſpero) ſum adgreſſus.

Conſtructio problematis, dum circulus quadrandus proponitur.

¶ Sit igitur in primis datus circulus a h, cui oporteat æquum de- 2
ſignare quadratum. Circa eundem itaq; circulum a h, quadratum deſcribatur a e, per ſeptimam quarti elementorum: intra verò eundem circulum a h, aliud deſcribatur quadratum d h, per ſextam eiuſdem quarti elementorum. Inter ipſa poſtmodum horum duorum quadratorum latera, vtpote a/ & d, binæ rectæ lineæ ſub eadem ratione continuè proportionales inueniantur, per antecedentis primi problematis traditionē: ſintq; b/ & c, vt quemadmodum



latus a/ad lineam b,ſic eadem b/ ad c, atque c/ linea ad latus d. Ex ipſis conſequenter lineis rectis b/& c,quadrata deſcribantur b f/& c g, per quadrageſimamſextam primi eorundem elementorum: ſintq; ipſorum quadratorum b f/& c g/latera, tum inuicem, tum prædictorum quadratorum a e/ & d h/lateribus æquè diſtãtia ſiue parallela.In ipſis rurſum quadratis b f/ & c g, ſinguli deſcribantur circuli b l/& c m,per octauam quarti prædictorum elementorum: qui quidem circuli, erunt tum inuicem, tum ipſi a h/circulo concentrici atq; paralleli,ob ipſam quadratorũ ſiue laterũ hxpotheſin.

3 ¶ Quòd ſi datum in primis fuerit quadratum d h, cui æqualem oporteat deſcribere circulum:eadem figurę reſultabit contextura, ſed retrogrado & paululum variato deſcriptionis ordine, in húnc qui ſequitur modum. Circa datum quadratum d h, deſcribatur a h/circulus, per nonam quarti elemẽtorum:atq; circa ipſum a h/ circulum,quadratum deſcribatur a e, per ſeptimam eiuſdẽ quarti. Poſtmodum inter eorũdem quadratorum latera,quæ ſint rurſum a/& d,binæ reperiantur lineæ rectæ ſub eadem continuata ratione medio loco proportionales, per ipſius antecedentis primi problematis traditionem:quæ ſint rurſum b,& c.Ex quibus lineis rectis, deſcribantur quadrata b f/& c g,per ipſam penultimam primi elementorum.In ipſo demum quadrato b f, circulus b l/deſcribatur: & in ipſo pariter quadrato c g, circulus deſcribatur c m, per octauam quarti eorundem elementorum.

Cũ dato quadrato,circulus æqualis deſcribendus eſt.

4 ¶ His altero duorũ modorũ cõſtructis,aio quadratum b f,æquari in primis ipſi dato circulo a h:necnon & quadratũ c g,circulo b l: atq; d h/quadratũ, ipſi c m/circulo ſimul coæquari. Quemadmodum ex ſuccedentibus problematibus,manifeſtum faciemus.Cùm igitur circulus proponitur, cui æquale quadratum deſideratur:is erit trium circulorum in ipſa deſcriptione concurrentium primus, atque maximus. Quoties autem quadratum offeretur,cui æqualem volueris dare circulum : ipſum erit quatuor quadratorum in eadem figuræ deſcriptione ſimul occurrentium vltimum, atque omnium minimum.Quemadmodùm ex ipſa potes elicere figura: quæ & ſi vtriq; & quadraturæ circuli & ipſius quadrati circulaturæ (vt ita loquar)indifferenter inſeruiat,& præpoſtero,aut (ſi mauis)gemino cõſtruatur ordine:ipſa nihilominus figura,& proinde via demonſtrationis,ex omni parte manet eadem.

Deſcripta quadrata, quibus circulis ſint æqualia,& de illorum ordine.

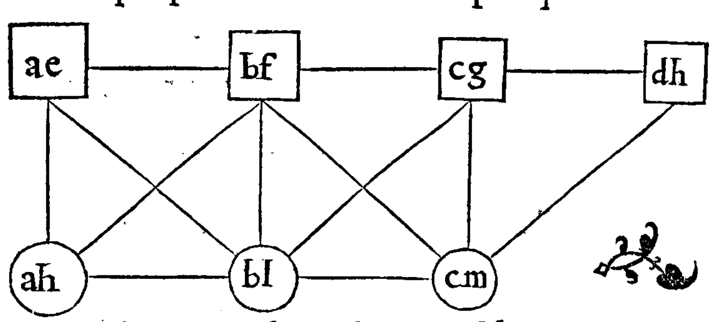
Problema tertium,

PRædictorum quadratorum atque circulorum inuicem accidentes proportiones, in vniuerſum colligere: Triáque interiora & minora quadrata, tribus ipſis circulis,qui in tribus primis.& maioribus quadratis deſcribuntur, ordinatim eſſe proportionalia demonſtrare.

¶Proponantur ordine,in faciliorem ſingulorum elucidationem, quatuor ipſa quadrata a e,b f,c g,d h:& ſub vnoquoque trium antecedentium quadratorum, deſcriptus in eo circulus, vtpote,ſub a e/quadrato circulus a h,& ſub quadrato b f/circulus b l,atq; ſub quadrato c g/circulus c m. Vt in ſubſcripta licet intueri formula.

Primæ partis ipſius problematis demonſtratio.

In primis igitur cùm ſit per ipſam conſtructionem, vt a/ recta ad b/rectam,ſic b/ad c,atque c/ad d: & ab ipſis quatuor lineis rectis continuè proportionalibus deſcripta quadrata a e,b f,c g,d h,continuè itidem erunt proportionalia, ſicut quidem quadratum a e/ad quadratũ b f, ſic idem b f/



ad c g,& idem c g/ad quadratum d h.Si enim quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint:& ab eis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta (cuiuſmodi ſunt ipſa quadrata) erunt adinuicem proportionalia,per vigeſimamſecundam ſexti elementorum. Tres præterea circuli a h,b l,c m, qui in ipſis tribus prioribus deſcribuntur quadratis:erunt itidem continuè proportionales. Nam eorundem circulorum dimetientes,ſunt per conſtructionem ipſorum quadratorum latera: & circuli ſeſe inuicem habent, ſicut quæ ex illorum dimetientibus fiunt quadrata,per ſecundam duodecimi eorundem elementorum.Sicut igitur quadratum a e/ad quadratũ b f,ſic a h/

circulus/ad circulum b l:ſicut præterea quadratum b f/ad quadratum c g, ſic b l/circulus/ad circulum c m. Et proinde erit, vt a h/ circulus ad circulũ b l,ſic idẽ circulus b l/ad circulũ c m, per vndecimam quinti ipſorũ elementorum.Itẽm cùm ſit vt quadratũ a e/ ad quadratũ b f,ſic a h/circulus ad circulũ b l:& permutatim quoq; erit,per decimamſextã eiuſdem quinti elementorũ, vt quadratum a e/ad circulum a h,ſic quadratũ b f/ad ipſum b l/circulum. Rurſum,cùm ſit vt quadratum b f/ad quadratum c g,ſic b l/circulus/ ad circulũ c m:erit etiam permutatim, per eãdem decimamſextam quinti elementorum, vt quadratum b f/ ad circulum b l, ſic quadratum c g/ad eũdem circulum c m. Haud aliter oſtẽdetur quadratum a e/ad circulum b l/ſe habere, vt quadratum b f/ad circulum c m:atq; vt quadratum c g/ad circulũ a h,ſic quadratum d h/ ad circulum b l.Quæ omnia in primis oſtendere oportebat.

2 ¶Secunda verò pars huiuſce problematis,in hunc modum fit manifeſta.Cùm ſit per ea quæ nunc oſtenſa ſunt,vt quadratum a e/ad quadratum b f, ſic idem quadratum b f/ ad quadratum c g: ſicut præterea idem quadratum a e/ad quadratum b f,ſic a h/circulus/ ad circulum b l. Eſt igitur per vndecimam ipſius quinti elementorum, vt quadratum b f/ ad quadratum c g, ſic a h/ circulus/ ad circulum b l: & permutatim quoque, per decimamſextam quinti elementorum, vt quadratum b f/ ad circulum a h, ſic quadratum c g/ad eundem b l/circulum.Inſuper,cùm ſit vt quadratum b f/ad quadratum c g,ſic idem quadratum c g/ ad quadratum d h: ſicut rurſum idem quadratum b f/ad quadratum c g,ſic b l/circulus/ad circulum c m.Erit itaque per vndecimam ipſius quinti elementorum,vt quadratum c g/ad quadratum d h,ſic b l/circulus ad circulum c m:& permutatim quoque,per ipſam decimamſextam quinti elementorum,vt quadratum c g/ad circulum b l,ſic quadratum d h,ad eundem circulum c m.Præoſtenſum eſt autem, vt quadratum c g/ad circulum b l,ſic quadratum b f/ad circulum a h: & ſicut igitur,per eandem vndecimam quinti elementorũ,quadratum b f/ad circulum a h, ſic quadratum d h/ad eundem circulum c m. Proportionalia itaque ſunt adinuicem,vt quadratum b f/ad circulum a h:ſic quadratum c g/ad circulum b l, atq; d h/ quadratum/ ad eũdem circulum c m. ¶Item cùm ſit vt quadratum b f/ad circulum a h,ſic quadratũ d h,ad circulũ c m:erit quoq; permutatim,

Secundæ partis oſtenſio.

Quæ rurſum inuicem proportionalia.

per ipſam decimamſextam quinti elemẽtorum, vt quadratum b f, ad quadratum d h, ſic circulus a h, ad circulum c m: & à conuerſa demum ratione, per corollarium quartæ eiuſdem quinti elementorum, erit vt quadratum d h, ad quadratum b f, ſic c m, circulus, ad circulum a h. Quæ ſimul oportuit demonſtraſſe.

Problema quartum.

DE rationũ compoſitione, pauca ſubnotare. Atq; circulum tertium & minimum, ad ſecundum quadratũ eandem habere rationem, quam rectangulum triangulum, ipſius maximi quadrati dimidium, ad ipſum primum & maximum circulum: conſequenter oſtendere.

De ui, ac poteſtate compoſitionis rationum.

¶ Quam vim habeant ipſæ rationum compoſitiones, ex magna 1
Ptolemæi cõſtructione (quã vocant Almageſtum) colligere haud difficile eſt: Vniuerſam nanq; cæleſtium motuum contemplationem, ex rationum videtur elicere compoſitionibus. Is enim multis modis demonſtrauit, dabiles fore ſex quantitates in hunc modum proportionatas: vt ratio duarum, conſtet ex binis rationibus reliquarum quatuor. hinc orta eſt illa ſex quantitatum regula, ab ipſo Ptolemæo ſubtiliter excogitata. Ex ijs autem quæ ſuper decima quinti, & quinta ſexti elementorum diffinitione conſcripſimus, ſatis ſuper ſatis fit manifeſtum: omnium duarum quarumuis oblatarum magnitudinũ rationem, cõſtare ex ratione alterutrius earũ, ad quamlibet eiuſdem generis interpoſitam magnitudinem, & ratione ipſius intermediæ ad reliquam. Omnis porrò ratio, per eandem quintam diffinitionẽ ſexti elementorũ, ex duabus rationibus conſtare dicitur: quando rationum denominatrices quãtitates inuicẽ multiplicatę, aut diuiſæ, aliquã efficiunt rationis quantitatẽ, à qua videlicet procreata ratio denominatur. Multiplicãtur autem datarũ rationũ quantitates adinuicẽ: quando ambæ rationes datæ, aut ſimul maioris, aut ſimul minoris inæqualitatis exiſtunt. Altera verò per reliquam diuiditur: cùm vna maioris, & altera minoris eſt

Ratio qualiter ex duabus componatur rationibus.

inæqualitatis. tunc enim maior rationis quantitas, per minorem diuiditur rationis quantitatẽ, vt constans ex ipsis rationibus datis ratio generetur. Veluti pręfata diffinitione quinta sexti elemẽtorũ, & secũdo capite libri quarti nostræ Arithmeticæ practicæ, luculenter expressimus. Sicut igitur ex eisdem numeris, æquales semper gignuntur numeri: haud dissimiliter ex eisdem rationum quantitatibus, eædem rationes de necessitate procreãtur. Et proinde rationes quæ ex eisdem constant rationum quantitatibus, vel quæ easdem efficiunt rationum quantitates: eædem sunt adinuicem. Præterea, cùm eædem sint species maioris, quæ ipsius minoris inæqualitatis: fit vt omnis ratio ab eadem quantitate denominetur, qua & eius conuersa. Dupla enim, atq; subdupla ratio, ab eodem (verbi gratia) denominantur numero, vtpote à binario: quemadmodum vtraque & sesqualtera, & subsesqualtera ratio, ab vno integro & eiusdem integri dimidio. Haud aliter de cæteris, etiam surdis quãtitatum rationibus, velim intelligas. Sola igitur æqualitatis ratio, ex duabus similibus rationibus componitur, quarum vna est maioris, & altera minoris inæqualitatis. Ex duabus autẽ rationibus maioris inæqualitatis, ratio itidẽ maioris inæqualitatis generatur: quemadmodum ex binis minoris inęqualitatis rationibus, minoris quoque inæqualitatis ratio componitur. Ex vna porrò maioris, & altera minoris inæqualitatis ratione (cùm dissimiles fuerint) ea inęqualitatis ratio generatur, quæ à maiori fuerit denominata quantitate. Ex binis verò æqualitatis rationibus, sola ratio componitur æqualitatis. Nam æqualitatis ratio, ab vnitate denominatur: vnitas autem, per vnitatem multiplicata vel diuisa, semper generat vnitatem. Sola igitur ratio æqualitatis in seipsam ducta, rationem producit æqualitatis. Ex vna demum æqualitatis, & altera maioris inęqualitatis ratione, consurgit eadem ratio maioris inæqualitatis: sicut eadem æqualitatis ratio, cum minoris inæqualitatis ratione, eãdem quoque minoris inæqualitatis rationem componit. Quoniam ratio æqualitatis, ab vnitate denominata: nullam ipsarum rationum immutat. Omnis ergo ratio (vt his finem imponamus) per seipsam diuisa, rationem producit æqualitatis.

Eædem rationes, ex quibus procreentur rationibus.

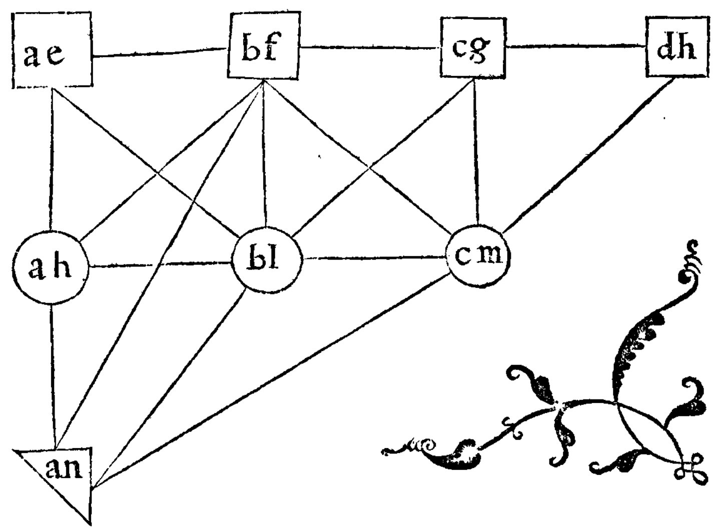
Quòd omnis ratio ab eadẽ quãtitate denominatur, qua eius conuersa.

Ex quibus rationibus tum æqualitatis, tum maioris, atq; minoris inæqualitatis ratio generetur.

2 ¶ His in hunc modũ expositis: resumatur antecedentium quadratorum & circulorum ordinata, atque proximo problemate obiecta distributio. Cui superaddatur tandẽ triangulum rectangulum

In secũdæ partis ostẽsionẽ, præambulæ demõstrationes.

& iſoſceles a n, ipſius quadrati a e/ dimidium, ſub ipſo quidem a h/ circulo collocatum: velut ex ſubſcripta licet intueri formula.



Cùm igitur quadratũ d h, eiuſdẽ quadrati a e/ ſit dimidiũ (deſcribitur enim in eo circulo, cui quadratum a e/ circũſcribitur) ęquum eſt igitur a n/ triangulum, ipſi quadrato d h. nam quæ eiuſdẽ ſunt dimidium, ęqualia ſunt adinuicẽ, per ſeptimam communem ſententiam. Quadratum igitur b f, eandem habet rationem ad triangulum a n, quam ad quadratum d h: & è conuerſo, per ſeptimam quinti elementorum. Vt autem quadratum b f/ ad quadratum d h: ſic circulus a h/ ad circulum c m/ ſe habere, proximo demonſtratus eſt problemate. Quadratum igitur b f, ad triangulum a n/ eãdem habet rationem, quam circulus a h/ ad circulum c m: & è conuerſo. Præterea, quoniam idem quadratum d h, triangulo a n/ eſt æquale: habet igitur quadratum d h/ ad circulum c m/ ęandem rationem, quam ipſum triangulum a n/ ad eundem circulum c m, per eandem ſeptimam quinti elementorum. Sed quam rationem habet quadratum d h/ ad circulum c m, eam obſeruat (vti præoſtenſum eſt) quadratum b f/ ad circulum a h: & triangulum igitur a n/ ad circulum c m/ eandem rationem habet, per vndecimam ipſius quinti elemẽtorum, quam b f/ quadratum, ad ipſum a h/ circulum. Et quoniam omnis ratio ab eadem quantitate denominatur, qua & eius cõuerſa: eadem igitur erit quantitas rationis circuli a h/ ad quadratum b f, quæ ipſius trianguli a n/ ad eundem circulum c m: & proinde quæ ipſius circuli c m/ ad idem quadratum d h.

ſecundæ partis ipſius problematis elucidatio.

¶ His præoſtenſis: dico triangulum a n/ ad circulum a h/ eandem habere rationem, quam c m/ circulus, ad quadratum b f. Ratio enim circuli a h/ ad quadratum b f (qualiſcunque 3 illa fuerit) ab eadē quantitate denominatur, qua & eius conuerſa: ſcilicet ipſius quadrati b f, ad eundē circulum a h. Sed ratio circuli a h, ad quadratum b f: conſtat ex ratione ipſius circuli a h/ ad circulum c m, & ratione eiuſdem circuli c m/ad ipſum quadratum b f. Ratio autem eiuſdem quadrati b f, ad præfatum circulum a h: conſtat ſimiliter ex ratione ipſius quadrati b f/ ad triangulum a n, & ratione eiuſdem trianguli a n/ad ipſum a h/ circulum. Rationes igitur circuli a h/ad circulum c m, & eiuſdem circuli c m/ad quadratum b f, eandem efficiunt rationis quantitatem: quam rationes quadrati b f/ad triangulum a n, & ipſius a n/trianguli/ad circulum a h. Rationes porrò, quæ eaſdem efficiunt rationum quantitates: eædem ſunt adinuicem. Ergo rationes circuli a h/ad circulum c m, & ipſius circuli c m/ad quadratum b f: eædem ſunt rationibus ipſius quadrati b f/ad triangulum a n, & eiuſdem trianguli a n/ad circulum a h. Atqui ratio circuli a h, ad circulū c m: eadem eſt (vt nuper innotuit) quæ quadrati b f/ad ipſum triangulum a n. Reliqua igitur ratio ipſius trianguli a n, ad circulum a h: eadem eſt rationi circuli c m, ad ipſum quadratum b f. Si enim ab eiſdem rationibus, eædem rationes auferantur: quę relinquuntur, eædē ſunt adinuicē.

4 ¶ Idem rurſum hoc modo confirmatur. Quoniam ipſa ratio trianguli a n, ad circulum a h: conſtat ex ratione eiuſdem trianguli a n/ ad circulum c m, & ratione ipſius circuli c m/ ad eūdem circulum a h. Ratio autem ipſius circuli c m, ad quadratum b f: conſtat ſimiliter ex ratione ipſius circuli c m/ ad circulū a h, & ratione eiuſdē circuli a h/ad quadratum b f. Circuli porrò a h/ad quadratum b f, eadem præoſtenſa eſt rationis quãtitas: quæ trianguli a n/ad circulum c m. & quantitas rationis eiuſdē circuli c m/ad circulum a h, vtriq; communis eſt. Præfatæ igitur rationes trianguli a n/ad circulum a h, & ipſius circuli c m/ad quadratum b f, ex eiſdem conſtant rationum quantitatibus: & vtraque minoris eſt inæqualitatis. Quæ autem ex eiſdem rationum quantitatibus cõficiuntur rationes, & ſimul maioris, aut ſimul minoris ſunt inæqualitatis: eædem ſunt adinuicem. Ratio igitur trianguli a n, ad circulū a h: eadem eſt rurſum rationi circuli c m/ad quadratum b f.

Alia eiuſdem ſecundæ partis oſtenſio.

5 ¶ Adde quòd eædem rationes trianguli a n/ ad circulum a h, & circuli c m/ad quadratum b f: cum rationibus ipſius a h/circuli/ad eundem circulū c m, & quadrati b f/ ad quadratum d h (quæ eædem ſunt adinuicem)

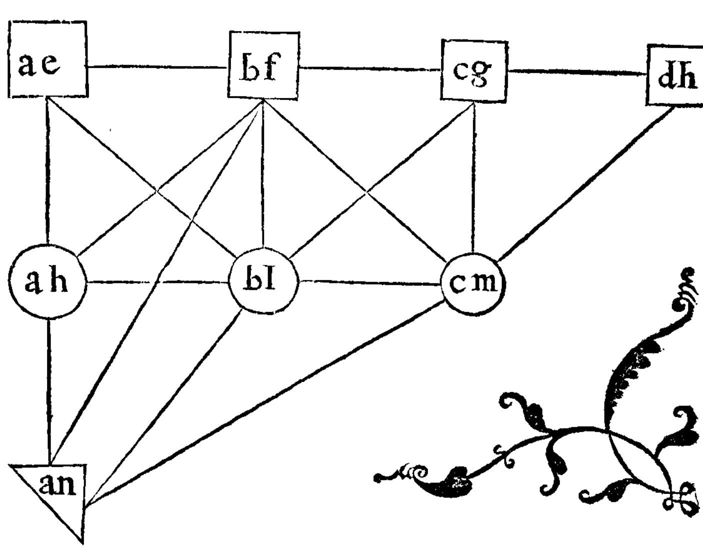
Eandem rurſum partem ſecundam aliter cõcludere.

conficiunt rurſum eaſdem rationum quantitates: ipſius inquā trianguli a n/ad circulum c m,& eiuſdē circuli c m/ad quadratum d h. Eædem præterea rationes trianguli a n/ad circulum a h,& circuli c m/ad quadratum b f:ex eiſdem iterum componuntur rationum quantitatibus. ipſa videlicet ratio trianguli a n/ ad circulum a h,ex rationibus ipſius a n/trianguli/ad quadratum b f,& eiuſdem quadrati b f/ad eundem a h/circulum: ratio autem ipſius circuli c m/ad quadratum b f,ex rationibus eiuſdem circuli c m/ad quadratum d h,& ipſius quadrati d h/ad idem quadratum b f. Quarum rationum quantitates, præoſtenſæ ſunt eædem altera alteri. Rationes itaque trianguli a n/ad circulum a h,& circuli c m/ad quadratum b f: omnibus modis ſunt eædem. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Problema quintum.

QVòd tria interiora & minora quadrata, ipſis tribus circulis qui in tribus primis & maioribus quadratis deſcribuntur, ſingulatim & ordine coæquentur, tandem efficere manifeſtum.

¶Obijciatur rurſum prædictorũ quadratorũ a e, b f, c g, d h, atq; circulorum a h, b l, c m, vnà cum ipſo a n/triangulo, ordinata diſtributio: vt in proximo dictum eſt problemate, & in obiecta continetur formula. Aio itaque I



primũm,quadratum b f/æquari circulo a h.Ratio nanq; trianguli a n/ad quadratũ b f,eadem eſt rationi eiuſdem trianguli a n/ad circulũ a h:In primis enim non poteſt eſſe maior.Nam ſi ratio trianguli a n/ad quadratum b f, eſſet maior ratione eiuſdem trianguli a n/ad circulum a h: ipſum quadratum b f,minus foret ipſo a h/ circulo.Ad quam enim magnitudinem,eadẽ magnitudo maiorem rationem habet:illa minor eſt,per decimam quinti elementorum. Vt autem a n/triangulum ad quadratum b f,ſic c m/ circulum ad circulum a h:atq; vt idem triangulum a n,ad eundẽ circulum a h, ſic præfatum circulum c m/ad ipſum quadratũ b f/ſe habere,proximo oſtenſum eſt problemate. Circulus itaque c m/ad circulum a h,maiorem quoque rationem habebit:quàm ad quadratum b f. Minor erit propterea circulus a h,ipſo quadrato b f, per ipſam decimam quinti elementorum.Patuit autem quòd & maior:quæ ſimul impoſſibilia ſunt.Non eſt igitur ratio trianguli a n/ad quadratum b f,maior ratione eiuſdem a n/trianguli ad circulum a h. Similiter oſtendetur,quòd neque minor.Nam ſi triangulum a n/ad quadratum b f/ minorẽ rationem haberet, quàm ad circulum a h: ipſe circulus a h,minor foret eodem quadrato b f,per eandem decimam quinti elementorum.Oſtenſum eſt autẽ,vt triangulum a n/ ad quadratum b f,ſic c m/circulus,ad circulum a h:atque vt idem triangulum a n/ad ipſum circulum a h, ſic idem circulus c m/ad quadratum b f.Circulus itaque c m, maiorem quoq; rationem habebit ad quadratum b f:quàm ad circulum a h.Et proinde quadratum b f,minus erit a h/circulo,per ſępius allegatã decimam quinti elementorum.Oſtenſum eſt autẽ,quòd & maius: quæ rurſum impoſſibilia ſunt.Non habet igitur triangulum a n, ad quadratũ b f/ minorem rationem:quàm ad circulum a h. Atqui demonſtratum eſt,quòd neq; maiorem.Triangulum igitur a n/eandem rationem habet ad quadratũ b f,quam ad circulũ a h.Ad quas porrò magnitudines,eadem magnitudo eandem habet rationem:ipſæ ſunt inuicem æquales,per nonam quinti eorundem elemẽtorum.Aequum eſt igitur quadratum b f,ipſi a h/circulo. ¶Quod rurſum in hunc modum confirmatur.Cùm enim rationes quadrati b f/ad triangulum a n,& ipſius trianguli a n,ad circulum a h/ſimiles ſint adinuicem,vti nuper oſtenſum eſt,& vna maioris,altera verò minoris ſit inæqualitatis:Conficiunt igitur,per ea quæ proximo deducta ſunt

Quòd quadratum b f, æquatur circulo a h.

Idem aliter concludere.

problemate, æqualitatis rationem. Quadratũ itaq; b f, ad circulum a h/rationem habet æqualitatis: Et proinde ipsum quadratum b f, æquum est eidem a h/circulo. ¶ Idem rursum licebit aliter concludere. quoniam ratio trianguli a n, ad circulum a h, eadẽ est rationi eiusdem trianguli a n/ad quadratum b f: ac eidem rationi trianguli a n/ad quadratum b f, ratio quadrati d h/ad ipsum quadratum b f/ similiter eadẽ. Eadẽ propterea est ratio quadrati d h/ad quadratum b f, quæ trianguli a n/ad circulũ a h, per vndecimã quinti elementorũ. Sed ratio quadrati d h/ad triangulum a n, constat ex ratione ipsius quadrati d h/ad quadratũ b f, & ratione eiusdẽ quadrati b f/ ad ipsum a n/ triangulũ: Ratio autẽ quadrati b f/ad circulum a h, constat similiter ex ratione ipsius quadrati b f/ad triangulum a n, & ratione eiusdẽ trianguli a n/ad eũdem a h/circulum. Ergo ratio quadrati b f/ad circulũ a h, ex eisdẽ componitur rationibus: quibus ipsa ratio quadrati d h, ad triangulũ a n. Rationes porrò, quæ ex eisdem conficiuntur rationibus: eædẽ sunt adinuicẽ. Igitur ratio quadrati b f, ad circulum a h: eadem est rationi quadrati d h, ad triangulum a n. Sed quadratum d h, triangulo a n/æquale præostẽsum est: quadratũ ergo b f, æquũ est ipsi a h circulo. ¶ At quoniam ostensum est tertio problemate, quadratũ b f/ ad circulum a h/ eandem habere rationem, quã c g/quadratum/ ad circulum b l, necnon & quam d h/quadratum/ad circulũ c m: nũc autẽ patuit quadratum b f, æquari circulo a h. Quadratum igitur c g/circulo b l, atq; d h/ quadratum circulo c m/simul coæquari necessum est. Præterea, quoniam eidem quadrato d h, æquum est ipsum a n/triangulum: æquum est igitur idem triangulum a n/eidem circulo c m, per primam cõmunem sententiam. Dato igitur circulo a h, æquale quadratum b f: aliisque duobus circulis b l/& c m, duo simul æqualia quadrata c g/& d h/alterum alteri descripsimus. Datóve quadrato d h, æqualis circulus c m: aliisque duobus quadratis c g/& b f, duo æquales circuli b l / & a h alter alteri simul delineati sunt. Quod secundo, & principali problemate faciendum susceperamus. 2

Idem rursum aliter subinferre.

Q. quadratũ c g/circulo b l, & quadratũ d h, circulo c m, simul adæquantur.

Quòd triangulũ a n, circulo c m/est æquale.

Notandum.

¶ Vno igitur figuræ cõtextu, dato circulo, tres simul quadrantur circuli: datóve quadrato, tribus quadratis tres circuli simul describuntur æquales. Eisdem insuper argumentis & mathematicis inductionibus, ipsorum quadratorum circulatura: quibus & eorundem circulorum quadratura demõstratur. Et quod magis admirabitur aliquando posteritas, per ipsasmet figuræ partes, coassumpto solummodò extremo & omnia complectente quadrato: propositam quadratorum & circulorum conclusimus æqualitatem.

Corollarium.

DAto igitur quouis rectilineo, circulus æqualis vel facilè describetur. Et proinde circulus etiam designabitur, sub dato quouis partium aut mensurarum numero comprehensus.

1 ¶ Rectilineum adpellamus figuram planam, sub rectis quotcunq; lineis contentam siue terminatam: siue ipsa figura regularis, aut irregularis extiterit. Cuiusmodi sunt pentagona, hexagona, heptagona, & reliquæ multangulæ & regulares, hoc est, æquilateræ & æquiangulę figuræ, tam in circulo, quàm circa ipsum circulum describtibiles: & ipsa amblygonia, vel rectangula parallelogramma, atque demum trapezia omnia, quæ neq; laterum, neq; angulorum obseruant æqualitatē. Si igitur ipsi dato rectilineo æquale parallelogrammum rectangulum describatur, per quadragesimam quintam primi elementorum, ac ipsi postmodùm rectangulo parallelogrammo æquale quadratum, per vltimam secundi eorundem elementorum, & huic quadrato circulus tandem figuretur æqualis, per antecedētem secundi problematis traditionem: Erunt idem rectilineum, & descriptus circulus eidem quadrato æqualia, & pro-

2 inde ex ipsa communi sententia æqualia adinuicem. ¶ Item si liberum aliquem partium aut mensurarū proposueris numerum, & tantæ capacitatis rectangulum efformaueris parallelogrammum (quod factu admodum facile est) ipsi postmodum rectangulo parallelogrammo æquale descripseris quadratū, per ipsam vltimam secundi elemētorum, ac ipsi demum quadrato æqualem figuraueris circulum, per idem secundum problema: Erit idem circulus, eiusdem quantitatis cum præassumpto rectangulo parallelogrammo, vtrunque enim ipsi quadrato erit æquale. Et proinde corollarium ex omni parte fit manifestum.

Rectilineum quid.

Primæ partis dilucidatio.

Secundæ partis ipsius corollarij uerificatio.

Authoris conclusio.

HAbes igitur, candide ac humanissime Lector, à nobis tandem adinuētam, & sub compēdiosa admodùm traditione demonstratā ipsius circuli quadraturā: quā philosophorum parēs Aristoteles scibilem esse, at nondū suo tempore scitam, pluribus in locis affirmauit. In qua Circuli quadratura, nō vni tantummodò circulo æquale quadratū, vel vni dato quadrato æqualē circulum describere seu figurare docuimus: sed tribus circulis tria quadrata singulatim æqualia, trésve circulos tribus quadratis respondenter æquales (vti nuper citatum est) inuenire ac simul conscribere monstrauimus. Eam nanque inuentum nostrum præ se ferre videtur vbertatem, vt ex vna trinā, & ex trina vnicam elicere valeamus ipsius circuli quadraturā. Adde quòd vniuersum nostrę inuentionis atque demonstrationis artificium, sub vnica, eáque simplicissima cōclusimus figurę cōtextura: & ex puris geometricorum elementorum theorematibus (quæ certa, & ab omnibus recepta sunt) ipsius demonstrationis certitudinem confirmauimus. Quod illius fauente clementia, qui solus trinus & vnus metitur singula, facere ac tandē ostendere posse non diffidebamus. Hunc porrò laborem nostrum, tibi ac cunctis bonæ voluntatis hominibus, tam gratum ac vtilem fore percupimus: quàm durum & graue illis adfuturum non dubitamus, (si palmam hanc reportauerimus) qui infęlicissimo sydere nati, dum nihil agunt, omnibus omnia inuident, & meæ inciuiliter nimiùm aduersantur fęlicitati. Quos aut meliores reddet, aut malè perdet Dominus. Cui soli sit honor & gloria.

Vbertas huius quadraturæ.

Quàm cōpendiosa eiusdem quadraturæ demonstratio.

(∴)

Quadraturæ circuli recèns adinuentæ, & demonstratæ,

FINIS.

Virescit vulnere virtus.

EIVSDEM ORONTII, DEmonstrationes duæ, altera de area circuli, altera verò de ratione circunferētiæ ad diametrum: quæ duo Archimedis existimantur inuenta.

1 RECEPTVM EST AB OMNIBVS, Archimedem Syracusanum inter alia monimenta Mathematica, duo reliquisse posteris admodùm singularia: quorum alterum est de circuli area, reliquum verò de ratione circunferentiæ ad ipsius circuli diametrum, quod ad executionem primi videtur admodùm necessarium. Ex primo siquidem inuento (vt ex ijs quæ sequuntur apparebit) fit manifestum: semidiametrum circuli in dimidiam circunferentiam ductum, efficere rectangulum parallelogrammum ipsi circulo æquale. Et proinde necessum est habere rectam, quæ eidem circunferentiæ sit æqualis: si eiuscemodi volueris conficere rectangulum, & ipsum demum rectangulum, per vltimam secundi elementorum, conuertere in quadratum. Hic enim fuit omnium eorum scopus, qui præfatam rationem circunferentiæ ad diametrum (vt curuæ rectam haberēt æqualem) tanta
2 diligentia inuenire conati sunt. ¶ At quoniam ipsa duo Archimedis quæ nunc citauimus inuenta, succincta nimium & scabrosa deductione, ab ipso demonstrantur Archimede (saltem quantùm ex ijs, quę ad manus nostras peruenerunt exemplaribus deprehendere valui) adeò vt ijs solis innotescant, qui diu ac non infęliciter in Mathematicis versati sunt: Rem meo officio dignam, & ijs omnibus gratam, ac vtilem simul me facturum existimaui, qui Mathematicis oblectantur institutionibus, si post nostram circuli quadraturam, vtrunque nouis clarioribúsque demonstrationibus elucidarem, & præcisiorem vtcunque rationem circunferentiæ ad ipsum diametrum, aliáque non aspernenda tandem colligerem. In qua re, partim geometricis elemētis, partim verò numerorum (ad ipsius Archimedis imitationem) fretus sum adminiculo. Sit igitur hæc quæ sequitur de circuli area, prius dilucidanda propositio.

Duo Archimedis inuēta necessaria.

Authoris argumentum.

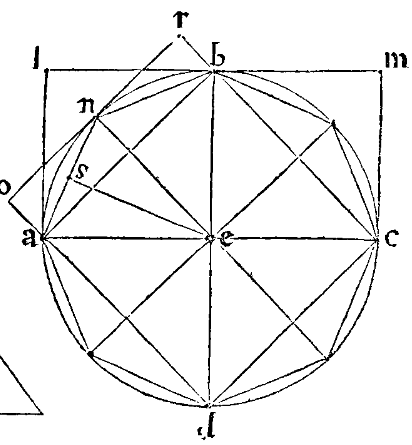
De area circuli, Propositio I.

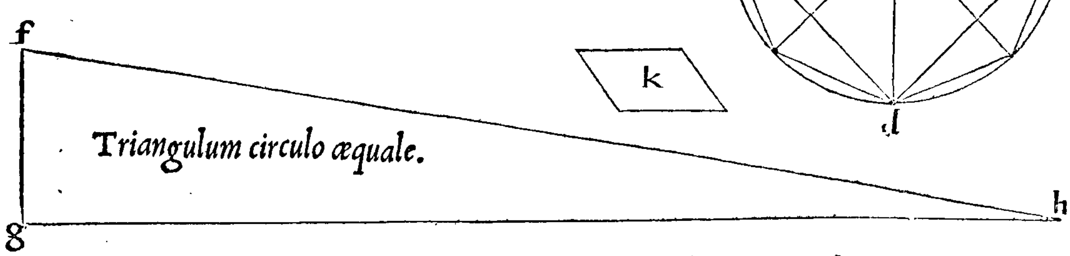
QVòd circulus sit æqualis triãgulo rectangulo, cuius alterum laterum quæ ad rectum sunt angulum semidiametro, reliquũ verò circunferentiæ eiusdem circuli est æquale: demonstrare.

1 ¶ Sit datus circulus a b c d, cuius centrum e: datum verò triangulum rectangulum f g h, cuius angulus qui sub f g/ & g h/ lateribus continetur rectus existat, & ipsum latus f g/ semidiametro, g h/ verò circunferentiæ eiusdem circuli sit æquale. Aio datum circulum a b c d, ipsi triangulo rectangulo f g h/ esse æqualem. Si nanque circulus a b c d, eidem triangulo f g h/ non fuerit æqualis: erit aut eo maior, vel eodem triangulo minor. Vtrunque porrò est impossibile. Nam si idem circulus a b c d, ipso triangulo f g h/ fuerit maior: id erit secundum aliquam magnitudinem. Esto illa (si possibile fuerit) magnitudo k. Circulus itaque a b c d, triangulo f g h, & ipsi k/ simul iunctis erit æqualis: & proinde k / magnitudo, minor est ipso a b c d/ circulo. Auferatur igitur ab eodẽ circulo maius quàm dimidium, & à residuo iterum maius quàm dimidium, & deinceps ita quantumlibet: donec relinquatur magnitudo, quæ sit minor ipsa k, per primam decimi elementorum. Hoc autem in hunc modum absoluetur. In ipso dato circulo, quadratum describatur a b c d, per sextam quarti eorundem elementorum. Quo sub tracto ex toto circulo: detractum erit maius quàm dimidium. Productis enim a c/ & b d/ eiusdem quadrati dimetientibus, in centro e/ ad rectos sese dirimentibus angulos: per punctum b, ipsi a c/ parallela ducatur l b m. & rursum per a/ & c/ pũcta, ipsi e b/ parallelę ducãtur a l/ & c m, per trigesimamprimã primi elementorũ: quæ per corollariũ decimæsextæ tertij ipsorũ elementorũ, tangẽt ipsum a b c d/ circulum. Parallelogrammum erit igitur a l m c/ rectangulum: & ipsius triãguli a b c, hoc est, dimidij quadrati in dato circulo descripti duplũ, per quadragesimãprimam ipsius primi elemẽtorũ, sunt enim in eadẽ basi a c/ & in eisdẽ parallelis a c/ & l m/ cõstituta.

Quòd circulus, proposito triangulo non est maior.

Et proinde triangulo a b c, æqualia ſunt a b l/& b c m triangula: quæ relictis eiuſdem circuli ſectionibus, ſuper a b/& b c/lateribus ipſius quadrati deſcriptis, ſunt maiora, per nonã communẽ ſententiã. Triangulum propterea a b c, eiſdem circuli ſectionibus eſt maius: nam æqualia, eorundem ſunt æquè maiora, per ſextæ communis ſententiæ conuerſionem. Haud aliter oſtendetur triangulum a d c, reliquis eiuſdem circuli ſectionibus, ſuper a d/& d c/lateribus deſcriptis, fore maius. Totum igitur quadratum a b c d, relictis quatuor circuli ſectionibus eſt maius. Eo itaque ſubtracto, à toto circulo: detractũ erit maius, quàm ipſius circuli dimidium. Quòd ſi reſiduum fuerit maius ipſa magnitudine k: auferatur rurſum maius quàm dimidium ipſius reſidui, in hunc qui ſequitur modum. Diuidatur arcus a b/bifariam in puncto n, per trigeſimam tertij elementorum: & productis d a/& c b/lateribus in directum & continuum, per datũ punctũ n/ipſi a b/parallela ducatur o r, per trigeſimamprimã primi elemẽtorum: & connectantur a n/& n b/lineæ rectæ, per primũ poſtulatũ. Parallelogrammum erit igitur a o r b/ rectangulum: & ipſius trianguli iſoſcelis a n b/ duplum, per quadrageſimãprimam eiuſdẽ primi elementorũ, conſiſtunt enim ſuper eadẽ baſi a b, & in eiſdẽ parallelis a b/ & o r. Et proinde a n o/& b n r/triangula, eidem triangulo a n b/ſunt æqualia. quæ cũ ſint maiora relictis circuli ſectionibus,

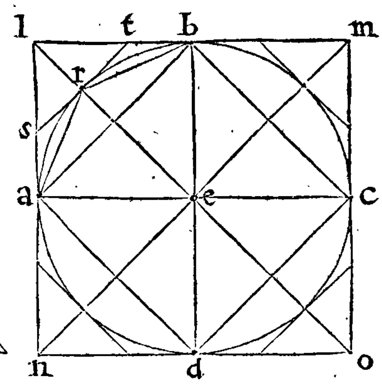


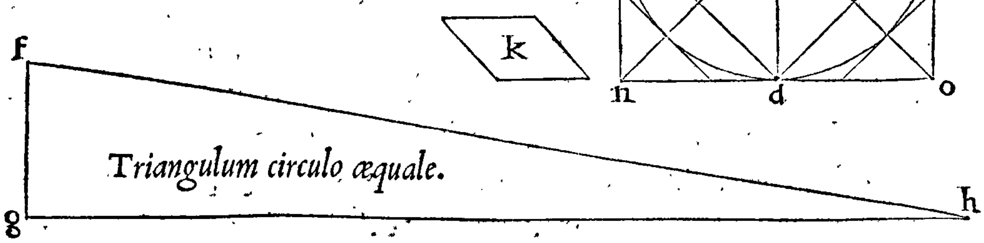


ſuper a n/& n b/lateribus cõſtitutis: fit vt idẽ triangulũ a n b, eiſdẽ ſectionibus ſit maius. Haud aliter, diuiſis reliquis arcubus bifariã, & deſcriptis iſoſcelibus triangulis ſuper reliquis eiuſdem quadrati lateribus: vnumquodque triangulum, relictis eiuſdẽ circuli ſectionibus, ſuper ipſius trianguli lateribus cõſtitutis, maius oſtendetur. Quatuor itaque iſoſcelibus triangulis ſubtractis: detractum erit à præfato reſiduo maius, quàm dimidium. At ſi reſiduæ octo circuli ſectiones, eadem magnitudine k/ſint maiores: ſubtrahãtur rurſum octo iſoſcelia triangula, ſuper antecedentium triangulorum lateribus deſcripta. detrahetur enim ab ipſo reſiduo maius q̃ dimidium: quemadmodùm ex proximo diſcurſu deducere haud difficile eſt. Idque deinceps continuetur: quatenus ipſum reſiduum, eadem magnitudine k/fuerit minus. Et ſupponantur exempli gratia, relictæ octo ſectiones, ſuper a n/& n b/atque reliquis ſimilibus conſiſtentes lateribus: præfata magnitudine k/fore minores. Clarum eſt igitur, ipſam multilateram & octogonam ſuperficiem, ex quadrato & circunſtantibus triangulis reſultantem: maiorem eſſe dato f g h/ triangulo. continet enim ipſum f g h/triangulum, & partem ipſius k, eam videlicet qua præfatum reſiduum eadem magnitudine k/ minus eſt: cùm per hypotheſin, circulus ipſis triangulo f g h/& k/ magnitudini ſimul iunctis, ſit æqualis. Atqui oſtendetur etiam, quòd & minor eſt eadẽ multilatera ſuperficies, ipſo triangulo f g h. Diuidatur enim vnum latus ipſius multilateræ ſuperficiei bifariam, per decimam primi elementorum: vtpote, a n/in puncto s. & connectatur recta linea e s: quæ per tertiam tertij eorundem elementorum, ipſam a n/ ad rectos diſpeſcet angulos. Quod igitur ſub a n/& e s/continetur rectangulum, duplum eſt trianguli a e n, per ſæpius allegatã quadrageſimamprimã primi elementorũ: fiet enim parallelogrammum, in eadem baſi a n, & in eiſdem parallelis cum ipſo triangulo a e n/conſtitutum. Et proinde quod ſub eadem e s, & quolibet alio eiuſdem poligonæ latere continetur rectangulum: duplum eſt eius trianguli, quod ſuper eodem latere verſus e/centrum conſtituitur. Quotuplex autem eſt vnum prædictorum rectangulorũ, vnius trianguli: totuplicia ſunt & omnium triangulorum omnia rectangula, per primam quinti ipſorum elementorum. Quæ igitur ſub eadem e s, & omnibus eiuſdem multangulæ lateribus continentur rectangula: dupla ſunt omnium triangulorum, ſuper eiſdem lateribus conſiſtentium: & ipſius propterea multangulæ ſuperficiei dupla, vtpote, quæ ex eiſdem conſtat triangulis. Ipſa igitur multangula ſuperficies: dimidium eſt eorum, quæ ſub e s/& quolibet eiuſdẽ ſuperficiei latere continentur rectangulorũ. Atqui ipſa e s, minor eſt dati circuli ſemidiametro, cui æquale ſupponitur latus f g: & eadem latera, circunferentia eiuſdem circuli ſunt minora, cui reliquum latus g h/æquale ſupponitur. & ſub minoribus rectis, minora comprehẽduntur rectãgula. Quæ igitur sub e s,& quolibet ipsius multangulæ superficiei latere continẽtur rectangula: minora sunt eo, quod sub f g/& g h/cõtinetur. Id autẽ quod sub f g/& g h/cõtinetur rectangulũ, duplũ est ipsius triãguli f g h, per eandẽ quadragesimãprimã primi elemẽtorum: & proinde ipsum triangulũ, eiusdẽ rectanguli dimidiũ. Quæ autẽ inæqualium sunt dimidium, inæqualia sunt adinuicem: nam partes & æquè multiplicia, sunt inuicem proportionalia, per decimamquintam quinti ipsorũ elementorũ. Minor est itaq; præfata multilatera superficies, ipso triangulo f g h. Patuit autẽ quòd & maior: quę simul impossibilia sunt. Nõ est igitur circulus a b c d, maior ipso triangulo f g h.

Quòd idẽ circulus, ipso triangulo proposito non est minor.

¶ Aio præterea, quòd neque minor est idem circulus a b c d, ipso triangulo f g h. Si nanq; fuerit minor: sit rursum illorum differentia, superficies k. Et circa datum circulum a b c d, quadratũ describatur l m n o, per septimam quarti elementorum. Aut igitur quadratum l m n o, maius est, aut minus ipso rectilineo k: vel eidem æquale. Sit in primis maius. & ab ipso quadrato l m n o, subtrahatur maius quàm dimidium, & rursum à residuo maius quàm dimidium, & deinceps ita: quatenus relinquatur magnitudo quædam minor ipso k, per primam decimi eorundem elementorum. Tollatur itaque primùm, datus circulus a b c d: subtrahetur enim maius quàm dimidium. Descripto nanque intra circulũ quadrato a b c d, per sextã quarti elementorũ: cuius anguli tangant ipsius quadrati circũscripti latera, productisq; binis illius dimetientibus a c/ & b d: clarum est inscriptum quadratum a b c d, dimidium fore circunscripti l m n o. At circulus ipse, inscripto quadrato maior est: eo itaque subtracto, detrahetur maius quàm dimidium eiusdem circunscripti quadrati l m n o. Relinquentur itaq; quatuor triangula, ad ipsius circunscripti quadrati angulos consistentia, & arcuatas circunferẽtiæ obtinentia bases. Quæ si pręfata magnitudine k/fuerint maiora: subtrahatur rursum ab illis maius quàm dimidium, in hunc qui sequitur modum. Connectatur recta linea e l, diuidens bifariam arcum a b/in puncto r: & per ipsum punctum r, ad angulos rectos excitetur s r t, per vndecimam primi elementorum, ipsius quadrati circunscripti tangẽs latera, quæ per corollarium decimæsextæ tertij eorũdem elementorum, tangit ipsum a b c d/circulum in eodem puncto r. Aio itaq;, quòd subtracto rectilineo triangulo l s t, cuius baſis eſt recta s t, à triangulo a l b, cuius baſis eſt arcus a r b:detractum erit maius,quàm dimidium.Connexis enim a r/& r b/lineis rectis, quoniam l r t/ & t r b/ triangula ſub eodem ſunt vertice,ſcilicet r:ſe habent igitur vt baſes l t/& t b, per primā ſexti prædictorum elementorum.Sed baſis l t,baſi t b/maior eſt:& triangulum igitur l r t,maius eſt triangulo t r b. quapropter & multò maius triāgulari extra circulum relicta portione t b r,cuius vnum latus eſt arcus r b. Quòd autem baſis l t,ſit maior baſi t b:ſit manifeſtū.Nam anguli e b r/& e r b,trianguli b e r, ſunt per quintam primi elemētorum inuicem æquales, & rectus e b t/recto e r t/æqualis,per quartum poſtulatum:reliquus igitur angulus b r t,reliquo t b r,per tertiam communē ſententiā eſt æqualis.Et latus propterea b t,lateri t r,per ſextam





eiuſdem primi æquale. Sed latus l t,maius eſt latere t r, per decimamnonam eiuſdem primi,ſubtendit enim angulum rectum qui ad r/vtroque reliquorum duorum maiorem:quapropter & maius ipſo latere t b. Haud diſſimiliter oſtendetur, triangulum l r s, maius eſſe triangulo a s r, cuius baſis eſt arcus a r. Et proinde totum l s t/triangulum,maius eſt binis triangularibus ſuperficiebus a s r/ & r t b,quarum baſes ſunt arcus a r,& r b. Et reliqua deinde triangula,ad reliquos angulos ipſius quadrati conſiſtentia:maiora ſimiliter oſtendentur reliquis ſimilibus ſimilitérque poſitis, & extra circulum derelictis triangulis.Detractis igitur eiſdem angularibus triangulis:ſubtractum erit ab ipſo reſiduo maius quàm dimidium. Si autem ipſum reſiduum , fuerit adhuc maius eadem magnitudine k: productis rurſum ex centro e,ad s/& t/atque reliqua ſimilia puncta lineis rectis, ſuſcitatíſque in tranſuerſum ad angulos rectos quæ ipſum tangant circulum, & circunſcripti poligoni attingant latera: ſi ea quæ ad ipſius poligoni conſiſtunt angulos ſubducantur triangula, detractũ erit ab eodẽ reſiduo maius quàm dimidium. quemadmodùm ex proximo diſcurſu, demonſtrari vel facilè poteſt. Idq; deinceps cõtinuetur: quatenus ipſum reſiduum, eadem magnitudine k/fuerit minus. Supponantur igitur maioris euidentiæ cauſa, præfatæ octo triangulares ſuperficies extra circulum derelictę, ipſo rectilineo k/fore minores. Et quoniam circulus a b c d, & magnitudo k, triangulo f g h/ ſunt æqualia: erit igitur circunſcriptum poligonum eodem f g h/ triangulo minus, comprehẽdit enim ipſum circulum, & reſiduum minus ipſo k, per conſtructionem. Atqui circũſcripti poligoni latera, maiora ſunt ipſius circuli circunferentia: & ipſi circunferentiæ æquale ſupponitur latus g h, ſemidiametro autem latus f g. Quæ igitur ſub circuli ſemidiametro, & quolibet ipſius poligoni latere continentur rectangula: maiora ſunt eo, quod ſub f g/& g h/continetur rectangulo. Eorum autem quæ ſub eodem circuli ſemidiametro, & quolibet ipſius poligoni latere continentur rectangulorum, dimidium eſt ipſum poligonum circulo circunſcriptum: triangulum verò f g h, dimidium eius quod ſub f g/& g h/rectanguli continetur. quemadmodùm de inſcripto poligono, prima huius parte deductũ eſt. Partes autem & æquè multiplicia, ſunt per decimamquintam quinti elementorum inuicem proportionalia. Maius eſt igitur poligonum circulo circunſcriptum, eodem f g h/triangulo. Patuit autem quòd & minus: quæ ſimul impoſſibilia ſunt. Non eſt igitur circulus a b c d, minor ipſo triangulo f g h. Et oſtenſum eſt quòd neque maior. Aequalis igitur eſt ipſe circulus a b c d, eidem triangulo rectangulo f g h: cuius vnum latus eorũ quæ ad rectum ſunt angulum ſemidiametro, alterum verò circunferentiæ eiuſdem circuli eſt æquale. Idem, ac multò facilius oſtendere licebit: vbi circunſcriptum quadratum l m n o, æquale, vel minus datum fuerit ipſo rectilineo k. Quod demonſtrandum tandem ſuſceperamus.

Corollarium I.

QVod igitur ſub circuli ſemidiametro, & dimidia circunferentia continetur rectangulum: æquum eſt ipſi circulo.

¶ Patuit enim suprà, circulum a b c d, æquum esse triangulo rectangulo f g h, cuius latus f g, semidiametro, g h verò circũferentiæ ipsius circuli supponitur æquale: Ipsum quoque triangulum f g h, & proinde circulum a b c d, dimidium fore eius rectanguli quod sub f g & g h continetur. Eiusdem præterea rectanguli dimidium est, quod sub eodem semidiametro, & dimidia continetur circunferentia. Quæ autem eiusdem sunt dimidium, inuicem sunt æqualia, per septimam communem sententiam. Quod igitur sub circuli semidiametro, & dimidia illius circunferentia continetur rectangulum, ipsi circulo est æquale. Hac igitur de causa, innumeri circunferentiam ipsius circuli in iustam mensuræ rationem (veluti præfati sumus) redigere conati sunt. Quos omnes longè superauit Archimedes: cuius inuentum hic subnectere, & noua demonstrandi ratione confirmare non duximus importunum.

Cur innumeri circunferentiam in rectã uertere conati sunt.

Corollarium 2.

AREa consequenter dati cuiuslibet regularis poligoni: æquatur rectãgulo, quod sub perpendiculari ex centro in latus vnum demissa poligoni, & dimidio continetur ambitu.

¶ Patuit enim ex primæ partis huiusce propositionis discursu, id quod sub e s perpẽdiculari & omnibus inscripti poligoni a n b c d lateribus continetur: duplum fore ipsius poligoni. Fiunt enim tot rectangula parallelogramma, quot sunt isoscelia triangula super eisdem lateribus consistentia: quorum rectangulorum quodlibet præostensum est ipsius trianguli esse duplum. Si igitur ex centro dati cuiuslibet regularis poligoni, in vnum eius latus perpendicularis ducatur: ipsa perpendicularis per dimidium ambitum multiplicata, conficiet aream eiusdem oblati poligoni.

Vt dimetiẽda area dati cuiuslibet poligoni regularis.

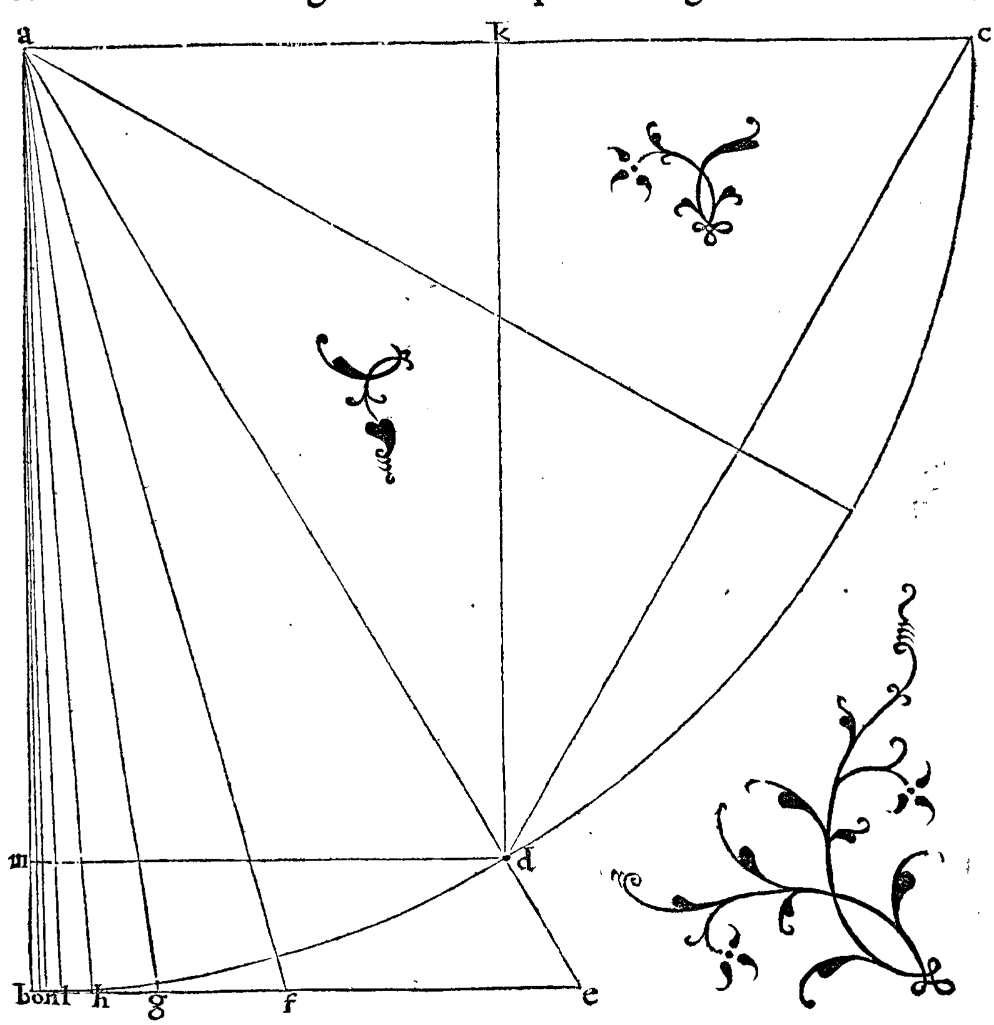
De ratione circunferentiæ, ad circuli diametrum, Propositio secunda.

CIrcunferentiam circuli ad eius diametrum, rationem habere tripla ſeſquiſeptima minorem; maiorem autem tripla ſeſquioctaua.

1 ¶ Hoc præſtantiſſimum Archimedis inuentũ de ratione circunferentiæ ad circuli diametrũ, quemadmodum & proximum de ipſius circuli area: longè faciliori, magíſq; ſuccincta, atq; fida demonſtratione, q̃ fecerit idẽ Archimedes, vel illius ſequaces, conabimur reddere manifeſtum. Eſto igitur circuli quadrans a b c, ſub a b/ & a c/ ſemidiametris, & quarta circũferentiæ parte b c/comprehenſus. In hoc itaq; circuli quadrante, dato a b/vel a c/ſemidiametro: æqualis recta linea coaptetur c d, per primam quarti elementorum. Et à puncto b/dati a b/ſemidiametri, ad angulos rectos excitetur b e, per vndecimam primi ipſorum elemẽtorum: quæ per corollarium decimæſextæ tertij eorundem elementorum, tanget circunferentiam b c/in puncto b. Connectatur deinde recta a d e, per primum poſtulatum: conueniet enim tandem cum ipſa b e, per quintum poſtulatum. Erit itaq; recta c d, latus hexagoni æquilateri & æquianguli in circulo (cuius quadrans eſt a b c) deſcripti, per corollarium decimæquintæ quarti prædictorum elementorum: & ſubtendens propterea arcũ 60 graduum, qualium b c/quadrãs eſt 90. Reliquus igitur arcus d b, erit ſimilium graduum 30: & deductus propterea ſuper eodẽ arcu angulus b a d, tertia pars anguli recti: atq; duplum ipſius b e, latus hexagoni æquilateri & æquianguli, eidem circulo circunſcripti. Diuidatur itaq; idẽ angulus b a d/ſeu b a e/bifariam, per nonam primi elementorum: ſub recta quidem a f. Erit igitur angulus b a f, pars ſexta ipſius anguli recti, ſubtendens gradus 15: duplum autem ipſius b f, latus dodecagoni regularis, circa præfatũ circulum deſcripti. Diuidatur rurſum angulus b a f/bifariam, per eandem nonam primi: ſub recta quidem a g. Angulus ergo b a g, eiuſdem anguli recti pars erit duodecima, ſubtendens gradus 7 & 30 prima minuta: & proinde duplum ipſius b g, conficiet latus poligoni regularis habentis latera 24, circa eundem circulum deſcripti. Angulus conſequenter b a g/bifariam diuidatur, ſub a h/recta. Erit itaque angulus b a h, ipſius anguli recti pars vigeſimaquarta,

Cõſtructio primæ partis huiuſce propoſitionis.

ſubtendẽs gradus tres;vnà cum primis minutis 45:duplum autem ipſius b h,erit latus circũſcripti poligoni regularis ſub 48 lateribus comprehenſi.Diuidatur ſimiliter angulus b a h/bifariam:ſub recta quidem a l.Angulus ergo b a l,erit quadrageſima octaua pars eiuſdem anguli recti,ſubtendétque gradum vnum,prima minutà 52,& ſecunda 30: & proinde duplum ipſius b l,cõficiet latus circunſcripti poligoni regularis,latera 96 continẽtis.Angulus rurſum b a l, bifariam diuidatur , ſub recta a n . Erit ergo angulus b a n,præfatì anguli recti pars nonageſima ſexta,ſubtendens prima tantum modò minuta 56,ſecunda verò 15:vnde ipſius b n/duplum , erit latus regularis poligoni habentis latera 192, ac eidem circulo circunſcripti. Tandem ſi angulus b a n,per ipſam nonã primi elementorum bifariam diuidatur,ſub recta quidem a o:neceſſum eſt angulũ b a o, centeſimam & nonageſimãſecundã partem anguli recti continere,



ſubtenderéque vnius gradus prima minuta 28,& ſecunda ferè 7:atque duplum ipſius b o,fore latus poligoni æquilateri & æquianguli circa pręfatum circulum deſcripti,cuius latera ſunt numero 384.

¶His ita conſtructis & præoſtenſis,inuenienda eſt ipſarum a b/atque b o/quantumuis minutim diſtributarum quantitas.Supponemus itaque ſubtenſam a o, continere (verbi gratia) partes 60000: & quot ſimilium partium fuerit vtraq; & a b/& b o, ex ea ſinuum tabula, quæ maximum ſinum habet partium 60000, in hunc qui ſequitur modum colligemus. Accipiemus enim ſinum rectum illius arcus quem ſubtendit angulus b a o, quem prædiximus fore primorũ minutorum 28, & ſecundorum ferè 7: is autem ſinus erit partium 490, tot igitur partium erit ipſa b o. Deinde accipiemus ſinum rectum complementi eiuſdem arcus, vtpote 89 graduum, 31 primorum minutorum,& ſecundorum ferè 53:quem ſinum experieris eſſe partium 59998,tãtus eſt ſemidiameter a b. Duplentur conſequenter eædem 490 partes,conſurgent partes 980:tot igitur partium eſt latus poligoni regularis habentis latera 384,quod circa circulum(cuius quadrans eſt a b c) deſcribitur. Multiplicentur itaq; 980, per 384, reſultabunt 376320: tantus eſt ambitus eiuſdem poligoni.Duplentur inſuper ipſæ 59998 partes a b, conſurgent totius diametri partes 119996: quæ triplatæ conficient partes 359988. Atqui 376320 partes,continent ſemel 359988,& præterea 16332,quæ non faciunt ſeptimam partem ipſorum 119996: nam ea eſt 17142/ & $\frac{2}{7}$.Habet igitur ambitus ipſius poligoni, ad diametrũ rationem tripla ſeſquiſeptima minorem. Et quoniam circunferentia circuli, minor eſt ambitu eiuſdem circunſcripti poligoni:à fortiori igitur eadem circunferentia,ad ipſum diametrum rationem habet tripla ſeſquiſeptima minorem.

Quòd circunferẽtia ad diametrũ rationẽ habeat tripla ſeſquiſeptima minorem ex prædictis colligere.

¶Quòd autem in rectangulis triangulis,dato latere angulum rectum ſubtendente,& vno acutorum angulorum noto, reliqua innoteſcãt latera:ſic demonſtratur.Sit datum(in exemplum)rectangulum triangulum a d m,cuius latus a d/rectum ſubtendens angulum ſit notũ,& angulus d a m/notus.deſcribatur igitur circa punctum a, & ad interuallũ a d,quadrãs circuli a b d c:& per punctum d,ipſi a m parallela ducatur quæ ſit d k, per trigeſimamprimã primi elementorum . Parallelogrammum eſt igitur a m d k: & latus d k,ipſi a m/æquale,per trigeſimãquartã ipſius primi.Et quoniam

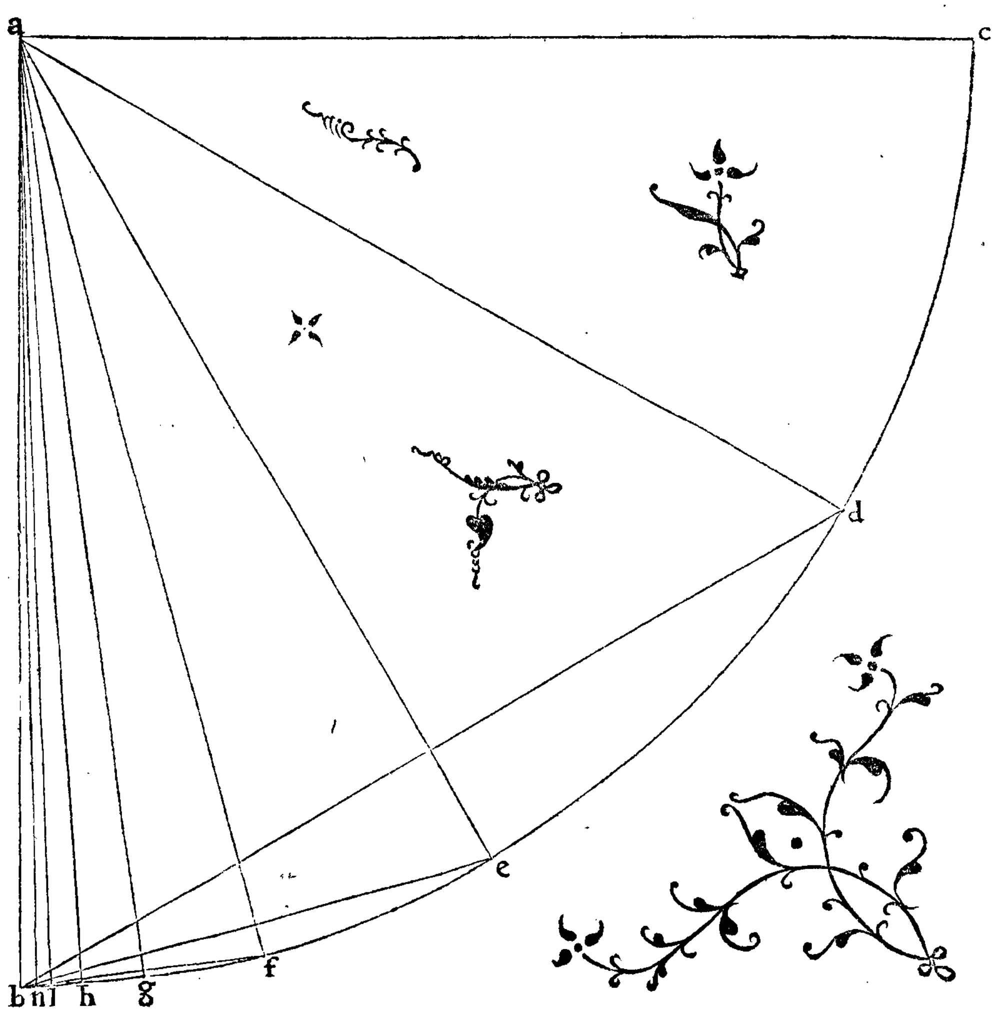
Dato triangulo rectãgulo, & uno acutorum angulorum noto, cũ latere angulũ rectum ſubtendente, reliqua innoteſcere latera.

angulus b a d/notus est,arcus igitur b d/est notus:& proinde sinus rectus d m,ex tabula sinuum fiet notus. Nota erit etiã & d k,sinus rectus complementi d c:cui æquatur a m.Bina igitur latera a m/& m d/fient nota:ídq; pro ratione partium ipsius a d. In præfato autem triangulo rectangulo b a o, angulus qui ad a/est notus, & arcus b o/notus, atq; illius complementũ o c/notum (veluti nuper ostensum est)quapropter & ipsa a b/& b o/latera supradicto modo fiunt manifesta,in partibus quidem,qualium a o/data est 60000.

Secundæ partis ostẽsio mathematica.

SECVNDA verò pars,vtpote,quòd eadem circuli circunferentia, ad diametrum rationẽ habet tripla sesquioctaua minorem: haud dissimili via demonstrabilis est.Repetatur itaque circuli quadrans a b c. Et dato a b/vel a c/semidiametro, æqualis recta linea b d/rursum coaptetur,per ipsam primam quarti elementorum: & connectatur a d/recta,per primum postulatum.Erit igitur per corollarium decimęquintæ ipsius quarti,recta b d/latus hexagoni æquilateri & æquianguli, circulo cuius quadrans est a b c/inscripti: subtendens sextam circunferentiæ partem,hoc est,arcum b d/graduum 60,qualium tota circũferentia est 360, & ipse quadrãs b d c/ (à quo rectus qui sub b a c/dimetitur angulus) 90.Et proinde angulus b a d,duo tertia comprehendit ipsius anguli recti.Diuidatur igitur idem angulus b a d/bifariam,per nonam primi eorundẽ elementorum,sub recta quidẽ a e:& connectatur chorda b e,per primum postulatum.Angulus itaque b a e, tertia pars erit eiusdẽ anguli recti,subtendẽs arcũ b e/graduũ 30,nempe dimidiũ ipsius b d: & ipsa chorda b e,latus erit dodecagoni æquilateri & æquianguli, in eodẽ circulo descripti. Diuidatur rursum angulus b a e/ bifariã, sub recta a f,per eandem nonã primi elementorum: & cõnectatur chorda b f.Erit igitur angulus b a f, sexta pars ipsius anguli recti, subtendẽs arcum b f/graduum 15:& ipsa chorda b f,latus poligoni regularis in præfato circulo descripti,habentis latera 24.Angulus consequenter b a f/bifariam diuidatur,sub recta a g:& cõnectatur chorda b g.Erit itaque angulus b a g,eiusdẽ anguli recti pars duodecima,subtendens arcum b g/graduum 7, & primorum minutorum 30:ipsa quoque b g/recta,erit latus inscripti poligoni regularis,sub 48 lateribus comprehẽsi.Rursum diuidatur angulus b a g/ bifariam,sub recta b h: & connectatur chorda b h. Angulus ergo b a h,vigesimaquarta pars erit anguli recti,& subtensus arcus b h/

trium graduum & primorum minutorum 45: chorda autem b h, latus inſcripti poligoni regularis,latera 96 cõtinentis. Haud aliter diuiſo bifariam angulo b a h, ſub recta a l, & connexa chorda b l: angulus b a l,quadrageſimamoctauã partẽ ipſius anguli recti com prehẽdet,arcus proinde b l/vnũ gradum,prima minuta 52,& ſecũda 30:erítq; chorda b l,latus poligoni regularis habentis latera 192, in eodem circulo deſcripti. Quòd ſi angulus b a l/bifariam tãdem diuidatur, per eandem nonam primi elementorum,ſub recta quidem a n, & connectatur chorda b n: erit angulus b a n, ipſius anguli recti pars nonageſimaſexta, & arcus propterea b n/ primorum tantùm minutorum 56,ſecũdorum præterea 15: Chorda porrò b n, latus poligoni æquilateri & æquianguli,continentis latera 384, & in eodem circulo (cuius quadrans eſt a b c) deſcripti.



Quod circunferētia ad diametrū rationē habeat tripla sesquioctaua minorem, numeris elucidare.

¶His ita cōstructis,& demōstratis:supponatur semidiameter a b/ totius quadrātis sinus rectus,fore partiū 60000.Et per sinuū tabulā,cuius sinus maximus est partiū itidē 60000 suscipiatur chorda b n/quę ex sinu recto dimidij arcus geminato consurgit. Dimidiū itaq; ipsius arcus b n,cōtinet prima minuta 28,& secūda ferè 7:quorum sinus rectus, habet partes 490.bis autē 490,cōficiunt 980:tot igitur partium est ipsa chorda b n.Multiplicētur ergo 980,per numerum laterum ipsius poligoni cuius b n/ recta est vnum latus, vtpote,per 384:fient partes 376320.tantus est ambitus ipsius inscripti poligoni,habētis latera 384.Bis autem 60000,cōficiunt 120000: tot igitur partium est ipsius circuli diameter. Ipsum ergo poligonum, se habet ad diametrum,vt 376320 ad 120000. Sed numerus 376320,cōtinet 120000 ter,vtpote 360000,& præterea 16320,quæ superant ipsorum 120000 octauam partem: nam ea est 15000. Ratio itaque 376320, ad 120000: maior est tripla sesquioctaua. Præfatum ergo poligonum, ad diametrū rationem habet tripla sesquioctaua maiorem. Ipsius autē poligoni lateribus, maior est circunferentia circuli,in quo sæpius expressum describitur poligonum. A fortiori igitur eadem circunferentia circuli,ad ipsum diametrū rationē habet tripla sesquioctaua maiorē. Quod susceperamus ostēdendum.

Corollarium 1.

Contra alteram Archimedis partem,de ratione circūfe.ad diame.

NOn habet ergo circūferētia circuli,ad diametrū rationē tripla superdecupartiēte septuagesimasprimas(vt asserit Archimedes)maiorem.

¶Si diuiseris enim 120000 partes diametri, per 71, prosilient 1690, vnà cūm $\frac{10}{71}$:quæ decies sumpta,cōficiunt 16901 & $\frac{29}{71}$. Hæc autem maiora sunt 16320,quibus idem ambitus poligoni partium 376320, superat triplati diametri partes 360000 : excedunt enim 581 partibus. Et proinde circunferentia circuli, ter continet diametrum, & minus decem illius septuagesimisprimis.

Corollarium 2.

RAtio tripla sesquiseptima, magis accedit ad veram rationem circunferentiæ ad diame/

trum:quàm tripla ſeſquioctaua.

¶Nam differentia inter reſiduum triplati diametri,à toto ambitu circunſcripti vel inſcripti poligoni regularis habentis latera 384,& ſeptimã totius diametri partem:minor eſt differẽtia eiuſdẽ reſidui, & octauæ partis ipſius diametri.Iuxta enim huiuſce propoſitionis primã partẽ, ipſum reſiduũ fuit partium 16332: iuxta verò partem ſecũdam,16320.Et vtrobiq; pars ſeptima diametri,partiũ ferè 17142: octaua autẽ, partium circiter 15000.Differẽtia porrò inter 16332/& 17142,eſt 810: inter verò 15000/& 16332,eſt 1332. Differentia rurſum inter 16320/& eadẽ 17142,eſt partium 822:& ipſa 15000,partiũ 1320. Minus ergo diſtat ipſum reſiduum à parte ſeptima,q̃ ab octaua:& proinde ratio tripla ſeſquiſeptima,præciſior eſt tripla ſeſquioctaua.

Corollarium 3.

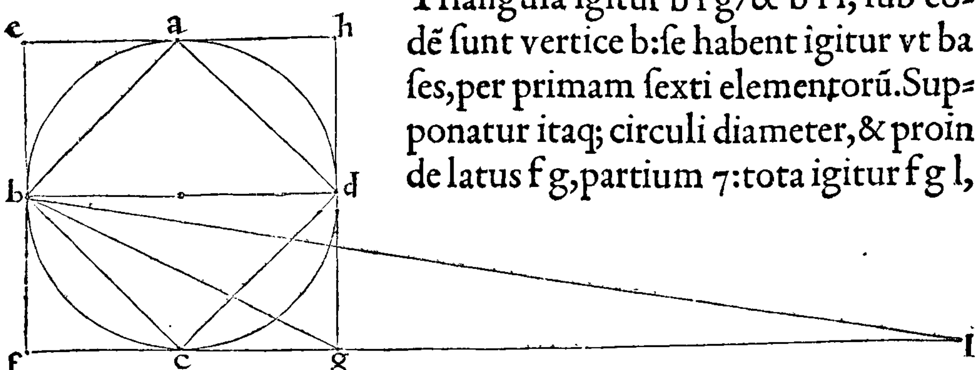
PRæciſior adhuc eſt ratio tripla ſuperbipartiens quindecimas (vt 3,ad 1 & $\frac{2}{15}$) ipſa ratione tripla ſeſquiſeptima.

¶Duo enim quindecima,conſurgunt ex $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{8}$ ſimpliciter iunctis: & neq; ſeptimam,neq; octauã efficiũt ipſius diametri partem, inter quas eadem ratio circunferentiæ ad diametrum verſatur.Quòd autem ea ſit præciſior tripla ſeſquiſeptima: ex numeris primæ partis huius propoſitionis, fit manifeſtum. Nam diameter,fuit partium 119996:& ipſorum 119996 pars quindecima,eſt 7999 & $\frac{11}{15}$.duæ porrò quindecimæ,conficiunt 15999 & $\frac{7}{15}$:quæ ferè complent differẽtiam inter ambitum poligoni circulo circunſcripti habẽtis latera 384,& triplum diametri eiuſdẽ circuli (quæ differẽtia,fuit partiũ 16332)& plus differũt ab ipſius diametri parte ſeptima, quæ eſt partiũ 17142 & $\frac{2}{7}$,q̃ ab ipſis 16332.Diſtant enim 15999 & $\frac{7}{15}$,ab ipſis 17142 & $\frac{2}{7}$,partibus 1142 vnà cum $\frac{86}{105}$:ab ipſis autem 16332,partibus tantummodò 332 & $\frac{8}{15}$.Et quoniam ſecundo corollario demonſtratum eſt, rationem triplam ſeſquiſeptimam,præciſiorem eſſe tripla ſeſquioctaua: longè itaq; præciſior erit eadem ratio tripla ſuperbipartiens quindecimas,ipſa ratione tripla ſeſquioctaua.

Corollarium 4.

AREa itaque circuli, ad circunſcriptum quadratum rationem ferè habet, quam 11 ad 14: ad inſcriptum autem quadratum, quam 11 ad 7.

Hypotheſis corollarij. ¶ Hoc velim intelligas, ſuppoſito ꝙ circunferentia ad diametrum rationẽ habeat triplã ferè ſeſquiſeptimam. Sit enim datus circulus a b c d: circũſcriptum autẽ ex dimetiente quadratum, e f g h. Cuius latus f g, in directum producatur verſus l: ponatúrq; f g l, circunferentiæ ipſius circuli æqualis, ter cõtinens diametrum & ſeptimam eiuſdẽ diametri partẽ. Connectãtur demum b g/ & b l/ lineæ rectę. Triangula igitur b f g/ & b f l, ſub eodẽ ſunt vertice b: ſe habent igitur vt baſes, per primam ſexti elementorũ. Supponatur itaq; circuli diameter, & proinde latus f g, partium 7: tota igitur f g l,



erit partium ſimiliũ 22. Triangulũ ergo b f l, ad triangulũ b f g/ ſe habet, vt 22 ad 7. Sed per antecedẽtẽ primã propoſitionẽ, triangulo b f l/ æqualis eſt a b c d/ circulus. Idẽ ergo circulus a b c d, ad triangulũ b f g/ ſe habet, vt 22 ad 7: æquales enim magnitudines, ad eandem magnitudinem eandem habẽt rationem, per ſeptimam quinti eorundem elementorum. Qualium ergo partium triangulũ b f g/ eſt 7, talium circulus a b c d/ eſt 22. Sed qualium partium idẽ b f g/ triangulum eſt 7, talium quadratũ e f g h/ eſt 28: quadruplum eſt enim ipſum quadratũ e f g h, eiuſdẽ trianguli b f g. Qualium ergo partiũ circulus a b c d/ eſt 22, taliũ circunſcriptũ quadratũ eſt 28. Se habet igitur idẽ circulus a b c d/ ad circunſcriptũ quadratũ e f g h, vt 22 ad 28: & proinde vt 11 ad 14, qui ſunt minimi numeri in data ratione conſtituti. Quod autẽ in eodẽ circulo deſcribitur quadratũ a b c d, dimidiũ eſt circũſcripti. Qualiũ ergo partiũ circulus ipſe eſt 22, taliũ idẽ inſcriptũ quadratũ eſt 14. Circulus ergo a b c d, ad inſcriptũ quadratũ rationẽ habet, quã 22 ad 14: & proinde quã 11 ad 7.

F I N I S.

Vireſcit vulnere virtus.

ORONTII FINAEI DELphinatis, Regij Mathematicarũ Lutetiæ professoris, De absoluta rectilinearum omnium & multangularum figurarum (quæ regulares adpellantur) descriptione, tam intra quàm extra datũ circulum, ac super quauis oblata linea recta: Libellus hactenus desideratus.

1 INTER EA QVAE POST CIRculi quadraturã, ab ipsis Mathematicis summopere desiderari percepimus: erat multãgularum omnium & regularium figurarum, tam intra, quàm extra circulum, vniuersalis & absoluta descriptio: Vtpote, sine qua nec circulus, nec angulus rectus (ad quem cæteri referuntur anguli rectilinei) in liberas quotcunque partes inuicem æquales diuidi minimè potest. à qua quidem diuisione, quamplurima & abstrusiora rerum Mathematicarum videntur pendere secreta. Euclides enim libro quarto elementorum, hexagoni descriptionẽ minimè transgressus est (nam vltima ipsius quarti libri, quæ de quintidecagoni descriptione tradita est propositio, ex trianguli atque pentagoni æquilateri & æquianguli descriptione corollariè deducta est) vtpote, qui elementa tantùm, & non omnia quę ab ipsis deriuari possunt elementis, tradenda susceperat. *De dignitate ac utilitate huius operis.*

2 ¶ Cùm igitur à nonnullis, etiam nõ vulgariter eruditis, quid de ea re sentirem (nescio an seriò, vel ioco) sæpius admonerer exprimere, neque tunc aut per ocium, aut per rerum mearum & negotiorum opportunitatem, illorum petitioni satisfacere liceret: suffuratus sum tandem noctes aliquot, quas huic tam gratæ ac optatæ inquisitioni (etiam inuita calamitatum mearum multitudine) non infęliciter adcommodaui. Nam certam & vniuersalem viam demum excogitaui, & conscripsi: qua multangula quæuis rectilinea atque *Quid mouerit authorem, ad hoc opus conscribẽdum.* *Quæ in hoc continentur opere.*

regularis figura primùm in circulo,deinde ſuper quauis data linea recta,deſcribi vel facilè poſſit.quod neminem hactenus tentaſſe,nedum abſoluiſſe,nuſquam legi vel audiui.Ex qua quidem vniuerſali & abſoluta deſcriptione,miranda & antea ignota ſubintuli corollaria. Deinde circa datum circulum, multangulam quamlibet & regularem figuram:atq; tam intra, quàm extra datam multangulam & regularem figuram, circulum verſa vice deſcribere(vt hoc abſolueremus negotium)noua ac vniuerſali ratione demonſtraui.

sincerum authoris argumentum.

Vt ijs ſatis hac in parte facerem, qui id à me bona fide, ac ſciendi cupiditate, poſtulare videbantur: vtque ſimul illos grauiore torquerem inuidia,qui de meo diffidentes ingenio,idem vel arrogantia,vel curioſa quadam leuitate potius,quàm ſyncero & amico efflagitare ſimulabant affectu.Quibus & nos haud parum debere,fatemur ac recognoſcimus: vtpote qui vires ingenij noſtri vulneribus vireſcere faciunt,& ad moliendum ſemper aliquid aut ſubtile, aut vtile ſimul,inuitare ſolent.Quod tam gratum ſtudioſis omnibus futurum exoptamus,quàm liberali animo hunc laborem aſſumere conſueuimus.Sed iam prologo finẽ imponẽdo,rem ipſam fęlici adgrediamur auſpicio:& primũ hoc anteponamus problema.

Problema primum.

DAtam quamuis lineam rectam præfinitam,in quotcunque partes inuicem æquales diuidere: illiúſve partẽ quotam, à dato quouis numero denominatam inuenire.

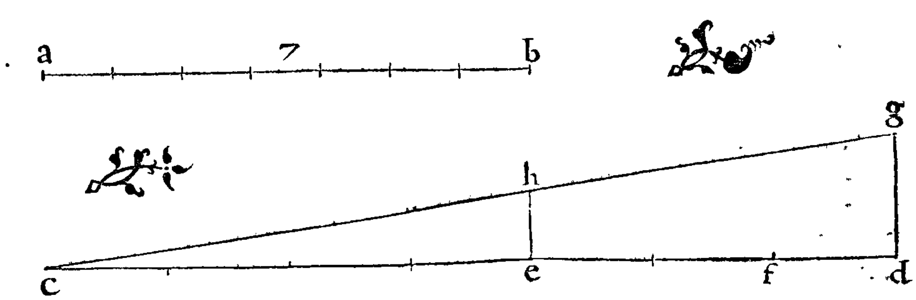
¶Eſto data linea recta terminata a b,quam oporteat in quotcunque partes inuicem æquales diuidere: ſeu quotam illius partem, à dato quouis numero denominatã,geometricè reperire. 1

cũ dãtus partium numerus fuerit pariter par.

In primis itaque ſi datus partium numerus,à pariter pari numero fuerit denominatus: diuides ipſam rectam lineam bifariam, & rurſum quãlibet eius partem bifariam,per decimam primi elementorum geometricorum,ídque toties continuabis,quatenus propoſitum obtinueris partium numerum.Sunt enim pariter pares numeri,in duos

numeros inuicem æquales continuè diuiſibiles, quouſque ad impartibilem peruentum fuerit vnitatem: cuiuſmodi ſunt 2,4,8,16, 32, 64, 128, & ſimiles quotcunque numeri à binario continuè du-
2 plicato procreati. ¶ At ſi propoſitus earundem partium numerus fuerit impariter par, aut de ijs quos primos nuncupare ſolemus, qui ſcilicet nullam habent partem quotam præter vnitatem (cuiuſmodi ſunt 5,7,11,13,17,&c.) ſic facito. Eſto clarioris intelligẽtiæ gratia propoſitum, diuidere eandem rectã lineam a b, in ſeptem partes inuicem æquales. Proponatur igitur alia quædam linea recta, indefinitæ quantitatis quoad alterum eius extremum, quæ ſit c d: à qua ſecetur æqualis ipſi a b, per tertiam primi elementorum, vtpote c e. Diuidatur poſtmodùm c e, in tot partes inuicem æquales, quot ſunt vnitates in maximo pariter pari numero intra datũ partium numerum compreheſo, per primam partem huiuſce problematis, vtpote in 4: nam maximus pariter par numerus, qui in ſeptenario continetur numero, eſt quaternarius. Qualium deinde partium c e eſt quatuor, talium ſecetur e d trium, per eandem tertiam primi elementorum: ſitque d f ipſius e d tertia, vel ipſius c e quarta, totiúſve c d pars ſeptima. Conſequenter à puncto d ipſius c d lineæ rectæ, ad angulos rectos excitetur d g, per vndecimam eiuſdem primi elementorum (nec referet, ſi eandẽ d g ad obliquos ſuſcitaueris angulos) ſecetúrque d g, ipſi d f, æqualis, per eandem tertiam primi elementorum. Et connectatur c g recta, per primum poſtulatum: tandémque per e punctum, ipſi d g parallela ducatur e h, per trigeſimamprimam eiuſdem primi elementorum. Aio itaque e h, dimetiri ipſius c e, aut a b (quæ eidem c e data eſt æqualis) partem ſeptimam: quod ſic demonſtratur. Triangula enim c d g

Vbi datus partiũ numerus fuerit prim⁹, uel impariter par.



& c e h, ſunt inuicem ęquiangula: quoniam angulus c e h interiori & ex oppoſito ad eaſdem partes c d e eſt æqualis, necnon & c h e

Demonſtratio problematis.

angulus ipsi angulo c g d, per vigesimamnonam ipsius primi elementorum, & is qui ad c/ angulus vtrique triangulo communis. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam sexti eorundem elementorum. Sicut igitur c d/recta ad d g, sic c e/ad rectam e h. Atqui d g/ ipsius c d/est pars septima, per constructionem: & e h/igitur ipsius c e, & proinde ipsius a b/pars erit septima. Secentur igitur ex a b, linea data, à puncto a/versus b (aut è diuerso) æquales ipsi e h, per sæpius allegatam tertiam primi elementorum, donec septenarius datarum partium absolutus fuerit numerus: nam ipsa a b/linea data, in septem partes inuicem æquales tandem erit distributa. Haud aliter, dato quouis alio partium numero, peragẽdum est. Quod in primis oportuit fecisse.

Problema 2.

DAto triangulo isoscele, cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliqui: cætera isoscelia triangula constituere, quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorum eam rationem obseruet ad reliquum, quã datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus quæ per oblatum describetur isosceles, simul reddere notum.

Hypothesis, totius artis fundamentum.

¶Sit datum isosceles triangulum a b c, cuius vnusquisque eorum qui ad basin b c/sunt angulorum, duplus sit reliqui anguli qui ad a, per decimam quarti geometricorum elementorum: cuius insuper trianguli a b c, eadem basis b c/ sit latus pentagoni, in circulo qui eidem circũscribitur triangulo descripti, per vndecimam eiusdem quarti elementorum. Ex hoc itaq; triangulo isoscele a b c, veluti radicali & primario, cætera deducemus & procreabimus isoscelia triangula: quorum vnusquisque eorum qui ad basin erunt angulorũ, cęteras rationes multiplices, vtpote triplã, quadruplam, 1 quintuplam, ſextuplam (& ſic conſequenter) ad reliquum obſeruabit angulum: quorum præterea baſes, cæterarum multangularum & regularium figurarum latera, in eis deſcriptarum circulis, qui eiſdē circunſcribentur triangulis, ſuo præfinient ordine. Quod neminē hactenus vel feciſſe, vel excogitaſſe: quamplurimos autem & propoſuiſſe, & ſæpius deſideraſſe compertum habemus.

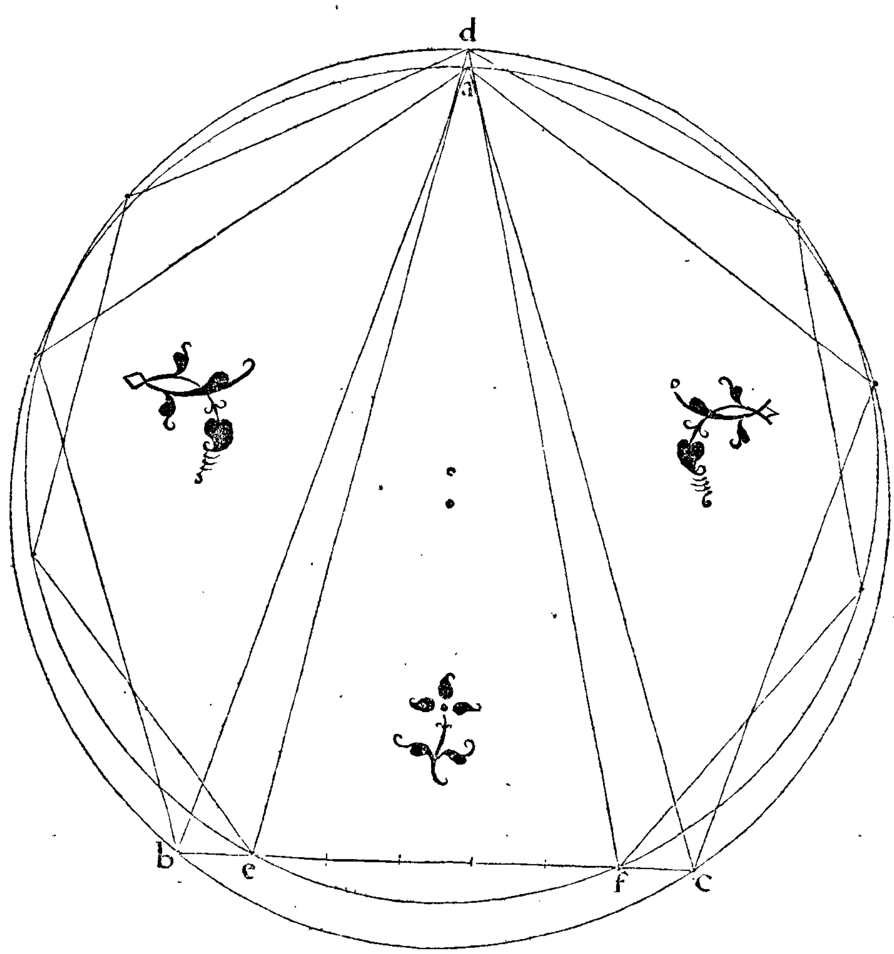
2 ¶ In primis itaque (vt ad rem ipſam deueniamus) diuidatur baſis b c, ipſius trianguli iſoſcelis a b c, in ſeptem partes inuicem æquales, per antecedens problema primum: & relicta vna ſeptima parte ad vtroſque limites ipſius b c, reliquæ quinque partes intermediæ in baſin ſubrogentur alterius iſoſcelis trianguli, cuius bina latera ipſis a b/ & a c/ lateribus ſint æqualia: ſitque huiuſcemodi triangulum d e f, cuius baſis eſt ipſa e f/ prædictarum 5 partium. Aio itaque primùm, angulum e d f, qui ſub æquis lateribus ipſius trianguli d e f/ comprehenditur, ſubtendere latus heptagoni æquilateri & æquianguli, deſcripti intra circulum eidē triangulo d e f/ circunſcriptum: vtrunque præterea angulum qui ad baſin conſiſtit e f, triplum fore reliqui anguli, qui ſub eiſdem lateribus inuicem æqualibus continetur. Cùm enim duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & contentos ſub æquis lateribus angulos inuicem æquales: baſin quoque baſi habent æqualem, per quartam primi elementorum. Bina rurſum triangula, habentia duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & baſin baſi æqualem: habent verſa vice contentos ſub æquis lateribus angulos inuicem æquales, per octauam ipſius primi elemētorum. Quoties inſuper duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, angulum verò angulo ſub æquis lateribus contento maiorem: baſis vnius baſi alterius reſpondenter eſt maior, per vigeſimamquartam eiuſdem primi elementorum. Item ſi eadem bina triangula, habuerint duo latera duobus lateribus alternatim æqualia, baſin autem baſi maiorem: è conuerſo angulum ſub æquis lateribus contentum angulo maiorem habebunt, per ipſius primi elementorum vigeſimamquintam. Ex quibus haud difficile colligere eſt, in quibuſlibet duobus triangulis, habentibus duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: ex data baſium magnitudine, proportionatam ſubſequi eorundem angulorum qui ſub æquis continentur lateribus quantitatem, hoc eſt, angulos ipſos

Cōſtructio iſoſcelis, cū quo heptagonū regulare in circulo deſcribit.

Quatuor inſigniores primi elementorum propoſitiones, à quibus uniuerſum pēdet artificium.

Qꝫ in triāgulis æqualiū laterū, baſes ſubſequuntur rationē angulorū, ſub æquis lateribus contentorum, & è conuerſo.

basium imitari proportionem, & è diuerso. Cùm igitur præfata isosceelia triangula a b c/& d e f, habeant duo latera duobus lateribus omnibus modis ęqualia,& bases b c/& e f/sint adinuicem inæquales:si vnius trianguli angulus qui sub æquis lateribus continetur;ab alterius trianguli basi denominetur, necessum est & reliquum angulum à reliqua basi respondenter denominari. Tantum enim altera prædictarum inæqualium basium subtensum auget angulum, quantum minuit & reliqua:ob seruatam laterum inuicem æqualium hypothesin. Angulus porrò b a c,subtendit basin b c/partium 7:quæ est latus pentagoni æquilateri & æquianguli,à quinario numero partiũ basis e f/denominati, & in eo circulo descripti,qui ipsi a b c/triangulo circunscribitur,per vndecimam quarti ipsorum elemẽtorum. Angulus igitur e d f,subtendit versa vice latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quòd à septenario numero partium basis e f/ denominatur, & in circunscripto eidem



triangulo d e f/deſcribitur circulo: vtpote baſin e f/partiũ 5,qualium ipſa b c/ eſt 7. Nam qualium partium circunferentia circuli eſt 35:talium latus inſcripti pentagoni regularis ſubtendit 7,heptagoni verò latus 5.quinquies enim 7,aut ſepties 5:conficiunt 35.Baſis igitur e f/ipſius trianguli iſoſcelis d e f,eſt latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunſcripto eidem triangulo d e f/ deſcribitur circulo. Quòd autem vterque angulorum,qui ad baſin conſiſtunt e f, ipſius iſoſcelis trianguli d e f, triplus ſit reliqui anguli qui ſub e d f/continetur:ſit per ſeſe manifeſtum.Cùm enim angulus e d f/ſubtendat baſin e f, quæ eſt latus heptagoni æquilateri & æquianguli,in circulo qui ipſi d e f/triangulo circũſcribitur deſcripti:ſubtendit ergo ſeptimam circunferentiæ partem eiuſdem circunſcripti circuli. Reliqui itaque duo anguli d e f/& d f e, qui ſunt ad baſin e f,reliquas ſex partes ſeptimas ſibi vendicabunt:qui cùm ſint æquales adinuicem, per quintam primi elementorum, vterque eorundem æqualiũ angulorum,tres ſubtendet eiuſdem cirunferentiæ ſeptimas.Et proinde vterque triplus erit reliqui anguli,qui ſub æqualibus lateribus continetur. Quemadmodùm ex ipſa præcedenti licet intueri figura.

Quòd vterq; angulus qui ad baſin eiuſdem iſoſcelis eſt triplus reliqui.

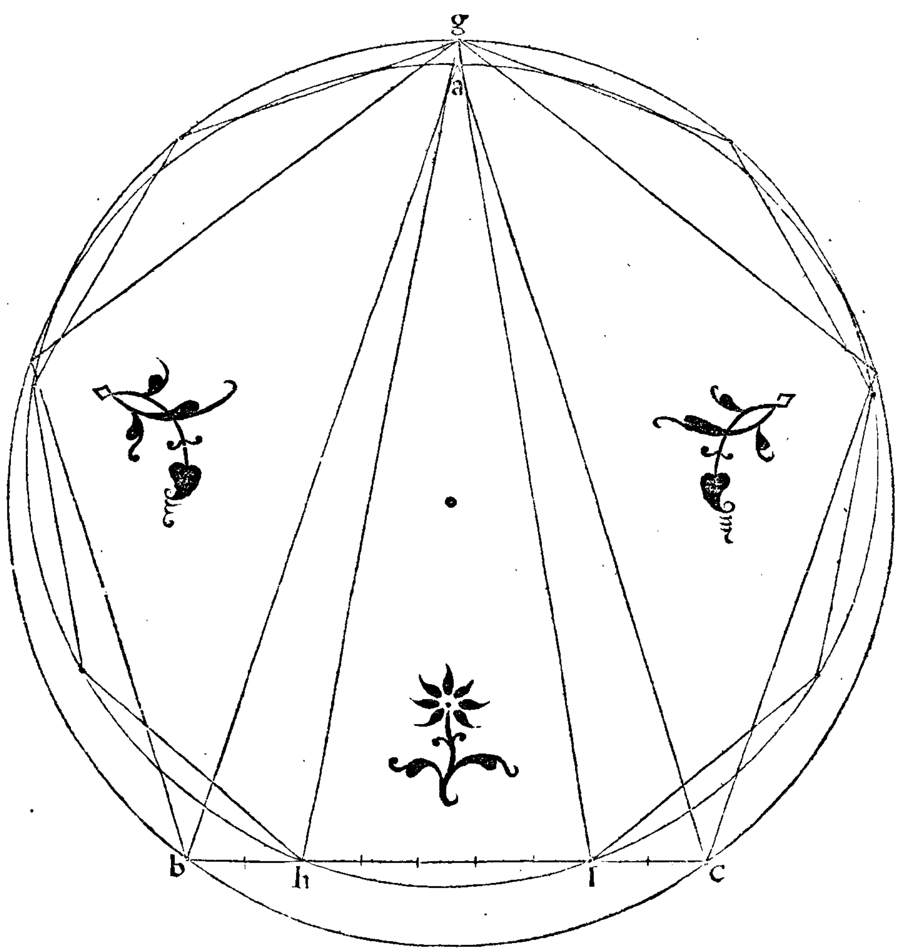
3 ¶Item ſi præfata baſis b c/ eiuſdem iſoſcelis trianguli a b c, in nouem partes inuicem æquales per antecedens problema diuidatur: & relictis vtrinq; binis partibus ad limites ipſius b c,quinq; rurſum intermediȩ partes in baſin noui coaptẽtur iſoſcelis,cuius duo latera ipſis a b/& a c/lateribus ſint rurſum ȩqualia,cuiuſmodi videtur eſſe triangulum g h l,cuius baſis eſt ipſa h l/partium 5,qualium tota b c/eſt 9. Erit eadem baſis h l/latus nonagoni æquilateri & æquianguli,quod in circunſcripto ipſi triangulo g h l/ deſcribitur circulo: Et vterquæ eorum qui ad ipſam baſin h l/ſunt angulorum, quadruplus erit reliqui, qui ſub h g l/ continetur anguli. Per ea enim quæ de reciproca baſium & ſubtẽſorum angulorum talium iſoſceliũ proportione,proxima parte ſunt demõſtrata:neceſſum eſt baſin h l/partium 5, quã ſubtendit angulus h g l/ſub æquis lateribus comprehenſus, fore latus nonagoni æquilateri & æquianguli, à numero partium ipſius baſis b c/denominati,& in eo circulo deſcripti,qui eidem g h l/circunſcribitur triangulo,Quemadmodùm baſis b c/partium 9 ſimilium, quam ſubtendit angulus b a c/ſub æquis itidem lateribus contentus, eſt latus pentagoni regularis

Cõſtructio iſoſcelis, cũ quo nonagonũ regulare in circulo deſcribitur.

Qz baſis ipſius iſoſcelis.eſt latus eiuſdem nonagoni,&c

quod à partium ipſius baſis h l/denominatur numero,& in circulo deſcribitur ipſi triangulo g h l/circunſcripto. Qualium enim partium circunferentia circuli eſt 45: talium latus inſcripti pentagoni regularis ſubtendit 9,& ipſius nonagoni latus 5. nam quinquies 9, vel nonies 5:efficiunt 45.Baſis igitur h l,iſoſcelis trianguli g h l:eſt latus nonagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunſcripto deſcribitur circulo. Quòd autem vterque angulorum qui ad baſin h l,quadruplus ſit reliqui anguli qui ſub h g l: fit manifeſtum. Cùm enim angulus ipſe h g l, ſubtendat baſin h l/latus nonagoni æquilateri & æquianguli, & in eo circulo deſcripti qui ipſi g h l/ triangulo circunſcribitur: ſubtendit igitur nonam circunferentiæ eiuſdem circuli partem.Reliqui ergo duo anguli,qui ad baſin conſiſtunt h l:reliquas octo nonas eiuſdem circunferentię partes occupabunt.qui quidem anguli,cùm per quintam primi elementorum æquales ſint adinuicem, vterque eorum quatuor nonas præciſè

Quòd uterq; angulus qui ad baſin ipſius iſoſcelis, quadruplus eſt reliqui.

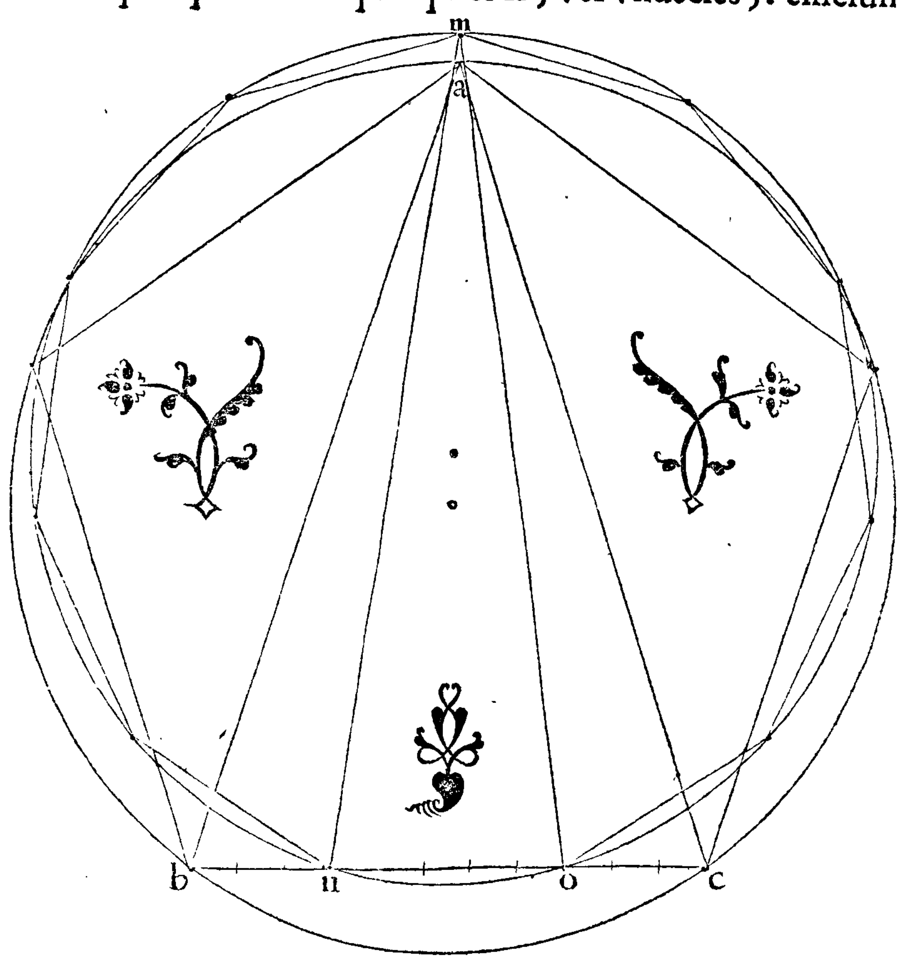


ſubtendet:& proinde quadruplus erit reliqui, qui ſub h g l/continetur anguli. Vt ex ipſa quæ præcedit, potes elicere figura.

4 ¶Conſequenter ſi eadem baſis b c, præfati iſoſcelis trianguli a b c, in vndecim partes inuicem æquales diuidatur: & relictis ad vtroſque limites ipſius b c/tribus partibus, reliquæ quinque partes intermediæ, fiant baſis iſoſcelis trianguli m n o, cuius latera m n/& m o/ipſis lateribus a b/& a c/ſint rurſum æqualia. Erit propter ſupradictam laterum hypotheſin, baſis ipſa n o, latus vndecagoni regularis, ab vndecim partibus ipſius b c/denominati, & in eo deſcripti circulo, qui eidem triangulo m n o/circunſcribitur: Quemadmodùm baſis b c/trianguli a b c, eſt latus pentagoni itidem regularis, quod in circunſcripto circulo deſcribitur, & à quinque partibus ipſius baſis n o/ verſa vice denominatur. Qualium enim partium circunferentia ipſius circuli eſt 55: talium latus inſcripti pentagoni regularis ſubtendit vndecim, ipſius verò vndecagoni latus quinque. nam quinquies 11, vel vndecies 5: efficiunt 55.

Cõſtructio iſoſcelis, cũ quo undecagonum regulare ĩ circulo deſcribit.

Q͡z baſis ipſius iſoſcelis, eſt latus eiuſdem undecagoni.



Quòd uterq; angulus qui ad basin eiusdem isoscelis, quintuplus est reliqui.

Vterq; preterea angulorum qui ad basin n o, quintuplus erit reliqui anguli, qui sub n m o/æqualibus ipsius trianguli lateribus continetur. Nam idem angulus n m o, subtendit latus ipsius vndecagoni regularis, hoc est, æquilateri & æquianguli, in circulo eidem triangulo m n o/circunscripto descripti: Subtendit igitur vndecimam circunferentiæ partem, eiusdem circunscripti circuli. Et proinde reliqui duo anguli, qui ad basin consistunt n o: reliquas decem vndecimas sibi vendicabunt. Qui anguli cùm æquales sint adinuicem, per quintã primi elemẽtorũ, vterq; 5 subtendet vndecimas: & ideo quintuplus erit reliqui anguli, sub ęquis lateribus cõprehensi. Quemadmodũ ex præcedenti figura colligere haud difficile est.

De cõstructione cæterorum isoscelium, cũ quibus cætera poligona à primis numeris denominata in circulo describuntur.

¶ Haud aliter diuisa basi b c, supradicti trianguli isoscelis a b c, in 5
13 partes inuicem æquales, postea in 15, deinde in 17, & sic cõsequenter, iuxta numeros impares binario continuè se se inuicem excedentes: & subrogatis semper quinque medijs partibus ipsius b c, inter limites b/ & c/ comprehensis, in bases triangulorum isoscelium, quorum latera eisdem lateribus a b/& a c/coæquentur: atque circunscriptis eisdem triangulis suo ordine circulis. Erunt ipsorum isoscelium triangulorum bases, præfatas quinque partes intermedias continentes, latera poligonarum & regularium figurarum, à numero partium in quas diuidetur eadem b c / basis denominatarum. Vterque præterea angulorum qui ad basin consistent eorundem isoscelium, totuplex erit reliqui anguli sub æquis lateribus contenti: quotuplex fuerit dimidius numerus partium ipsius b c/ vnitate dẽpta, ad ipsam vnitatẽ relatus. Vtpote, cùm b c/diuidetur in 13 partes, vterq; prædictorum angulorũ sextuplus erit reliqui: si in quindecim, septuplus: si in 17, octuplus: & sic consequenter. Nam dimidius numerus ipsorũ 13, vnitate dempta, est senarius: & ipsorũ 15, septenarius: ipsorum verò 17, octonarius. Haud alienum habeto iudicium de cæteris imparibus, & in infinitũ crescentibus numeris.

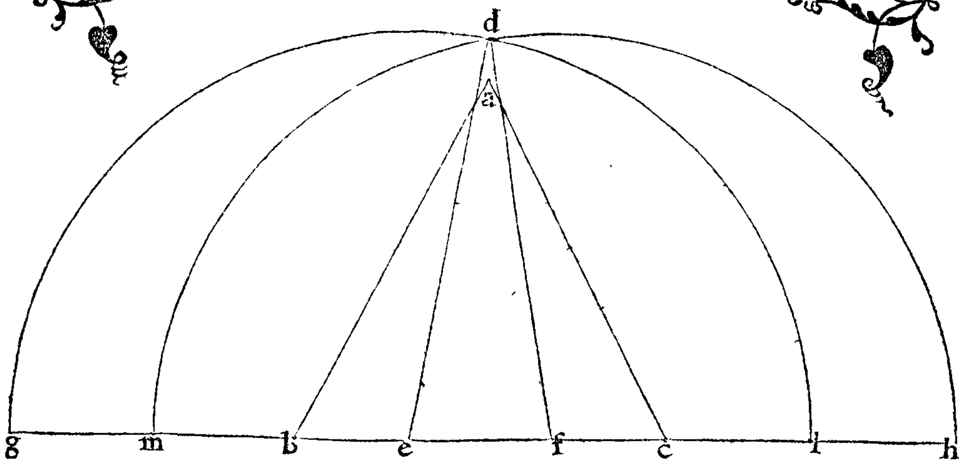
Recollectio generalis supradictorum.

¶ Habes igitur viam perfacilem & certam, construendi isoscelia triangula: quorum vterque eorum qui ad bases consistunt angulorum, totuplus sit reliqui anguli sub æquis lateribus comprehensi, quotuplex fuerit oblatus numerus ipsius vnitatis. Et simul ipsarum regularium & multangularum figurarum, à dato quouis numero denominatarum, latera nota: earum potissimum, quæ in circulis eisdẽ isoscelibus circunscriptis describuntur. Et proinde bonã ipſius geometriæ partem, hactenus deſideratam.

Notandum.

6 QVòd ſi forſitan ignoraueris, qua ratione eadē iſoſcelia triangula, ipſis a b/ & a c/ lateribus dati trianguli a b c/ æqualia ſemper habentia latera, ſuper datis baſibus deſcribantur: id paucis aperire (vt in vniuerſum negocium hoc abſoluamus) non duximus importunum. Eſto igitur datū iſoſceles triangulum a b c, cuius baſis a c, & in medio ipſius baſis b c/ ſumpta e f: ſuper quam oporteat deſcribere triangulū itidē iſoſceles, cuius duo latera, ipſis a b/ & a c/ ſint æqualia. Producatur ergo b c/ baſis in directū & cōtinuum ad vtraſque partes, verſus g/ & h, per ſecundū poſtulatum. Et data recta linea a b/ vel a c, æquales ſecentur e g/ & f h, per tertiam primi elementorum. Centro deinde e, interuallo autem e g, ſemicirculus deſcribatur g d l: centro rurſum f, interuallo autē f h, alius deſcribatur ſemicirculus h d m, per tertium poſtulatum. Hi autem ſemicirculi, ſeſe inuicem neceſſariò interſecabunt: cùm ſint in eodem plano, & habeant partes ſemidiametri vtrique ſemicirculo communes. Sit ergo ſectionis punctum d: & connectantur d e/ & d f/ lineę rectæ, per primum poſtulatum. Iſoſceles erit itaq; d e f/ triangulum: & illius latera d e/ & e f, ipſis a b/ & a c/ lateribus omnibus modis æqualia. Nam d e/ ipſi e g, & d f/ ipſi f h, per circuli diffinitionem eſt æqualis. At e g/ & f h, æquales ſunt adinuicem: nempe eidem a b/ vel a c/ æquales, per conſtructionem. Quæ autem eidem, vel æqualibus ſunt æqualia: ea ſunt æqualia adinuicem, per

Qualiter ſuper data linea recta, iſoſcelia datorum laterum triangula deſcribantur.



primam communem ſententiam. Latera igitur d e/& d f, tum inuicem, tum ipſis a b/& a c/ſunt æqualia. Quod facere oportebat.

Problema 5.

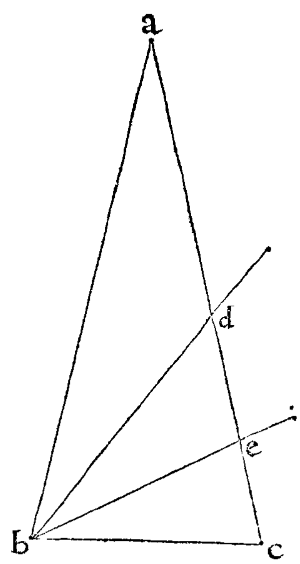
ANgulo rectilineo dato, alterius anguli rectilinei multiplici: ipſum angulũ datum in tot æquales angulos diſcindere, quotuplex is fuerit reliqui.

cùm angulus in partes à numero pariter pari denominatas partiendus eſt.

¶ Si datus in primis angulus rectilineus totuplex fuerit reliqui, 1
quotuplex eſt aliquis pariter parium numerorũ ipſius vnitatis, vtpote duplus, quadruplus, octuplus, ſedecuplus, &c: diuides ipſum angulum bifariam, & rurſum quamlibet eius partem bifariam, per nonam primi elementorum: ídque toties obſeruabis, quatenus datus ipſe multiplex angulorum abſoluatur numerus. Cuius rei exẽplum dare, inutile prorſus iudicamus.

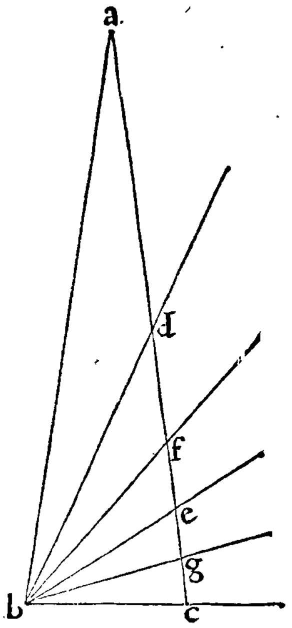
Vbi angulus in partes à numero primo, uel impariter pari denominatas, diuidendus offertur.

¶ At ſi datus angulus rectilineus tam multiplex fuerit reliqui, 2
quàm multiplex eſt aliquis primorum, vel impariter parium numerorum ipſius vnitatis, vtpote triplus, quintuplus, ſextuplus, ſeptuplus, nocuplus, &c: ſic facito. Eſto verbi gratia in a b c/triangulo iſoſcele, datus angulus a b c/qui ad baſin b c, triplus ipſius anguli qui ad a: quem oporteat in tres angulos inuicem æquales diuidere. Ad datum itaque latus a b, atque ad illius pũctum b, dato angulo rectilineo qui ad a: æqualis angulus rectilineus conſtituatur a b d, per vigeſimãtertiam primi elemẽtorum. Et rurſum per eandẽ vigeſimamtertiam primi elementorum, ad datam rectam lineam d b, atque ad eius punctum b: eidem angulo qui ad a, æqualis angulus rectilineus conſtituatur d b e. Cùm igitur totùs angulus qui ſub a b/& b c/continetur, ter per hypotheſin comprehendat angulum qui ad a, & a b e/angulus bis per conſtructionẽ eundem angulum qui ad a/comprehendat: reliquus igitur angulus e b c, eidem angulo qui



ad a/ reſpondenter æquabitur. Tres igitur anguli qui ſub a b d/ d b e/& e b c/cōtinentur,æquales ſunt adinuicem,per primā communem ſententiam.Poterit & angulus d b c(conſtituto in primis a b d/angulo) bifariam diuidi, per nonam ipſius primi elementorum:quæ vnà cum ipſa vigeſimatertia, nonnunquam erit ſubroganda. Angulus igitur a b c,in tres angulos tum inuicem, tum ei qui ad a/continetur æquales,diuiſus eſt.

3



¶Quòd ſi idem angulus a b c,fuerit quintuplus eiuſdem anguli qui ad a:conſtituendus erit in primis ad latus a b,atque ad eius punctum b,angulus a b d,ei qui ad a/æqualis,per ipſam vigeſimamtertiam primi elementorum:dein reliquus angulus d b c/bifariam,ac rurſum quilibet reliquorum angulorum bifariam diuidendus, per nonam ipſius primi elementorum.Vt ex ipſa potes elicere figura. Haud aliter datos quoſcunque rectilineos angulos,alterius cuiuſcunque anguli multiplices,nunc per ſolam vigeſimamtertiam,aut vnà cum nona eiuſdem primi elementorum, diuidere poteris. Quod facere oportebat.

Aliud exemplum,ubi datus angulus in quinq; angulos inuicem æquales diuidi iubetur.

Problema 4.

IN dato circulo,poligonum æquilaterum & æquiangulum,à dato quouis numero denominatum, conſequenter deſcribere.

1 ¶Conſiderandum in primis, an numerus laterum oblati poligoni fuerit pariter par:cuiuſmodi eſt numerus laterum octogoni, & ſedecagoni. Tunc enim in dato circulo deſcribendum eſt quadratum, per ſextam quarti elementorum. Quælibet inde quarta circunferentiæ pars bifariam diuidenda eſt, & rurſum pars quælibet bifariam,per trigeſimam tertij ipſorum elementorum:ídque deinceps quātumlibet obſeruādum,donec propoſitus æqualiū arcuum

cùm datū poligonum à numero pariter pari fuerit denominatum.

eiusdem circunferentiæ pariter par insurgat numerus, ipsi numero laterum vel angulorũ oblati poligoni æqualis. Connectendæ tandem sunt singulæ lineæ rectæ, inter quælibet duo proxima diuisionum puncta subtensæ, per primũ postulatũ: quæ per secundã tertij eorundem elementorum cadent intra circulum, erúntque inuicem æquales per vigesimamnonam ipsius tertij, vtpote quę sub ęqualibus eiusdẽ circũferentię subtendentur arcubus. Et proinde æquilaterum erit ipsum poligonum, & in dato circulo, per tertiam diffinitionem quarti prædictorum elemẽtorum descriptum. Aequiangulũ erit insuper idem poligonũ, in dato circulo hoc modo descriptum. nam ipsius poligoni quilibet anguli sub æqualibus eiusdem circunferentiæ itidem subtendentur arcubus, & omnes propterea eiusdem poligoni anguli ęquales erũt ad inuicem, per vigesimamseptimã eiusdẽ tertij elementorũ. ¶ Quemadmodũm ex sequenti, & in exemplũ adiuncta, potes elicere figura. In primis enim in dato circulo a b c d/describitur quadratum: & huius quadrati adminiculo, figuratur octogonum. postmodũm eodem octogono mediãte, consurgit tandem sedecagonum æquilaterum & æquiangulum, in dato circulo a b c d, per eas quas nuper allegauimus propositiones

Exemplum.

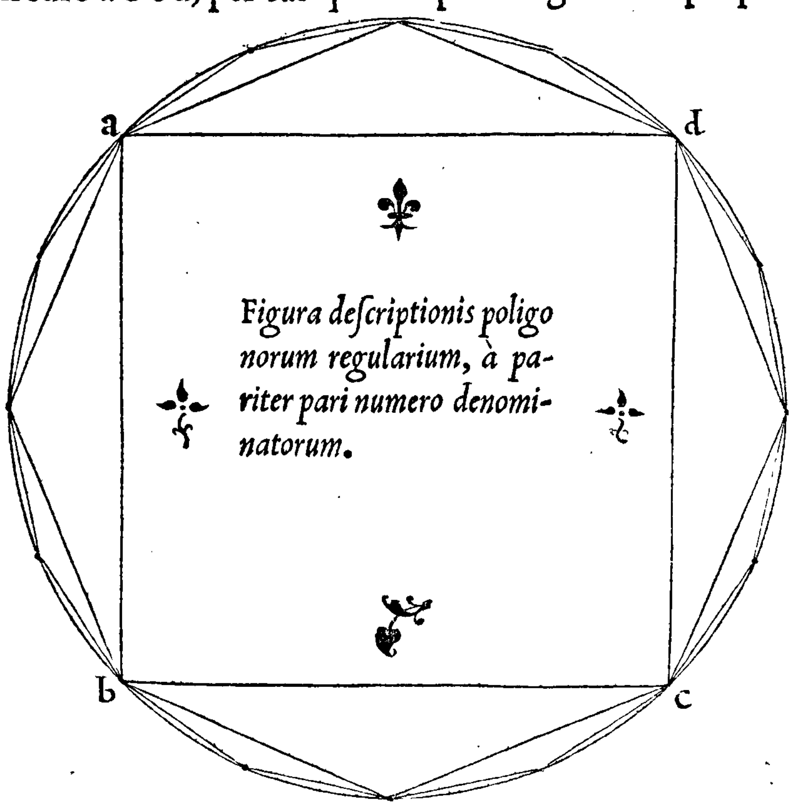


Figura descriptionis poligonorum regularium, à pariter pari numero denominatorum.

descriptum. Nec alienum velim habeas iudicium, de similibus quibuscunq; oblatis poligonis, à quouis pariter pari numero denominatis, & in dato circulo respondenter delineandis.

2 ¶ At si datum poligonum, à primo quopiam denominetur numero, qui nullam scilicet quotam habet partem, præter vnitatem: figurandum est in primis triangulum isosceles, cuius vnusquisque angulus qui ad basin totuplex sit reliqui, quotuplex est dimidius numerus laterum ipsius oblati poligoni (vnitate dempta) ad ipsam relatus vnitatem, per antecedentis secundi problematis traditionem. Huic postmodùm triangulo, æquiangulum triangulum in dato describendum est circulo, per secundam quarti elementorum. Diuidendus est consequenter vterque angulus qui ad basin eiusdem inscripti trianguli, in tot angulos inuicem æquales, quotuplex is fuerit reliqui, per antecedens problema tertium: productis vsque ad circunferentiam, ipsius circuli lineis rectis angulos ipsos subdiuidẽtibus. Tandẽ cõnectenda sunt ipsius poligoni latera, singulos angulos & arcus inuicẽ æquales subtendentia, per primũ postulatum. Hoc enim artificio, descriptum erit in dato circulo oblatum poligonum æquilaterum & æquiangulum. Nam singuli arcus, singulos æquales angulos qui ad circunferentiam subtendentes, erunt inuicem æquales, per vigesimam sextam tertij elementorum: & proinde singula latera eosdem æquales angulos subtendentia inuicem respondenter æqualia, per vigesimamnonam ipsius tertij. Singuli rursum eiusdem poligoni anguli, sub æqualibus demum subtendentur arcubus: quapropter illi inuicem erunt æquales, per vigesimamseptimam eiusdem tertij elementorum. Quemadmodũ vndecima quarti eorundẽ elementorũ, de pẽtagono præostendimus. ¶ In exemplum eorum quæ diximus, geminas subiecimus figuras. In quarum prima, heptagonũ æquilaterum & æquiangulũ in dato circulo describitur: mediante videlicet isoscele triangulo e f g, cuius vnusquisq; eorũ qui ad basin f g / sunt angulorum, triplus est reliqui, qui sub f e g / cõtinetur anguli. In secunda porrò figura vndecagonum æquilaterũ partiter & æquiangulum, in oblato describitur circulo: adminiculo scilicet isoscelis trianguli h l m, cuius vterq; angulus qui ad basin l m, quintuplus est reliqui, qui sub l h m / continetur anguli. Idẽ respondenter facito de cæteris quibuscunq; poligonis, à quouis alio primo numero denominatis.

Vbi datum poligonum, à numero primo denominatur.

Exemplum.

Figura descriptionis heptagoni regularis in dato circulo.

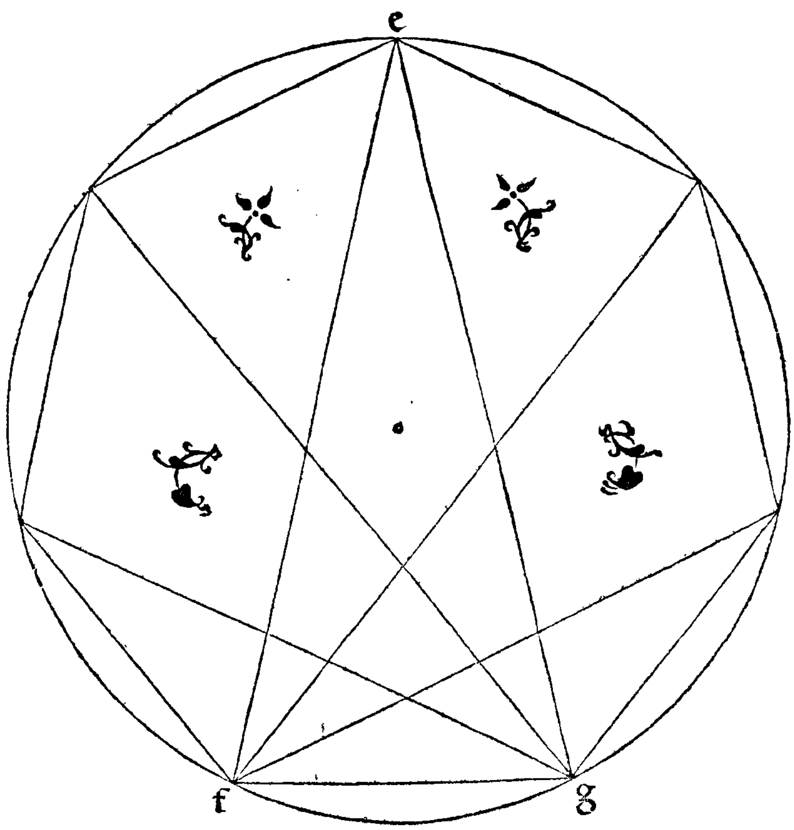
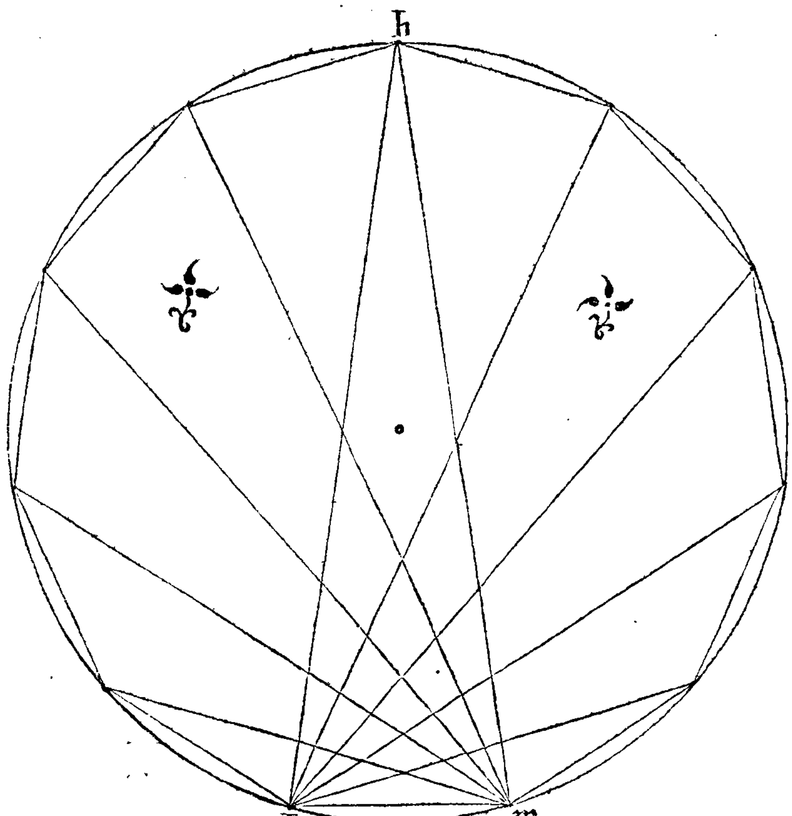


Figura descriptionis undecagoni regularis, in dato circulo.



3 ¶Quòd si datum poligonum, ab impariter pari numero fuerit denominatum: poterit eius inscriptio, in hunc, qui sequitur modum vtcunq; facilitari. Describatur in primis in oblato circulo, poligonum æquilaterum & æquiangulum, à dimidio & impari numero laterum ipsius poligoni denominatum: per secundam huiusce problematis partem. Quælibet deinde subtensa à lateribus huius poligoni circunferentiæ pars, bifariam diuidatur, per trigesimam tertij elementorum. Nam connexis tandem per singulas proximas diuisiones lineis rectis, propositum in dato circulo descriptum erit poligonũ: quod per eas, quas nunc citauimus, tertij elementorum propositiones, æquilaterum erit & æquiangulum. ¶Quemadmodùm ex succedentibus, & in exemplũ adiunctis, licet deprehendere figuris. In quarum prima, decagonum æquilaterum & æquiangulum, in dato describitur circulo: adminiculo scilicet prius descripti pentagoni a b c d e. In secunda verò figura, dodecagonum æquilaterum similiter & æquiangulum, in oblato describitur circulo: mediante videlicet prius descripto f g h l m n/hexagono.

Inscriptio poligoni, à numero pariter pari denomiati.

Exemplum.

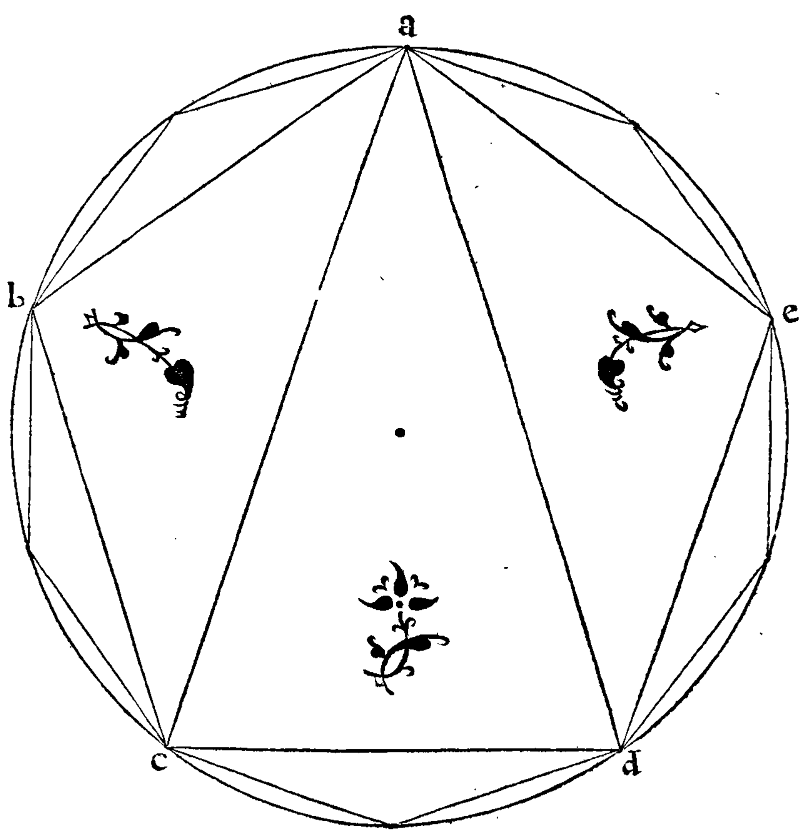
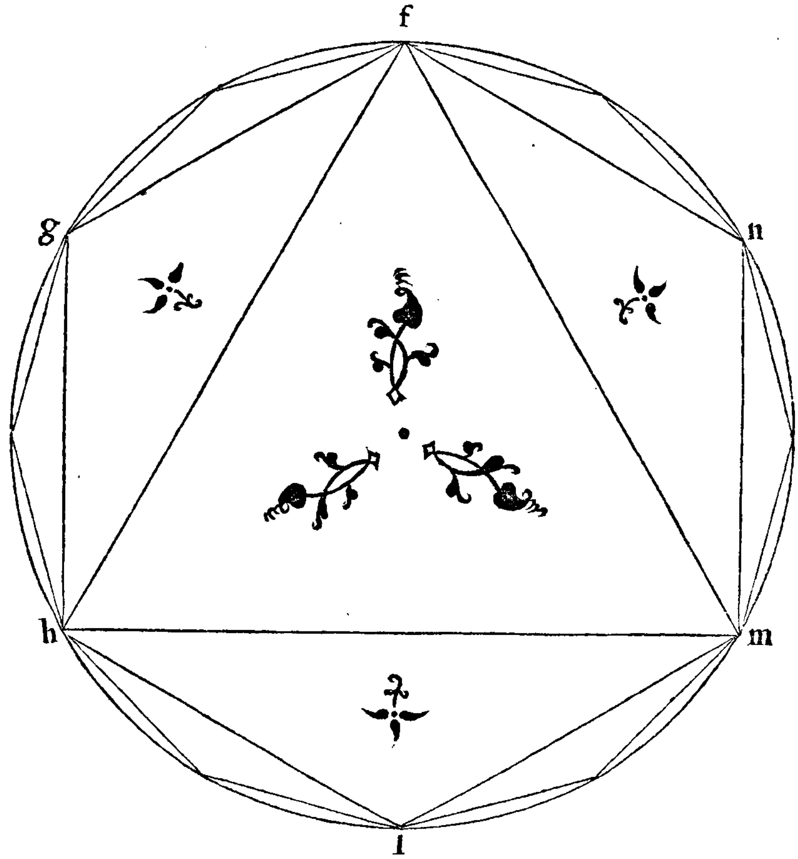


Figura descriptionis decagoni æquilateri & æquianguli in dato circulo.



secunda figura de decagoni regularis in circulo descriptione.

Alia hexagoni intra circulũ descriptio.

❡Quanquã porrò ipsum hexagonũ æquilaterũ & æquiangulum, decimaquinta quarti elemẽtorũ alia ratione describatur:potest nihilominus idem hexagonum f g h l m n,descripto prius æquilatero & æquiangulo triangulo f h m,per secundã quarti eorundẽ elementorum, in oblato describi circulo. Sed ex ipsius descriptionis, quæ eadẽ decimaquinta quarti traditur,demonstratione:hoc vtile admodũ elicitur corollarium.Quòd scilicet hexagoni latus,ei quę ex centro circuli (in quo ipsum describitur hexagonũ)est æquale.

Corollarium I.

CIrcunferentia itaq; dati cuiuscunq; circuli,in quotcunq; partes inuicem æquales vel facilè diuidetur:quod hactenus fuerat desideratum.

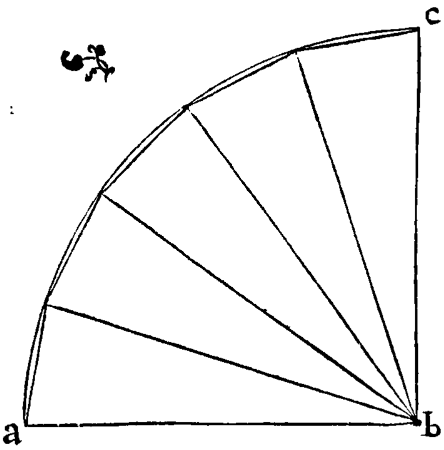
❡Cùm enim poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum, hoc est,à libero quouis laterũ vel angulorũ numero denominatũ, in dato circulo per antecedẽtia ꝓblemata describatur: & cuiuslibet poligoni latera inuicem æqualia, æquales circunferentiæ eius circuli in quo describitur subtendant arcus, per vigesimamoctauam tertij elemētorum. Corollarium ipsum, vtile admodùm, hactenúsque desyderatum, fit in promptu manifestum: quòd videlicet circunferentia dati cuiuslibet circuli, in quotcunque partes inuicem æquales diuidi vel facilè possit.

Corollarium 2.

ANgulus præterea rectus, in quotlibet partes inuicem pariter æquales, consequenter diuisibilis erit.

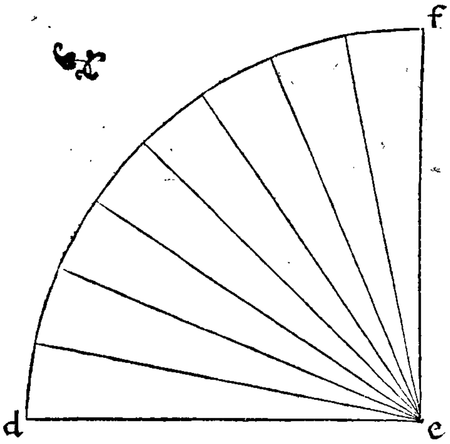
1 Cùm enim circuli quadrās, rectū cōtineat & metiatur angulum, & quatuor sint in circulo quadrantes: si propositus igitur partium numerus, in quot ipse rectus angulus proponetur diuidendus, per quatuor multiplicetur, & à producto numero denominati poligoni æquilateri & æquiāguli, & in eo circulo descripti, cuius quadrās rectum ipsum capit angulū, per antecedentia problemata latus inueniatur: & toties eidem quadranti per primā quarti elementorum coaptetur, quotus est subquadruplus laterū vel angulorū eiusdem poligoni numerus, & à centro quadrantis siue anguli recti vertice, per singulas ipsius quadrātis siue laterum distinctiones, rectæ educātur lineæ: Idē angulus rectus, iuxta datū partium inuicem æqualium numerum tandem diuidetur. Vtpote, si datum angulum rectum a b c, in quinque partes inuicem æquales diuidi iubeatur: quadruplabis quinque, fient 20. Dico quòd latus poligoni æquilateri & æquianguli, 20 latera & angulos habētis, & in eo circulo descripti, cuius quadrans fuerit arcus a c: quinquies subtendetur in ipso quadrante a c. Coaptetur igitur latus ipsum, per antecedentia problemata repertū, quinquies à puncto a/versus c, per ipsam primā quarti elementorū: & à pūcto b/per singula distinctionū puncta, rectæ producantur lineæ.

Exemplum secundi corollarij.



Hoc enim modo, datus angulus rectus a b c, in quinq; angulos acutos inuicẽ æquales, per vigesimamseptimã tertij eorundẽ elemẽtorũ, diuidetur. ¶ Verùm si datus angulus rectus, in partes quotlibet à numero pariter pari denominatas diuidi iubeatur: id multò leuius absolui poterit. Descripto enim circa ipsius anguli verticẽ, ad alterutrius linearũ rectarum ipsum angulũ rectum cõtinentium interuallum, quadrante circuli: si quadrans ipse bifariam diuidatur, ac rursum quælibet eius pars bifariã, per trigesimam tertij elementorũ, idque toties cõtinuetur, quatenus datus partiũ pariter par absoluatur numerus, & ex cẽtro demũ quadrãtis per singulas ipsius diuisiones singulæ producãtur lineæ rectæ: Ipse angulus rectus, in tot acutos & inuicem æquales angulos diuidetur, quotus fuerit ipse pariter par oblatarũ partiũ numerus. Quẽadmodũ ex obiecto angulo recto d e f, in octo acutos & inuicẽ æquales angulos, suprascripto modo distributo: colligere vel facilè potes. 2

De angulo recto, in partes à pariter pari numero denominatas diuidendo.



Corollarium 3.

RAtio insuper anguli cuiuslibet poligoni æquilateri & æquianguli, ad ipsum angulum rectum, fit pendenter manifesta.

Qualiter angulus dati poligoni, & angulus rectus, sub certam redigantur mensuram.

¶ Angulus enim dati cuiuslibet poligoni æquilateri & æquianguli, tot complectitur angulos rectilineos, ei qui sub vno laterum ad circunferentiam subtenditur ęquales: quotus est laterum ipsius poligoni numerus, duobus tantùm exceptis, nempe ijs lateribus, quæ datũ ipsum poligoni continent angulum. Rectus porrò angulus, ad circunferentiã itidem relatus: dimidiã circũferentiam eius circuli, in quo describitur, subtendit. Sicut autem subtensa circunferentiæ pars, ad subtensam partem: sic & angulus, ad angulum. Partes itaq; à cuiuslibet poligoni angulo subtensæ, ad partes anguli recti similes, sub certam numerorum rationem reducere non est difficile. 1

2 ¶ Nam si datum poligonum ab impari denominetur numero, is numerus duplādus erit: dein cōsiderandum, quot partes à duplato numero denominatas capiat eiusdē poligoni angulus. quam enim rationē habebūt illæ partes, ad dimidiū similium partiū totius ambitus numerum (qui recto debetur angulo) talem rationē habebit angulus ipsius poligoni, ad angulū rectum. Proponatur in exemplum pentagonū, à quinario numero denominatum. Dupla igitur quinq;, fient 10. Qualiū igitur partiū tota circūferētia est 10, talium angulus pētagoni subtendit 6, & angulus rectus 5. Angulus igitur pentagoni, ad angulum rectum eam habet rationem, quam 6 ad 5. *De angulo poligoni, ab impari numero denominati.* *Exemplum.*

3 ¶ At si poligonum ipsum, à pari denominetur numero: ipsę partes ab eodē poligoni angulo comprehensæ, dimidio similium partium totius circūferentiæ numero comparandæ sunt. Qualem enim rationem habebūt ipsæ partes, ad eundē dimidium numerum: talem habebit angulus poligoni, ad angulum rectum. Vt in hexagono à senario nnmero denominato, qualium partium tota circūferentia est 6, talium angulus ipsius hexagoni subtendit 4: angulus verò rectus ad circunferentiam relatus, 3. Habet igitur angulus hexagoni, ad angulum rectum eam rationem, quam 4 ad 3. De similibus idem respondenter habetur iudicium. Quemadmodùm subscripta, & in maiorem prædictorū elucidationem adiūcta, cōplectitur formula. *De angulo poligoni à pari numero denominati.* *Exemplum.*

Pentagoni	*angulus, subtēdit circunferentiæ circuli.*	$\frac{3}{5}$	*Et se habet ad angulū rectum, vt*	*6, ad 5.*
Hexagoni		$\frac{4}{6}$ *vel* $\frac{2}{3}$		*8, ad 6: vel 4, ad 3.*
Heptagoni		$\frac{5}{7}$		*10, ad 7.*
Octogoni		$\frac{6}{8}$ *vel* $\frac{3}{4}$		*6, ad 4: vel 3, ad 2.*
Nonagoni		$\frac{7}{9}$		*14, ad 9.*
Decagoni		$\frac{8}{10}$ *vel* $\frac{4}{5}$		*16, ad 10: vel 8, ad 5.*
Vndecagoni		$\frac{9}{11}$		*18, ad 11.*
Dodecagoni		$\frac{10}{12}$ *vel* $\frac{5}{6}$		*10, ad 6: vel 5, ad 3.*
Tredecagoni		$\frac{11}{13}$		*22, ad 13.*
Quartidecagoni		$\frac{12}{14}$ *vel* $\frac{6}{7}$		*24, ad 14: vel 12, ad 7.*
Quintidecagoni		$\frac{13}{15}$		*26, ad 15.*
Sedecagoni		$\frac{14}{16}$ *vel* $\frac{7}{8}$		*28, ad 16: vel 14, ad 8.*

Et sic consequenter de cæteris poligonorum angulis, continuato numeratorum atque denominatorum earundem partium ordine: iuxta naturalem numerorum, & ab illis denominatorum poligonorum successionem, quæ nunquam finem consequi videtur.

Corollarium 4.

ANguli rursum cuiuslibet æquilateri & æquianguli poligoni, à primo, vel impariter pari numero denominati: ad illius isoscelis angulum, cum quo ipsum describitur poligonum, ratio tandem dignoscetur.

De angulo poligoni à primo numero denominati.

¶De angulo isoscelis velim intelligas, qui ad illius basin consistit. 1
In primis igitur, angulus oblati poligoni ab aliquo primorum numerorum denominati, bis capit angulum qui ad basin proprij isoscelis cum quo ipsum describitur poligonum, vno tantùm angulo minus, ei qui sub æquis eiusdem isoscelis continetur lateribus ęquali. Vt in heptagono fit manifestum.

Exemplum.

Clarum est enim ex supra dictis, angulum ipsius heptagoni subtendere partes quinq;, qualium tota circũferentia est septẽ. Sed qualium tota circũferentia est 7, taliũ angulus qui ad basin isoscelis, cũ quo ipsum describitur heptagonum, est trium, cùm sit triplus ad reliquũ, qui sub ęquis eiusdem isoscelis lateribus cõtinetur. Angulus igitur heptagoni, ad angulũ qui ad basin sui isoscelis, se habet vt 5 ad 3. Idem respondẽter intelligito, de cæteris poligonis à primo quouis numero denominatis.

Cùm igitur vterque angulus qui ad basin isoscelis, reliqui anguli fuerit	*duplus,*	*Angulus poligoni capiet semel eum qui ad basin, atque eiusdem anguli*	*dimidium.*
	triplus,		*duo tertia.*
	quadruplus,		*tria quarta.*
	quintuplus,		*quatuor quinta.*
	sextuplus,		*quinque sexta.*
	septuplus,		*sex septima.*
	octuplus,		*septem octaua.*
	nocuplus,		*octo nona.*
	decuplus,		*nouem decima.*
	vndecuplus,		*decem vndecima.*
	dodecuplus,		*vndecim duodecima.*
	tredecuplus,		*duodecim decimatertia.*
	quartidecuplus,		*tredecim decimaquarta.*
	quintidecuplus,		*quatuordecim quindecima.*
	sedecuplus,		*quindecim, sedecima.*

Et deinceps ita quantumlibet, ipsorũ isoscelium triangulorũ, atq; circunscriptorũ poligonorũ ordinẽ continuando, pro crescente in infinitum numerorũ multitudine. Nam quemadmodũ in numeris nunquã peruenitur ad numerũ maximũ, vtpote, qui per cõtinuam vnitatis additionẽ in infinitũ augmentantur: sic nunquam dabitur regulare aut irregulare poligonum, à maxima laterum multitudine denominatum. Et proinde antecedens formula, quantumuis pro numerorum ordine continuata, nunquam finem adipiscetur.

2 ¶ Angulus autem poligoni æquilateri & æquianguli, ab impariter pari numero denominati (qui scilicet in duos impares, & inuicem æquales numeros immediatè diuiditur) continet semel angulum poligoni, quod à dimidio & impari denominatur numero: & totam insuper eiusdem anguli partem, quotus est ipse dimidius numerus binario dempto. Poligoni verò angulus, quod ab ipso dimidio numero denominatur, continet bis angulum qui ad basin sui isoscelis, cum quo idem poligonum describitur, vno tantum angulo minus, ei qui sub æquis eiusdẽ isoscelis lateribus cõtinetur angulo æquali: vti nuper declarauimus. Hinc fit, vt angulus ipsius poligoni ab impariter pari numero denominati, ad angulũ qui ad basin eiusdem isoscelis, cum quo describitur ipsum poligonum à dimidio numero denominatum, duplam rationem semper obseruet (quod scitu dignum est) ex præfatis rationibus indifferenter resultantem. Exempli gratia, angulus decagoni æquilateri & æquianguli, continet angulum pentagoni (quod à dimidio ipsius denarij numero denominatur) cum quo iuxta tertiæ partis antecedẽtis problematis traditionẽ in eodem circulo describitur: & tertiam insuper eiusdem anguli partem. Angulus porrò ipsius pentagoni, capit semel eum angulũ qui ad basin sui isoscelis: & dimidiã insuper eiusdem anguli partẽ, hoc est, bis eum qui ad basin, dempto reliquo qui sub æquis lateribus cõtinetur, angulo. Qualiũ igitur partium tota circũferentia circuli est 10: taliũ angulus decagoni est 8, ipsius verò pentagoni 6, & is qui ad basin isoscelis 4. Atqui 8 ad 6 habẽt rationẽ sesquitertiam, & 6 ad 4 sesqualterã: ex quibus dupla ratio componitur. Habet igitur angulus decagoni, ad angulũ sui pentagoni rationem sesquitertiam: ad angulũ verò qui ad basin isoscelis pẽtagoni duplam. Idem respondẽter in cæteris poligonis, à quouis impariter pari numero denominatis, deducere haud difficile est.

De angulo poligoni, ab impariter pari numero denominati.

Exemplum.

Angulus itaꝗ poligoni habentis latera	10,	*ſemel continet angulum*	*pentagoni,*	*Et partem eius*	*tertiam.*	*Bis autem angulum proprij iſoſcelis.*
	14,		*heptagoni,*		*quintam.*	
	18,		*nonagoni,*		*ſeptimam.*	
	22,		*vndecagoni,*		*nonam.*	
	26,		*tredecagoni,*		*vndecimam.*	
	30,		*quintidecagoni,*		*tredecimam.*	
	34,		*ſeptemdecagoni,*		*quindecimam.*	
	38,		*nouemdecagoni,*		*decimāſeptimā.*	
	42,		*vndeuigecagoni,*		*decimamnonam.*	
	46,		*tredeuigecagoni,*		*vndeuigeſimam.*	
	50,		*quintiuigecagoni,*		*tredeuigeſimā.*	

Et conſequenter ita de cæteris, ab impariter paribus numeris denominatis, & in infinitum progredientibus poligonis.

Problema 5.

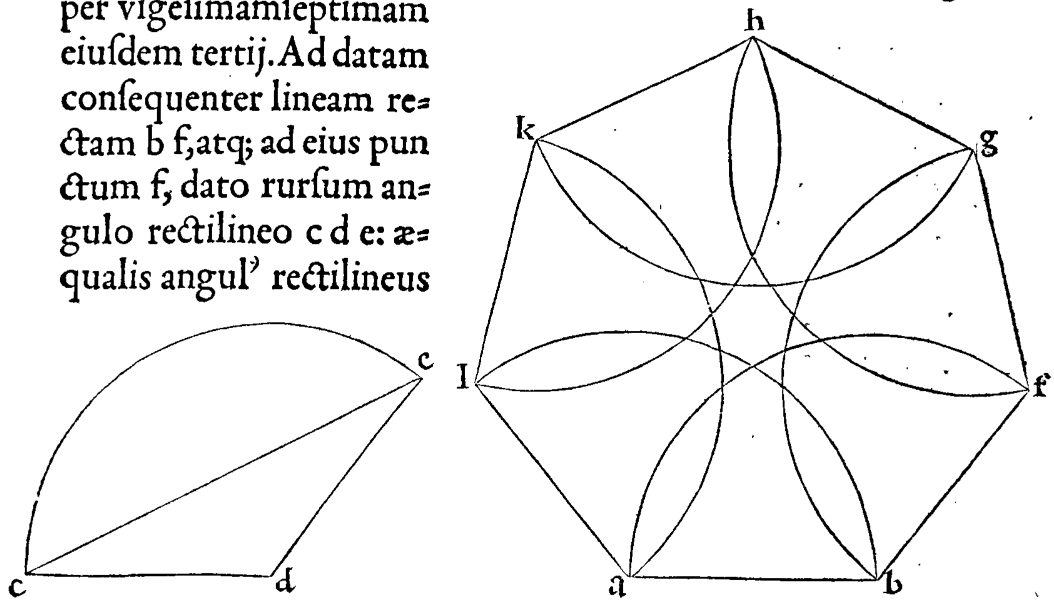
SVper data linea recta terminata, poligonum quoduis æquilaterũ & æquiangulum deſcribere.

❡Sit data linea recta terminata a b, ſuper quam oporteat poligonum aliquod, vtpote, heptagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere: hoc eſt, ipſam lineam rectam a b/in latus eiuſdē coaſſumere ſiue coaptare poligoni. Suſcipiatur igitur ex altero duorum antecedētium corollariorum, ipſius heptagoni angulus: ſitque c d e, ſub duabus lineis rectis c d/& d e, inuicem atque ipſi a b/ęqualibus comprehenſus. Et centro d, interuallo autem d c/vel d e, circuli deſcribatur arcus c e, per tertium poſtulatum: cui ſubtendatur chorda, ſiue recta c e. Dato poſtmodùm angulo rectilineo c d e, ad datam rectam lineam a b, atque ad eius punctum b, æqualis angulus rectilineus conſtituatur a b f, per vigeſimamtertiam primi elementorum: ſub a b/quidem & b f/lineis rectis, tum inuicem, tum ipſis c d/& d e/æqualibus comprehenſus. Deſcribetur autem a b f/angulus, ipſi c d e/angulo æqualis: vbi circa b/cētrum, ad interuallum autē ipſius a b/aut b f, arcum a f/ipſi c e/æqualem, per ſubtēſam rectam a f/ipſi c e/rectæ itidē æqualem delineaueris. Aequales enim rectæ in circulis æqualibus, æquales

Angulus deſcribendi poligoni, præparandus.

Qualiter eo dē angulo mediante, ipſum deſcribatur poligonum.

auferunt arcus, per vigesimamoctauam tertij elementorum: & æquales arcus in circulis æqualibus, æquales subtendunt angulos, per vigesimamseptimam eiusdem tertij. Ad datam consequenter lineam rectam b f, atq; ad eius punctum f, dato rursum angulo rectilineo c d e: æqualis angul' rectilineus



constituatur b f g, per eandem vigesimamtertiam primi elementorum, qui sub b f/& f g/ lineis rectis, tum inuicem, tum eisdem a b/c d/& d e/ æqualibus contineatur. Idque circumeundo toties obseruetur: donec ipsum a b f g h k l/compleatur heptagonum, & vltimus eiusdem poligoni angulus sub l a/& a b/lateribus tandem comprehendatur. Aequilaterum erit itaque, descriptum in hunc modum heptagonum. singula enim ipsius heptagoni latera, tum ipsi a b, tum eisdem c d/& d e/sunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communem sententiam. Aio demum, quòd & æquiangulum est idem heptagonum: nam singuli eius anguli, eidem angulo c d e/sunt per constructionem æquales, & æquales propterea adinuicem, per eandem primam communem sentẽtiam. Super data igitur linea recta terminata a b, heptagonum æquilaterum & æquiangulum descripsimus: Quod faciendũ susceperamus. *Quòd descriptum poligonum sit æquilaterũ, & æquiangulum.*

Haud aliter cætera quæuis data poligona, super quacunq; linea recta itidem terminata, per proprios eorundẽ angulos describẽtur.

Problema 6.

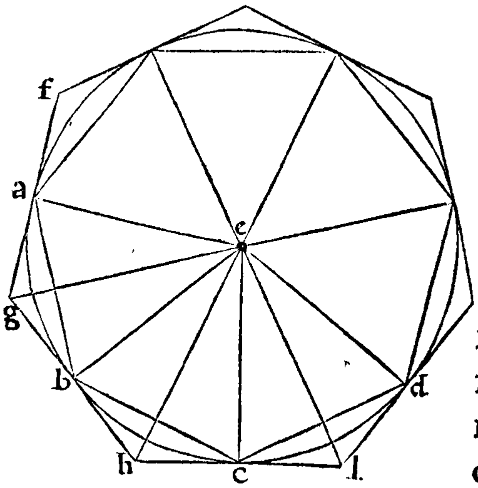
Circa datum circulum, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum describere.

¶Quanquam ex ijs, quæ duodecima, decimatertia, & decimaquarta propositione libri quarti elementorum, de pentagono tradidimus, coadiuuante hac vniuersali & per nos inuenta poligonorum omnium in circulo descriptione: cæterorum poligonorũ circa datum circulum, atq; circuli tam intra, quàm circa datũ poligonum descriptiones, colligi vel facilè possint. Vt tamen hoc negotium in vniuersum absoluamus: nouas, ac longè clariores (quas recens excogitauimus) inscribendi ac circunscribendi placuit annectere demonstrationes. ¶Esto igitur in exemplũ vniuersale propositum, describere heptagonũ æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulum a b c d, cuius centrum sit e. Describatur itaque primùm in ipso a b c d/circulo, heptagonum æquilaterum & ęquiangulum a b c d, per antecedens problema quartum. Connectantur deinde e a, e b, e c, e d, & reliqui eiusdem circuli semidiametri, per primum postulatum. A punctis consequenter a, b, c, d, atque reliquis semidiametrorum limitibus, rectæ quædam lineæ ad rectos vtrinque excitētur angulos, per vndecimam primi elemētorum: cuiusmodi sunt a f/& a g, b g/& b h, c h/& c l. In directum itaq; constituentur singulæ binæ lineæ rectæ, ab vnoquoque semidiametrorum limite prodeuntes, per decimamquartam ipsius primi elementorum, veluti sunt f g, g h, & h l: tangéntque in eisdem punctis, hoc est, semidiametrorum limitibus, eundem circulum datũ, per corollarium decimæsextæ tertij eorundem elemētorum. Conuenient præterea lineæ ipsæ ad vtrasque partes in directum productæ, per quintum postulatum: vtpote, f g/& g h/in punctum g, g h/& h l/in pũctum h, & reliquæ deinceps suo ordine. Nam singula inscripti poligoni latera, singulos diuidunt angulos rectos: efficiúntque extra idem poligonum, binos interiores & ad easdem partes omnifariam occurrentes angulos, duobus rectis minores. Heptagonum est igitur ipsum f g h l/poligonũ: & circa datum a b c d/circulum, per quartam diffinitionem quarti eorundem elementorum descriptum.

Heptagoni in exemplũ descriptio, circa datum circulum.

¶Reliquum est, demonstrare quòd idem heptagonum sit æquilaterum & æquiangulum. Connectantur igitur, e g, e h, & e l: & reliquæ similes lineæ rectæ, per primũ postulatum. Cùm igitur e a, ipsi e b, per circuli diffinitionem sit æqualis, isosceles est a e b/triangulum: & angulus propterea e a b, angulo e b a, per quintã primi elementorum æqualis. Atqui rectus e a g, recto e b g, per quartum

Quòd huiusce modi heptagonũ, sit æquilaterum.



æquatur poſtulatum. Reliquus igitur angulus g a b, reliquo g b a, per tertiam communem ſentētiam eſt æqualis. Et latus propterea a g, lateri g b, per ſextam ipſius primi elementorum coæquatur. Similiter oſtēdetur, quòd b h/ ipſi h c, & c l/ ipſi l d: & reliquę deinceps, reliquis ſunt æquales. Item quoniam a e/ ipſi e b/ eſt æqualis, & e g/ vtrique communis, baſis quoque a g/ baſi g b/ æqualis: angulus igitur a e g, angulo g e b, per octauam eiuſdem primi elementorum eſt æqualis. Vterque propterea dimidius eſt ipſius anguli a e b. Haud aliter oſtendetur, vterq; angulus b e h/ & h e c, dimidius anguli b e c: & conſequenter in hunc modum de cæteris. Anguli porrò a e b/ & b e c, æquales ſunt adinuicem, per vigeſimamſeptimam tertij eorundem elementorum: ſub æqualibus enim deducũtur arcubus. Quæ autem eiuſdem, vel æqualium ſunt dimidium, ea ſunt æqualia adinuicem, per ſeptimam communem ſententiam: æqualis eſt igitur angulus b e g, angulo b e h. Rectus præterea e b g/ recto e b h, per quartum æquatur poſtulatum. Bina ergo triangula b e g/ & b e h, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri, & latus e b/ vtrique commune, quod æquis adiacet angulis: reliqua igitur latera, reliquis lateribus habebũt æqualia alterum alteri, per vigeſimamſextã primi elementorum. Aequalis eſt igitur b g, ipſi b h: & tota proinde g h, ipſius b h/ dupla eſt. Similiter demonſtrabitur h l, ipſius c h/ dupla. Quæ autē eiuſdem vel ęqualium duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia, per ſextam communem ſententiam: æqualis eſt igitur g h, ipſi h l. Eodē prorſus modo cõuincentur reliqua ipſius heptagoni latera, diuidi bifariam: & tum inuicem, tum vtrique ipſarum g h/ & h l/ fore æqualia. Aequilaterum eſt itaque, ipſum f g h l/ heptagonum.

¶ Aio demũ, quòd & æquiangulum. Oſtenſum eſt enim a g/ ipſi g b, & b h/ ipſi h c, necnon g b/ ipſi b h coæquari: quatuor igitur a g, g b, b h, & h c, æquales ſunt adinuicē. Bina ergo triangula a g b/ & b h c, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, atque baſin a b/ baſi b c/ æqualem (ſunt enim latera inſcripti *Quòd idē heptagonum eſt æquiangulũ.*

heptagoni æquilateri & æquianguli) angulus igitur a g b, angulo b h c, per octauam ipsius primi est æqualis. Haud dissimiliter ostendentur reliqui eiusdem heptagoni anguli, tum inuicem, tum vtriq; ipsorũ a g b/& b h c/respondenter coæquari. Aequiangulum est igitur ipsum f g h l/heptagonum. Patuit quòd æquilaterum, & circa datum a b c d/circulum descriptum. Quod oportuit fecisse.

Eodem modo cætera poligona, eidem circunscribentur circulo.

Problema 7.

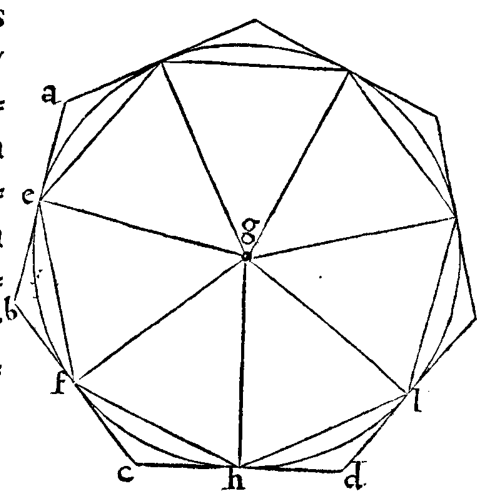
IN dato quouis poligono æquilatero & æquiangulo, circulum versa vice describere.

Quæ requirantur ad circuli descriptionem in dato poligono.

¶Cùm datus circulus, in oblato quouis poligono æquilatero & æquiangulo proponitur describendus: operæpretium est inuenire tot lineas rectas inuicem æquales, & ab vno puncto medio simul procedentes, atque in singula poligoni latera ad rectos incidentes angulos, quot fuerint ipsius dati poligoni latera.

Circuli in heptagono, in aliorum exemplum descriptio.

Sit igitur verbi gratia datum heptagonũ æquilaterũ & æquiangulum a b c d, in quo expediat circulum describere. Secetur in primis vtrunq; latus a b/& b c/bifariam, per decimam primi elementorum: in punctis quidẽ e/& f. Et ab ipsis punctis e/& f, ad angulos rectos suscitẽtur e g/& f g, per vndecimã ipsius primi: & connectatur e f, per primum postulatum. Cùm igitur vterq; angulus b e g/& g f b/sit rectus, erunt interiores & ad easdem partes anguli e f g/& g e f, binis rectis minores: conuenient igitur ipsæ e g/ & f g/ in directũ productæ, per quintũ postulatum. Cõueniant itaq; ad punctum g. Et diuidãtur reliqua eiusdẽ pentagoni latera bifariam, per eandẽ decimam primi elementorũ: vtpote c d/ in puncto h, & d l/ in puncto l, & sic de reliquis suo ordine. Connectãtur demum g h/



& g l,& reliquæ deinceps similes lineæ rectæ,per primũ postulatũ.
¶His ita cõstructis,quoniam recta e b/rectæ b f/est æqualis (sunt enim æqualium,hoc est,ipsarum a b/& b c/dimidium) æqualis est angulus b e f,angulo b f e,per quintã primi elementorũ.Et proinde angulus c f h, angulo c h f/itidem æqualis. Atqui rectus angulus b e g,recto g f b,per quartum æquatur postulatum:reliquus igitur e f g,reliquo g e f,per tertiam communem sententiam est æqualis. Et latus consequenter e g, lateri g f,per sextam eiusdem primi erit æquale.Insuper, quoniam bina latera e b/& b f/trianguli b e f,sunt æqualia duobus lateribus f c/& c h/trianguli c f h,alterum alteri, & angulus qui ad b/angulo qui ad c/per hypothesin æqualis:Basis igitur e f,basi f h/est æqualis,atque reliqui anguli reliquis angulis æquales,sub quibus æqualia subtẽduntur latera,per quartam eiusdem primi elementorum. Vterque igitur angulus b e f/ & e f b, vtrique c f h/ & f h c/est æqualis. Et quoniam rectus b f g, recto g f c/est æqualis:subductis æqualibus angulis b f e/& c f h,reliquus e f g,reliquo g f h, per tertiam communem sententiam erit æqualis. Duo itaq; triangula e f g/& g f h, habent duo latera e f/& f g, duobus lateribus g f/& f h/æqualia alterum alteri:& contentos sub æqualibus lateribus angulos,inuicem æquales.Basis igitur e g,basi g h,per eandem quartam primi elementorum est æqualis: & reliquus angulus f e g, reliquo g h f/ æqualis. Quibus si æquales addantur anguli b e f/& f h c:consurget angulus b e g,angulo g h c, per secundam communem sententiam æqualis. Angulus porrò b e g,rectus est per constructionem:& g h c/igitur angulus itidem rectus erit.& proinde reliquus angulus g h d/rectus, per decimam tertiam eiusdem primi elementorum. Rursum, quoniam e g,ipsi g f/ostensa est æqualis:binæ igitur f g/& g h,eidem e g/sunt æquales,& propterea æquales adinuicem. Haud dissimiliter ostendetur, vnusquisque angulorum qui circa l, & reliqua similia puncta, rectus:atque g l/ipsi f g/æqualis, & reliquæ demum ex eodem puncto g/prodeuntes,tum inuicem,tum ipsis e g/g f/& g h/coęquari.

Qꝫ lineæ ex pũcto g,in media laterũ pũcta incidẽtes, sunt adinuicẽ æquales.

¶Centro itaq; g,interuallo autem g e, vel alterius cuiusuis æqualium,circulus describatur e f h l,per tertium postulatum. Trãsibit ergo ipsius circuli peripheria per singula puncta e,f,h,l,atque reliquorũ semidiametrorũ eiusdem circuli limites.Qui quidem semidiametri,cùm ad dati heptagoni latera ad rectos (vt præostensum

Finalis circuli descriptio, in dato heptagono.

est) incidant angulos: tangit propterea ipsius descripti circuli circircunferentia singula eiusdem heptagoni latera, per corollarium decimæsextæ tertij eorundem elementorum. Per quintam igitur ipsius quarti elementorum diffinitionem, in dato heptagono æquilatero & æquiangulo a b c d, descriptus est circulus e f h l. Quod expediebat facere. Haud dissimiliter, in dato quouis alio poligono æquilatero & æquiangulo, circulus ipse describetur.

Corollarium.

¶Circulus igitur, qui in dato quouis poligono æquilatero/& æquiangulo describitur, tangit ipsius poligoni latera in medijs eorundem laterum punctis: atque versa vice circunscriptum poligonum, eundem circulum.

Problema 8.

CIrca datum quoduis poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulum tandem figurare.

Quæ requirantur ad describendũ circulũ, circa datũ poligonũ.

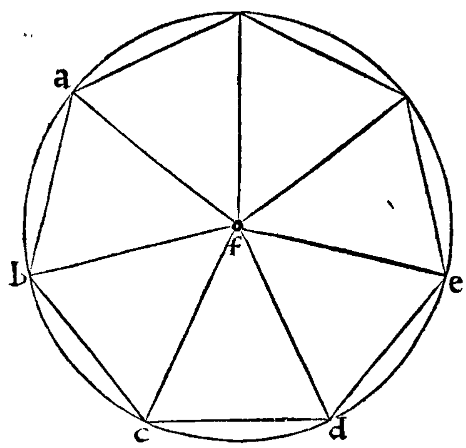
¶Quoties circa datum aliquod poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulum ipsum describere fuerit operæprecium: inueniendæ erunt tot lineæ rectæ inuicem æquales, & ab eodem puncto in medio poligoni sumpto in singulos eiusdem poligoni angulos incidentes, quot fuerint anguli ipsius dati poligoni. Resumatur igitur in exemplũ, antecedẽs heptagonum æquilaterũ & æquiangulum, sitq; a b c d e: circa quod, circulũ describere oporteat.

Descriptio circuli, circa heptagonum in aliorum exemplum.

Diuidatur itaq; bifariam vterq; angulus qui sub a b c/& b c d/cõtinetur, per nonã primi elementorum, productis b f/& f c/ lineis rectis: quę per quintum postulatum, conuenient tandem adinuicem intra datũ heptagonum. Vterq; enim angulorum qui sub b c f/& f b c, recto minor est: nẽpe dimidius anguli eiusdem heptagoni, qui binis rectis est minor. Cõueniant igitur ad ipsum pũctum f: & connectantur a f/& f d/ & reliquæ succedẽtes lineæ rectæ, per primũ postulatum.

Qualiter oẽs lineæ ex puncto f/prodeuntes, ostendantur æquales.

¶His ita constructis, quoniam angulus a b c, angulo b c d/per hypothesin est æqualis: & quæ eiusdem vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicẽ, per septimã cõmunem



ſententiam. Angulus igitur b c f, angulo f b c/ eſt æqualis: & latus propterea b f, lateri f c/reſpondenter æquale, per ſextam primi elementorum. Rurſum quoniam latus b c, lateri c d/eſt æquale, & c f/ vtrique commune: Bina ergo latera b c/& c f/trianguli b c f, binis lateribus f c/ & c d/ trianguli f c d, ſunt æqualia alterum alteri, & æquos inuicem continent angulos, per conſtructionem. Baſis igitur b f, baſi f d, per quartam ipſius primi elementorum eſt æqualis: atque reliquus angulus c b f, reliquo f d c/æqualis. Angulus porrò c b f, dimidiū eſt anguli a b c: & f d c/ igitur angulus, dimidium eſt ipſius anguli c d e. quæ enim æqualia ſunt, eiuſdem vel æqualium ſunt dimidiū, per ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Reliquus igitur angulus f d e, eiuſdem anguli c d e/eſt dimidium: & proinde ipſi angulo c d f/æqualis. Haud diſſimiliter e f, ipſi f c/ æqualis: & reliquæ demum lineæ rectæ, ex eodem puncto f/ in ſingulos heptagoni angulos incidentes, tum inuicē, tum ipſis b f/f c/& d f/coæquari demonſtrabuntur. ¶ Centro igitur f, ad interuallum autem f b, alteriúsve cuiuſuis æqualium linearum ex eodem puncto f/egredientium, circulus deſcribatur a b c d e, per tertium poſtulatum. Tranſibit ergo ipſius circuli circunferentia per ſingulos ipſius dati heptagoni angulos: tangetqúe propterea, vnunquenque eiuſdem heptagoni angulum. Circa datum igitur heptagonum æquilaterum & æquiangulum, circulus ipſe a b c d e/deſcriptus eſt, per quartam ipſius quarti elementorum diffinitionem. Quod tandem faciendum ſuſceperamus. *Circūſcriptio finalis ipſius circuli.*

¶ Non aliter circa datum aliud quoduis poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulus ipſe deſcribetur.

Libri de abſoluta multangularum & regularium figurarum deſcriptione,

FINIS.

Vireſcit Vulnere Virtus.

Orontij Finei Delphinatis, REGII MATHEMATICArum Lutetiæ professoris: De inuenienda longitudinis duorum quorumcunque locorum differentia, etiam dato quouis tempore, aliter quàm per Lunares eclipses, Liber singularis.

DVO SVNT À QVIBVS VNIuersa Geographicæ artis pendere videtur institutio:& quæ vnicuique Geographo non vtilissima tãtummodò,sed in primis sunt valde necessaria. Primum est,longitudinalis oblatorum quoruncunq; locorum differentia: quæ in ipso supputatur Aequatore, ac inter ipsorum locorum comprehenditur Meridianos. Alterum est differentia latitudinis, quæ sub eorundem locorum clauditur parallelis:& in ipso numeratur Meridiano. Harum nanq; differentiarum adminiculo,locorum positiones sitúsve deprehenduntur,& in rotunda vel plana superficie respondenter designantur: eorundémque locorum distantiæ,seu viatoriæ & directæ colliguntur elongationes. Ipsa porrò latitudinalis datorum quoruncunque locorum differentia,singulo die artificiali,Sole sub Meridiano lucẽte circulo,per illius declinationem, & contingentem hora meridiana sublimitatem:vel noctu per aliquam fixarum stellarum,quæ oriatur & occidat, aut quæ perpetuò super Horizontem exaltetur, indifferenter colligitur. Quẽadmodùm libro quinto nostrę Cosmographiæ seu Mundanæ Sphęrę tradidimus,& amplissimis declarauimus exemplis. Qualiter autem longitudinalis eorundem locorum differentia, fidissima deprehendi possit inspectione, vnicam viam prisci nobis reliquere Geographi,quã omnes hactenus sunt insequuti:per Lunarium scilicet defectionum obseruationes.Cum enim Luna eodẽ momento

Quæ Geographo potissimũ uidentur esse necessaria.

Qualiter locorũ obseruetur latitudo.

Locorum differentia longitudinalis, per Lunares eclipses à priscis obseruata Geographis.

temporis vniuerſo deficiat Orbi: per diuerſas ipſius temporis ſuppurationes, pro Meridianorum varietate contingentes, ipſorum Meridianorum elicitur diuerſitas, hoc eſt, longitudinalis vnius ab altero differentia. Veluti præfato libro quinto Sphæræ noſtræ, clariſſimè deſcripſimus: vbi per vulgarem aut ſolidam vel armillarem Sphæram, ipſam longitudinalem locorum differentiam (coadiuuante poſitionis angulo) ſimul colligere docuimus. Quanquam porrò eiuſcemodi obſeruandi ratio per Lunares eclipſes, facillima ſit atq; certa: rarò tamen & non liberè, aut ſtatuto tempore, ea frui vel vti permittitur. vtpote, quoniam ipſa Luna rarò patitur eclipſim: & plærunq; dum eclipſatur ſub Horizonte conſtituitur, aut nebuloſo & talibus obſeruationibus inepto obfuſcatur aëre. Hinc factum eſt, vt plerique alium quempiam obſeruandi modum excogitare conati ſint: quo præfata longitudinalis differentia, dato quouis elici poſſet tempore. Inter quos neminem offendes, qui hoc negotium fæliciter tentarit: tantum abeſt ne abſoluerit. Nec defuerunt qui per Lunares obſeruationes, etiam alias quàm per eius eclipſes, ididem obtineri poſſe ſubdubitarint. Sed qua ratione vel artificio id foret adgrediendum & abſoluendum, ne verbum quidem fecerunt: & proinde id ignoraſſe viſi ſunt. Quod ei non videbitur mirum, qui conſiderauerit bonam eorum hominum partem, qui ſeſe Geographos vel Hydrographos temerè profitentur, aut nullam rerum Mathematicarum habere cognitionem, & iudicio propterea carere, ſuſpectíſq; ſemper inniti coniecturis: aut ſi quid in Mathematicis acceperint, non tamen in illis tandiu ac fęliciter eſſe verſatos, qui tales excogitare poſſint adinuẽtiones. Nam tam rari ſunt hodie, ac ſemper fuerunt ſubtiliorum rerum (potiſſimum Mathematicarum) inueſtigatores: quàm rari ſunt, ac fuerunt hactenus illorum fautores, atq; Mecœnates. Imò (quod iniquius eſt, & abhominandum) ſæpius videas audaciſſimum ac inutilem rabulam & merum impoſtorem, eas dignitates & munera reportare: quæ ſynceris ac ſtudioſis debentur Philoſophis, rempublicam literariam omnibus modis illuſtrantibus. ¶ Ego igitur (qualiſcunque futura ſit meorum laborum retributio) tum pro meo officio, tum vt cæteros geographicæ artis amatores ab hac in poſterum liberem anguſtia: inter alia inuenta mea Mathematica, viam demum excogitaui, qua præfata lõgitudinalis oblatorũ quoruncũque locorum

Obiectio contra prædictũ obſeruãdi modum.

Cur differentia longitudinis, nondũ planè fuerat adinuenta.

Cur rari ſubtiliorũ rerũ inueſtigatores.

differẽtia,aliter quàm per Lunares eclipſes,dato quouis deprehendi valeat tempore. Idque in primis, per corporis Lunaris applicationem ad ipſorum locorum Meridianos (quæ ſemel intra quemlibet diem naturalem,vbiq; terrarum accidit) ad fixum quempiam Meridianum,& veluti radicalem locum relatorum. Quam applicationem,tum ex ipſa prima & rapidiſſima vniuerſi Orbis latione, tum ex ipſius Lunæ motu, inter omnium errantium ſyderum velociſſimo,leui admodùm calculo, ac fidiſſima obſeruatione colligemus. Secundò,per inſtrumentum planum & huic negocio ſingulariter adcommodum, quod ex ipſa Planiſphærij ſiue Aſtrolabij contextura fabricaui,& Geographicum propterea libuit appellare Planiſphærium: mira & penè incredibili facilitate,idem conſequenter inuenietur. Ex quo præterea inſtrumento, viatoriam intercapedinem, ſeu directam eorundem locorum elongationem (modò cognitam habeant longitudinem,atque latitudinem)obtinere verſa vice poteris. Quas adinuentiones poſteris omnibus,potiſſimùm rerum Geographicarum ſtudioſis, grata ſimul & vtilia (etiam cum admiratione)futura non deſperamus.Quod is dignetur concedere,qui ſua clementi ac ineffabili prouidentia,bonis mentibus in dies occurrere non ceſſat.

Inuentum Authoris,de obſeruanda locorum longitudine.

Planiſphæriũ geographicũ, ab ipſo authore excogitatũ.

Problema Primum.

DE longitudine atque latitudine locorum,& earum conparatione cum longitudine atque latitudine ſyderum, ac vtriuſque differentia,officio, & vtilitate:generalia quædã in primis elucidare præambula.

1 ¶Quemadmodùm igitur adminiculo longitudinis atque latitudinis ſtellarum,quæ ab ipſis notatæ ſunt Aſtronomis:in earundem ſtellarum cognitionem vel facilè deuenimus, atque illarum elongationem ſiue diſtantiam, quam habent adinuicem,conſequenter numeramus.Haud diſſimiliter mediante longitudine atque latitudine datorum quoruncunque locorum,ſuper ipſa tellure deſignatorum:in eorundem locorum ſitum ac poſitionem peruenire ſolemus, illorúmque viatoriã diſtantiam,ſeu directam elongationem

Collatio lõgitudinis atque latitudinis locorum,cũ longitudine atq; latitudine ſyderum.

reſpondenter conſequimur. In hunc enim finem, ipſæ longitudines atque latitudines, ab Aſtronomis & Geographis videntur excogitatæ ac definitæ. ❡Præterea, vt omnium ſtellarum longitudo 2
(quæ verus illarum eſt motus) in longum Eclipticæ ſiue Zodiaci, à vernali eiuſdem Eclipticæ cum Aequatore ſectione, hoc eſt, ipſius Arietis capite, per æſtiuale ſolſtitium, & æquinoctium autumnale, iuxta ſignorum conſequentiam, in contrariam primi & vniuerſalis motus ſupputatur poſitionem: & in eo terminatur circulo magno, qui per polos eiuſdem Eclipticæ ſiue Zodiaci, & ipſas ſtellas tranſire diffinitur. Sic ipſa longitudo datorum quorumcunq; locorum in terra deſignatorum, in longum Aequatoris circuli, à communi eiuſdem Aequatoris ſectione cum eo circulo Meridiano, quem fixum appellant, & per ipſius Aequatoris ſiue Mundi polos, atque occiduum noſtræ habitabilis terminum educitur, verſus ortum, iuxta eorundem ſignorum ſucceſſionē reſpondenter dinumeratur: & in ipſis finitur Meridianis, qui per data loca, aut illorum producuntur vertices. ❡Quemadmodùm inſuper arcus circuli 3
magni, per Zodiaci vel Eclipticę polos & datas ſtellas pertranſeuntis, inter ipſum Zodiacum & eaſdem ſtellas comprehenſus: earundem ſtellarum boream vel auſtrinam exprimit latitudinem, prout ipſæ ſtellæ verſus boreum vel auſtrinum deuiant Eclipticæ polum. Pari modo arcus Meridiani circuli dati cuiuſcunque loci, qui inter ipſum Aequatorem & verticem eiuſdem loci continetur: ipſius dati loci latitudo vocitatur, borea quidem vel auſtrina, prout datus locus boream vel auſtralem ab Aequatore poſitionem obtinuerit. Reſpondent itaq; locorum longitudines atq; latitudines, ipſis ſtellarum longitudinibus atq; latitudinibus. Et quemadmodùm vtriuſque longitudinis officium eſt, à ſignato vel Zodiaci vel Aequatoris initio, numeratam in eius circunferentia præfinire diſtantiam: Sic vtraque latitudo, ab eodem Zodiaco vel Aequatore in alterutram Mundi partem, deuiationem videtur exprimere. Et proinde vt ſtellarum in Cælo, ſic locorum in terra ſitum, atq; poſitionem obtinere ſolemus. ❡Item, velut arcus magni circuli, per duas quaſ- 4
uis ſtellas in cælo notatas educti, qui inter ipſas ſtellas comprehenditur: veram earundem ſtellarum metitur elongationem, ſiue diſtantiam. Similiter arcus circuli magni, per duo quæuis terreſtria loca, aut ipſorum locorum vertices pertranſeuntis, inter ipſa loca

Qualiter & in quo circulo longitudo numeretur ſyderum.

Vt locorum longitudo reſpondēter deſignetur, & in quo circulo.

De latitudine ſtellarum, & earum ſupputatione.

De latitudine locorū, & eorum reſpondenti calculo.

Commune longitudinū atq; latitudinum officium.

Elongatio ſtellarum.

comprehenſus:veram eorundem locorum diſtātiam,ſeu directam exprimit elongationē. Nam ſuper talium circulorum magnorum circunferentia,directæ profectiones fiunt itinerum, atque in ipſo mari nauigationes: nunquam autem ſuper circunferentia alicuius paralleli, alteriúsve minoris circuli. Hunc itaque circulum magnum, qui per duo quæuis notata loca tranſire diffinitur: viatorium eorundem locorum circulum meritò vocitamus. Quemadmodùm præallegato Libro quinto noſtræ Coſmographiæ ſiue Mundanæ ſphæræ,euidens fecimus.

Vera locorum diſtātia.

Circulus uiatorius.

5 ¶Arcus igitur Aequatoris (vt ad ſuſceptum negotium deueniamus) inter duorum quorunuis locorum Meridianos comprehenſus: longitudinalis eorundem locorum differentia nominatur. Oſtendit enim ipſius Aequatoris interuallum, quo vnus datorum locorū orientalior,aut occidentalior eſt altero: ſiue quo vnius loci longitudo differt,hoc eſt, maior aut minor eſt alterius longitudine. Arcus inſuper Meridiani circuli alterutrius duorū locorum in eadem Orbis parte notatorum,qui inter ipſorum locorum clauditur parallelos:latitudinalem eorundem locorum exprimit differentiam.hoc eſt,interuallū quo vnius loci latitudo maior,aut minor eſt alterius latitudine: ſiue diſtantiā,qua vnus prædictorum locorum borealior,vel auſtralior eſt altero,ſiue ipſa loca ſub eodem, aut ſub diuerſis conſtituta ſint Meridianis.

Longitudinis Differētia,& eius officium.

Latitudinalis locorū differētia,& eius officium.

6 ¶Omiſſa itaque latitudinali differentia, vtpote (quæ veluti præfati ſumus)inuentu ſit facillima, & ab omnibus paſſim inculcata: ipſam longitudinalem duorū quoruncunq; locorum differētiam, aliter q̄ per Lunares eclipſes,hoc eſt, per applicationē ipſius Lunæ ad datorum locorū Meridianos(vt in eadē teſtati ſumus pręfatione)modica obſeruatione,fidiſſimóque calculo docebimus elicere.

Sola longitudinis differentia,hic obſeruari docetur.

Problema 2.

QVòd radicalis quiſpiam locus eligendus ſit, ad quem cæterorum locorum differentiæ longitudinales referātur: quæ inſuper ad ipſius lōgitudinalis differentiæ requirātur inuentionē,cōſequēter edocere.

Prima huius operis hypoſteſis.

¶Ad inueniendam itaque longitudinalẽ oblatorum quoruncun= 1
que locorum differentiam, quam per Lunarem applicationem ad prædictorum locorum Meridianos, me traditurũ ſum pollicitus: operæpretium eſt in primis, inſignem aliquem aut liberum eligere locum, cuius lõgitudo atque latitudo nota ſit & ad vnguem exploratа. Ad cuius loci Meridianum, velut ad fixam quandam & primariam radicem, cæterorũ locorum ſiue Meridianorum longitudines, tam verſus ortum, quàm verſus occaſum vniuerſaliter referantur. Elegi itaque famatiſſimam ac illuſtriſſimam Lutetiæ Pariſiorum academiã, veluti cæteris omnibus hac in parte meritò præferendam, & dignam quæ hiſce noſtris celebretur adinuẽtionibus.

Lõgitudo atque latitudo Meridiani Pariſienſis.

Cuius longitudo ab occidente habitato, iuxta prudentiorum Geographorum & meam ſimul obſeruationem, habet gradus 23, & 30 ferè minuta: Latitudo autem gradus 48, & minuta circiter 40.

Quæ ſecundo loco paranda ſunt.

¶Secundò, neceſſum eſt quempiam vſitatum ac perfacilem habe= 2
re calculum: quo dignoſcatur in promptu, etiam in quacunque ipſius habitabilis parte, quota diei cuiuſlibet naturalis hora, ac eiuſdem horæ minuto, Luna ad primam & regulatam vniuerſi Orbis circunductionem, in ipſius electi & radicalis loci deueniat Meridianum: & ſub qua Zodiaci vel Eclipticæ parte, ipſa Luna tũc fuerit

Tabulæ aſtronomicæ huic negotio inſeruientes.

cõſtituta temporis. In cuius rei gratiam, ac facilem expeditionem: ſubſcriptas conuenit habere tabulas, ad Meridianum ipſius radicalis loci ſupputatas ſiue reductas. Vtpote, tabulas ad verum motum Solis & Lunę ſupputandum neceſſarias, vnà cum declinationis ipſius Solis, & latitudinis Lunæ tabula: vt dato quouis tempore, verum Solis motum & eius declinationem, atque verum motum Lunæ & eius latitudinem, promptiſſimè dignoſcas. Item tabulam aſcẽſionum rectarum, vnà cum Cęli mediationum tabula ad quinque vel ſex gradus vtriuſque & borealis & auſtralis latitudinis ſupputata: vt rectam veri loci Solis & Lunæ colligere valeas aſcenſionem, ad ipſum Meridianum (qui inſtar recti ſe habet Horizontis) referendam circulum. Quarum tabularum, innumera tum à nobis, tum ab alijs, ſubminiſtrata eſt multitudo.

Inſtrumenta ad idem negotiũ fabricãda.

¶Subſcriptis præterea, & facilè portatilibus opus eſt inſtrumen= 3
tis. Vtpote horologio quopiam, tali induſtria & mobilium rotarum artificio fabricato, vt per ipſum 24 diei naturalis horæ, & 60 cuiuſlibet horæ minuta iuſtiſſimè deſignẽtur. Item Sphæra vulgari

aut ſolida,vel Armillis tantummodò contexta,cuius diameter bipedalis, vel ad minus ſeſquipedalis exiſtat longitudinis,atque his potiſſimùm ſit ornata circulis,vtpote,Zodiaco,Aequatore,Meridiano, & Horizonte,vnà cum ſubtili admodùm ſemicirculo,inter ipſam Sphęrã & illius Meridianũ,circa Zodiaci polos facilè circũducibili: vnoquoq; circulo in 360 gradus inuicẽ æquales, præfato autẽ ſemicirculo in gradus 180,ſolito more diſtributo. Triangulare demũ requiritur inſtrumentũ,triquetrũ appellatũ, ſub tribus regulis inuicẽ connexis cõprehenſum. Quale Ptolemæus Alexandrinus duodecimo capite libri quinti ſuæ magnæ conſtructionis, & Geber acutiſſimus illius interpres circa principiũ reſpondentis libri quinti componere docet:& cuius figuram infra ſuo loco tibi depinximus.Hoc tamen inſtrumentum, ſimul comitetur chordarum vel ſinuum rectorum tabula: cuiuſmodi eſt ea, quam circa finem ſæpius allegatæ Sphæræ noſtrę ſiue Coſmographię deſcripſimus,& ſuis ornauimus documentis. Nam cum ſupradictis inſtrumentis,examinandũ erit in dato quouis loco, cuius longitudinalis differentia ad ipſius radicalis loci relata Meridianũ inueniẽda proponetur,quota hora & horæ mi.Luna ad eiuſdem loci perducetur Meridianum : & ſub qua Zodiaci parte,eadem Luna tunc fuerit conſtituta. Vt ipſa longitudinalis differentia(quemadmodùm infra docebitur)tandem obtineatur.

Ptolemæus.

Geber.

Generale prædictorũ inſtrumentorum officium.

Problema 3.

QVota diei cuiuſlibet naturalis hora, atque ipſius horæ minuto, Luna ad electum & radicalẽ perducatur Meridianum calculare: túncque verum ipſius Lunæ locũ in Zodiaco ſimul deprehendere.

1 ¶ Non potuit ipſa longitudinalis differentia,aliter quàm per Lunares eclipſes commodius inueſtigari,quàm per diurnum & regulatum motũ Vniuerſi, qui fit ab ortu per mediũ Cæli ad occaſum: & per motum ipſius Lunæ, omnium poſt eundem primũ motum velociſſimum,qui in cõtrariam poſitionem ab occaſu per medium Cæli verſus ortum fieri videtur. Nam horum duorum motuum

Diurnus atq; lunaris motus huic obſeruationi commodiores.

adminiculo, ipſius corporis Lunaris ad datorum locorum Meridia
nos colligemus applicationem: & per applicationum diuerſitatem,
ipſam longitudinalem eliciemus differentiam.

Problematis exequutio.

¶ Cùm igitur dato quouis naturali die operępretium fuerit agno- 1
ſcere, quota hora & eiuſdem horæ minuto, Luna ad electi & radi-
calis loci peruētura ſit Meridianum: & ſub qua Zodiaci parte ipſa
Luna tunc fuerit cōſtituta (nam id præcipuum huiuſce inquiſitio-
nis videtur eſſe negotium) ſupputanda ſunt in primis, ex vulgato
diarij ſeu nuper expreſſarum tabularum calculo, ad præcedentem
meridiem, atq; ad ipſius electi & radicalis loci Meridianum: vera
Solis & Lunæ loca, ſiue motus in Zodiaco circulo. Deinde vtriuſq;
veri motus ſiue loci, Solis inquàm & Lunæ ad præfatum locum &
tempus ſupputati: aſcēſio recta, per tertium vel quartum proble-
ma in directionū tabulas colligenda eſt. in qua re, non omittenda
eſt ipſius Lunæ latitudo (quæ trito admodùm calculo, paſſim inue
niri docetur) vt eiuſdem Lunæ fideliùs recta numeretur aſcenſio.
Recta poſtmodùm aſcenſio Solis, ab aſcenſione recta Lunæ ſubdu-
catur, mutuato (ſi operæpretium fuerit) toto circulo: & quod in-
de relinquetur, primum Aequatoris nominetur interuallū. Hoc
autem Aequatoris interuallū, in temporis particulas ſolito more
reſoluatur: dādo quibuſlibet 15 gradibus vnā horā, & cuilibet gra-
dui quatuor horæ minuta, cuilibet autem minuto gradus quatuor
horæ ſecunda. Huic conſequenter tempori reſpondens verus Lu
næ motus, in hunc modum eliciatur. Accepto vero motu Lunæ
diurno, is diuidatur per 24: & horarius prodibit eiuſdem Lunæ mo
tus. quem ſi per numerum horarum eidem interuallo reſponden-
tium multiplicaueris, & ſi quæ ſint horæ minuta, ipſius motus ho-
rarij partem proportionalem adiunxeris, pro ratione eorūdem mi-
nutorum ad 60: producetur tādem arcus Zodiaci, quem Luna per-
ambulat durante huiuſcemodi temporis interuallo. Hic porrò Lu
næ motus, vero eiuſdem Lunæ motui, ad horam meridianam obla
ti diei iampridem ſupputato, coniungendus eſt: conſurget enim ve
rus motus ipſius Lunæ, ad inſtās quo eadē Luna ad ipſius radicalis
loci perducetur Meridianū. Huius denique Lunaris motus, ſi re-
cta (veluti prius) numeretur aſcenſio, & ab ea aſcenſio recta ipſius
Lunæ antea ſupputata dematur: relinquetur earundem rectarum
aſcenſionum differētia, eidē vero motui Lunæ intercepti reſpōdēs

temporis. Quæ tandem iuncta ipsi primo Aequatoris interuallo, conficiet vltimum eiusdem Aquatoris interuallũ: quod in partes horarias de more resolutum, ostendet quota hora & horæ minuto præassumpti diei, Luna sub eodem radicali cõstituetur Meridiano. Verba sunt forsitan plura, quàm res ipsa postulet: singula nihilominus clarissimo facilitabimus exemplo.

2 ¶Sit igitur propositũ agnoscere, quota hora & horæ minuto Luna peruentura sit ad Parisiensem Meridianum (quem in aliorum Meridianorum elegimus radicẽ) die Nouembris decima sexta, huius anni 1543: & sub qua Zodiaci parte, tunc ipsa Luna cõstituetur. Verus itaque locus Solis, ad meridiem quindecimi & antecedentis diei (à quo oblatus dies, secundũ Astronomos initiatur) iuxta vulgatum ipsorum Astronomorum calculum, est in secũdo gradu, & 31 minuto Sagittarij. Verus autẽ locus ipsius Lunæ, eodem tempore, in 13 gradu, & 50 minuto Cancri: & capitis draconis eiusdẽ Lunæ verus motus, in sexto gradu & 32 minuto Aquarij. Et proinde argumẽtum latitudinis Lunæ, est quinq; signorum cõmunium, 7 graduum, & 18 minutorũ. Cum quo argumento inuenta latitudo Lunæ, septentrionalis est, vnũ solũmodò gradum, & 56 minuta cõprehendens. Ascensio autem recta loci Solis, ex ipsa rectarũ ascensionũ tabula: offenditur esse 265 graduũ, & 54 minutorũ. Recta porrò loci Lunaris ascẽsio, ex tabula mediationũ Cæli, est graduũ 105, & minutorum 15. Cui si 360 gradus totius adiiciantur circuli: cõsurgent gradus 465, vnà cum eisdem 15 minutis. A quibus si 265 gradus, & 54 minuta ascensionis rectæ loci Solis auferantur: relinquetur primũ Aequatoris interuallum, graduũ 199, & minutorum 21. Cui respondent horę 13, & 17 ferè minuta temporis. Diurnus autẽ Lunæ motus eodem accidens tẽpore, est graduũ 11, & minutorũ 56: & proinde horarius motus ipsius Lunæ, minutorum 29, & secundorum 50. Hic porrò motus horarius tredecies sumptus, vnà cum ilius parte proportionali quæ ipsis 17 debetur minutis: conficiunt gradus 6, & minuta ferè 50. Tãtũ itaq; arcũ Zodiaci intra præfatas 13 horas, & 17 minuta, Lunã perambulasse iudicabis. Quòd si prædictos 6 gradus & 50 minuta, 13 gradibus & 50 minutis Cancri veri motus Lunaris superius adinuẽti addideris: cõsurgent gradus 20, & minuta 40 eiusdẽ Cancri. Tãtus est verus motus ipsius Lunæ, cùm ea præassumpto die ad radicalem, hoc est, Parisiẽsem Meridianum

Supradictorũ exemplum.

perducetur.Item ſi eoſdem 6 gradus & 50 minuta,argumento latitudinis Lunæ iampridem ſupputato,5 videlicet ſignis,7 gradibus, & 18 minutis adiunxeris:reſultabit latitudinis argumentū ad idem tempus,quo Luna ad Pariſiēſem deueniet Meridianū.Hinc elicies ipſius Lunæ borealem iterum latitudinem,vnum gradū,& 22 minuta complectentē.Et rectam conſequenter aſcenſionē eiuſdē Lunę,ad idem tempus:graduū quidem 112,& minutorū 35.A qua quidem aſcēſione,ſi prius inuentā aſcenſionē rectam eiuſdē Lunæ detraxeris:relinquentur 7 gradus,& 20 minuta. Quæ adiūcta primo Aequatoris interuallo,vtpote 199 gradibus & 21 minutis:conficiēt vltimum eiuſdem Aequatoris interuallum,graduū 206,& minutorum 41.Cui de tempore reſpōdent horæ 13.& minuta ferè 47.Tot igitur horis & minutis,à dato meridie præcedētis quindecimi diei numeratis,Luna ad Pariſienſem & radicalem Meridianū perducetur:vtpote, hora prima matutina,& 47 ferè minuto ipſius diei ſedecimi Nouembris. Veluti ſequens numerorū videtur confirmare formula. Idem reſpondēter facito,dato quouis alio die,tam futuri quàm præteriti temporis:vbi etiā alium quàm Pariſienſem, pro radice libuerit eligere & ſtabilire Meridianum.

Exempli formula,à meridie 15 diei Nouembris,anni Chriſti 1543.

	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
Locus Solis tempore dato,	8	2	31	♐		
Locus Lunæ verus,eodem tempore,	3	13	50	♋		
Motus verus capitis draconis ipſius Lunæ,	10	6	32	♒		
Argumentum verum latitudinis Lunæ,	5	7	18			
Latitudo Lunæ ſeptentrionalis,		1	56			
Aſcenſio recta loci Solis,		265	54			
Aſcenſio recta loci Lunæ,		105	15			
Eadem aſcenſio recta Lunæ cum circulo,		465	15			
Primum Aequatoris interuallum,		199	21			
Tempus eidem reſpondens interuallo,					13	17
Motus Lunæ diurnus præfato tempore,		11	56			
Motus Lunæ verus eidem reſpondens tempori,		6	50			
Locus verus Lunæ ſub Meridiano Pariſienſi.	3	20	40	♋		
Argumentum latitudinis Lunæ eodem tempore,	5	14	8			
LatitudoLunæ ſeptentrionalis,		1	22			
Aſcenſio recta loci Lunæ eodem tempore,		112	35			
Lunarium aſcenſionum rectarum differentia,		7	20			
Vltimum Aequatoris interuallum,		206	41			
Tempus eidē interuallo reſpondens,quo Luna à meridie					13	47
15 diei Nouemb.ad Pariſieñ. deueniet Meridianū. Hoc						
eſt,16 diei eiuſdem Nouemb.mane ante Meridiem.					1	47

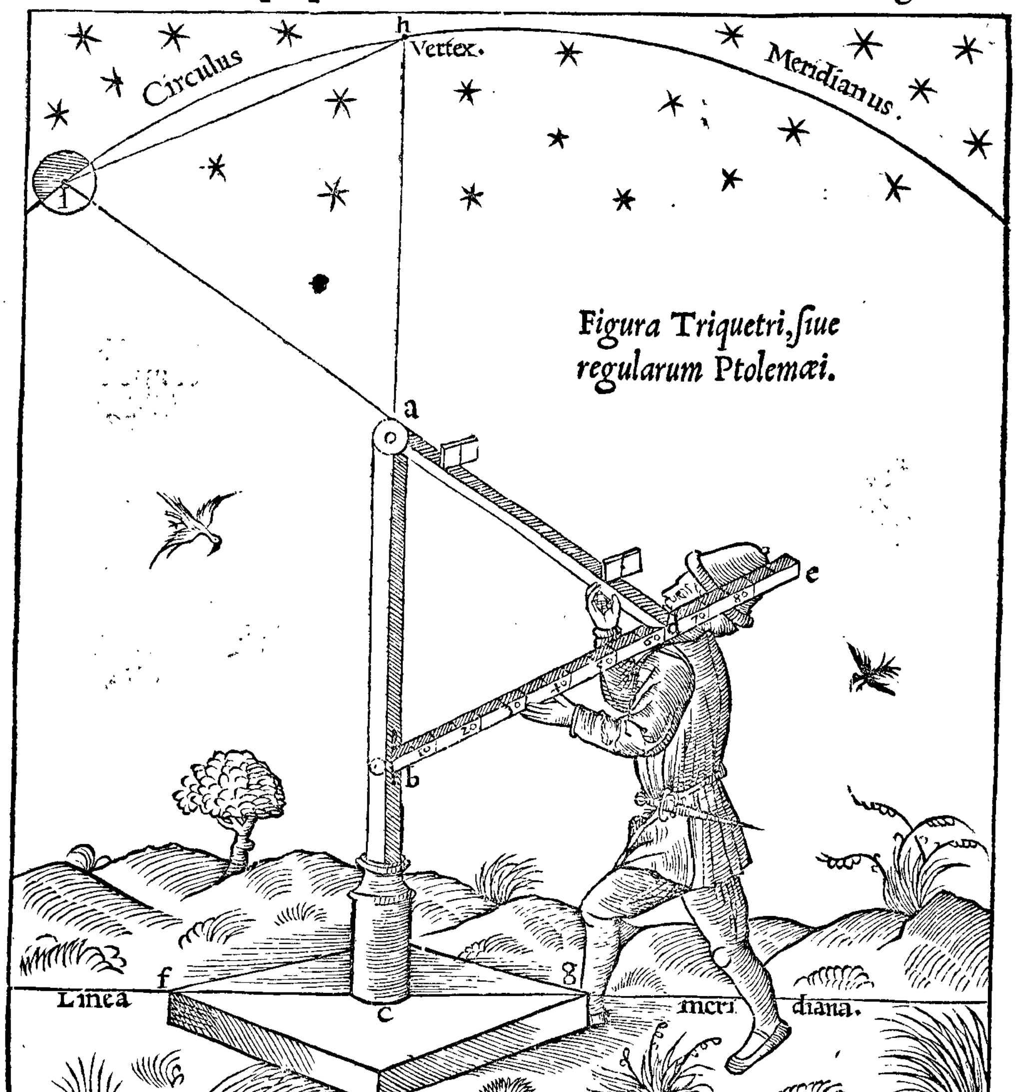
Problema 4.

QVota rursum oblati cuiusuis diei naturalis hora atq; minuto, Luna ad alterius cuiuscunq; loci, quàm radicalis, peruẽtura sit Meridianum: Et quam Zodiaci partem ipsius applicationis tempore Luna occupauerit, vnà cum ipsius Lunæ latitudine, consequenter obseruare.

¶Reliquum à quo principaliter susceptum uidetur pendere negotium, est diligenter inuenire, dato quouis loco & anni tempore, quota hora atque minuto, Luna ad ipsius dati loci (cuius differentia longitudinalis, respectu loci radicalis obseruanda proponitur) peruentura fuerit Meridianum: Et sub qua simul Zodiaci parte, tunc temporis eadẽ Luna constituetur. Hoc autem partim instrumentorum adminiculo, partim verò Astronomica supputatione, deprehendere necessum est. *secundũ, quod præcipuè uenit obseruandum.*

1 ¶In primis itaque paratum Horologium (quale secundo recitauimus problemate) semel aut bis in die, lucente Sole, iustificandum est, circa futuræ potissimum obseruationis tempora: idque per horarium aliquod instrumentum, ad ipsius dati loci latitudinem (quam prius supponimus examinatam) fabricatum. Præparata insuper Sphæra materiali, & eo modo constructa, ac ijs ornata circulis, velut eodem problemate secundo præmonuimus, vnà cum Triquetro, siue Ptolemæi (vt vocant) regulis: erigatur ipsius instrumenti longior regula perpendiculariter, super quopiam oblati loci plano ad libellam de industria præparato, in quo prius descripta sit linea meridiana: tali quidem artificio, vt idem instrumentum quaquauersum facilè circunuoluatur, reuocetúrque totum sub ipsius dati loci Meridianum. *Prædictorum instrumentorum commemoratio, & eorum usus.* Construitur autem hoc regularum instrumentum (si forsitan illius ignores compositionem) in hunc, qui sequitur, modum. Fabricandæ sunt ex electa quapiam & dura materia, tres vniformes & quadrangulares regulæ: quarum prima vocetur a b c, secunda verò a d, tertia denique b d e. quarum insuper regularum partes a b, & *Vt construendæ Ptolemæi regulæ, quæ triquetrũ appellantur.*

b d/sint adinuicem,atq; ipsi a d/regulę æquales,& 4 & aut 5 pedum comprehendentes logitudinem:sitque pars ipsa b d,in 60 partes inuicem æquales, & pars quælibet in 60 minuta (si præcisionem optaueris)distributa:tota autem b d e/regula similium partium sit ad summum 85,b c/ verò pars quantæcunque volueris longitudinis. Ipsæ demum regulæ a d/& b d e,cum regula a b c,super punctis a/ & b/tali copulentur artificio:vt seorsum, deorsúmque tractari facilè possint.Super ipsa autem regula a d,gemina erigantur pinnacidia, è diametro subtiliter perforata.Nec erit incommodum,regulam a b c/cæteris paulò relinquere fortiorẽ:vtpote,quæ vniuersam instrumenti sustentatura sit machinam. Vti sequens,& super f c g/ linea meridiana perpendiculariter erecta,videtur ostẽdere figura.



2 ¶ His ita constructis, & præparatis: cùm Lunare corpus visibile fuerit, & super Horizōtem exaltabitur, siue id interdiu aut noctu accíderit, & ad ipsum dati loci videbitur accedere Meridianum: dispones taliter supradictarum regularum instrumentum, vt singulæ regulæ sub ipso locentur Meridiano, hoc est, in directum lineæ Meridianę f c g, regulis a d/& b d e/in oppositam Lunaris corporis partem conuersis. Eleuabis deinde aut deprimes paulatim a d/ & b d e/regulas, super puncto d/inseparabiliter coniunctas: quatenus per vtraq; pinnacidiorū foramina, ipsum Lunare corpus sub Meridiano constitutum visuali radio deprehendas. Túncque ex prefato Horologio (vt supradiximus) iustificato, perpendes & seorsum notabis, quota hora & horæ minuto id acciderit: & simul animaduertes, quot partes & minuta ipsius regulæ b d e, inter punctum b/& regulam a d/comprehēdentur. Nam tot partium & minutorum erit chorda arcus Meridiani, ipsius loci verticē & Lunare corpus intercepti: veluti chorda h l. Cuius arcum, ex nostra sinuum rectorum, aut ex ipsa chordarum Ptolemæi colliges tabula. Quibus absolutis, supputabis verum Solis locū in Zodiaco, ad ipsum temporis instans quo Luna datū reperta fuerit occupare Meridianum: atque ipsius loci Solaris rectam ascensionem. Conuertes postmodùm tempus, à proximè lapso meridie vsque ad præfatum instans applicationis Lunæ comprehensum, in partes Aequatoris circuli: dando cuilibet horæ 15 gradus, & cuilibet horæ minuto 15 minuta gradus. Quibus addes præfatam loci Solaris ascensionem, reiecto (si excreuerit) integro circulo. Quod enim coaceruabitur aut relinquetur, erit ascēsio recta eius puncti Eclipticæ, quod simul cum Luna ad eundem peruenit Meridianum. Huic itaq; ascensioni rectæ debitum Eclipticæ punctum adinuenies, ipsúmque in supradictę Sphæræ Zodiaco notabis; & sub ipsius Sphæræ collocabis Meridiano: eadem Sphæra, ad dati loci prius disposita latitudinem. Et quiescente in hunc modum Sphæra, numerabis in Meridiano circulo, ab Horizontis vertice versus idem Eclipticæ punctum, supradictæ chordæ quantitatem: & per eius finem, eum applicabis semicirculum, qui circa Zodiaci polos reuoluitur. Tandem (omnibus inuariatis) notabis in quónam gradu & minuto idem semicirculus Eclipticā diuiserit. Nam sub eodē gradu & minuto, Luna eo versabatur tempore, quo ad dati loci perducta fuerat Meridianum.

Exequutio problematis.

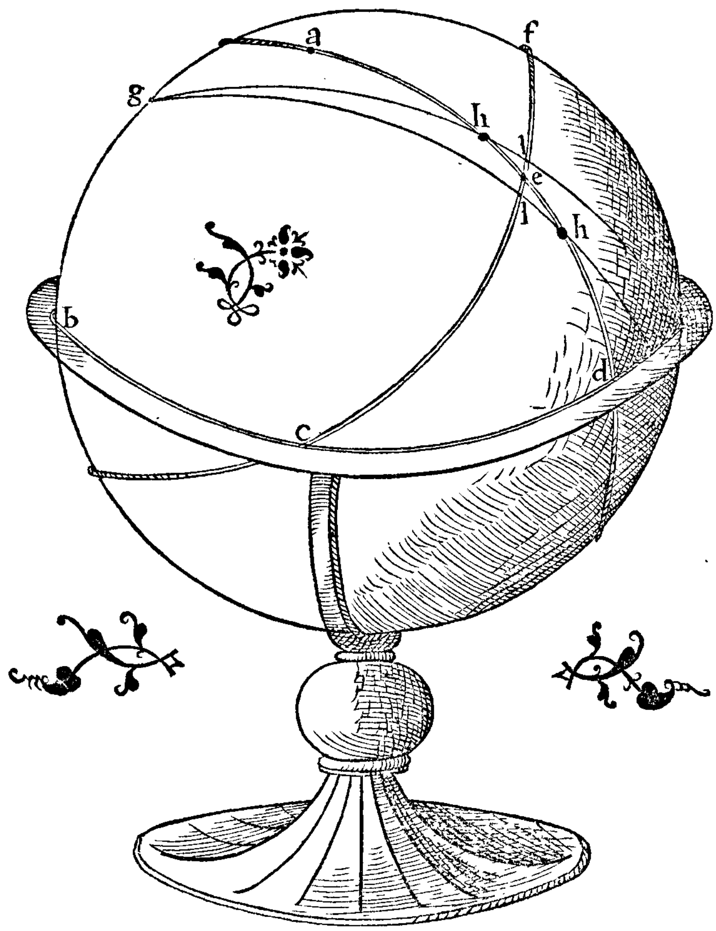
Arcus porrò eiuſdem ſemicirculi, qui inter Eclipticam & Meridianum comprehendetur circulum: boream, vel auſtralem ipſius Lunæ deſignabit latitudinem. Quòd ſi forſitan Luna caruerit latitudine: tunc ipſum punctum medij Cæli, cum eiuſdem chordæ finali puncto, ſub ipſo coincidet Meridiano: erítq; ſimul verus eiuſdem Lunæ locus, præfato applicationis tempore. Nec eſt via facilior ac fidelior hac: neque commodiora ad hunc vſum inſtrumenta, quæ quanto maiora ac magis exactè fabricata fuerint, tanto præciſiorem ex illis colliges obſeruationem.

Vbi Luna caruerit latitudine.

Supradictorũ exemplum.

¶ Sit in faciliorem ſupradictorum intelligentiam, propoſita ſphæra a b c d: cuius Horizon b c d, & illius vertex a, Meridianus autem a e d, Zodiacus vel Ecliptica c e f, & illius polus borealis g. Sit autẽ e/punctum ipſius Zodiaci, quod ſimul cum Luna ad dati loci perductum eſt Meridianũ. Arcus porrò a h/vel a e h/ſimilis ei, quem ſubtendit chorda h l, & qui inter verticem lóci & corpus Lunare 3

Figura ſphæræ ad præfatam obſeruationem neceſſariæ.



cum ipsis deprehensus est regulis. Luna denique sit in puncto h, citra vel vltra idem punctum e constituta. Palam est igitur, semicirculum g h ex boreali polo Zodiaci g in oppositum polum, per h punctum eductum, diuidere Zodiacum c e f in puncto l, ídque vel citra vel vltra idem punctum e (dummodò Luna aliquantulam habuerit latitudinem) & propterea iuxta communem Astronomorum diffinitionem, ipsum punctum l indicare verum locum Lunæ in eodem Zodiaco, & arcum l h borealem vel australem eiusdem Lunæ latitudinem, prout ipsa Luna in borea vel australi Mundi parte ab eodem reperta fuerit Zodiaco. Quòd si Luna careret latitudine, idem punctum e foret verus locus ipsius Lunæ, & cum illo puncto eadem Luna ad dati loci perduceretur Meridianum: túncque Meridianus ipse, & Zodiacus, atque præfatus semicirculus, in ipso Lunari corpore sese inuicem necessariò intersecarent. Deniq; notandum est, dum Luna sub ipso locatur Meridiano, locum eius visibilem, hoc est visuali radio per ad regulam obseruatum, designare simul verum eiusdem Lunæ locum in Cælo: propterea quòd nulla tunc sit aspectus diuersitas, seu inter verum locum & visibilem differentia, secundum ipsius Zodiaci longitudinem.

Notandum.

Problema 5.

QVaIiter ex proximis duobus problematibus, longitudinalis dati cuiuscunque loci differentia, ad ipsius radicalis loci relata Meridianum, subinferenda ac colligenda sit: tandem aperire.

1 ¶His in hunc modum, & eodem naturali die, iuxta præcedentium duorum problematum traditionem obseruatis & supputatis: Reliquum est, eius loci in cuius gratiam præmissæ factæ sunt operationes, & ipsius loci radicalis, longitudinalem elicere differentiam.

Animaduertas igitur, Lunam citiùs peruenire ad Meridianum orientalis loci respectu radicalis, & sub maiori propterea temporis supputatione, quàm ad ipsius loci radicalis Meridianum: ad Meridianum verò occidentalis loci tardius, & sub minori temporis, hoc

De applicatione Lunæ, sub diuersis locorum Meridianis.

eſt, horarum & minutorum numero. Nam in locis orientalibus, citius eleuantur ſydera ſuper Horizontem, quàm in occidẽtalibus.

De ꝓprio Lunæ motu, notandum.

De vero autem Lunæ motu, qui fit ab occaſu per medium Cæli verſus ortum, ſecus eſt: quoniam in locis orientalibus, is erit ſemper minor, quàm in occidentalibus. Interea enim dum Luna ad motum Vniuerſi, ab orientali ad occidentalem perducitur Meridianum, aliquid de Zodiaci longitudine propria latione in contrarium perambulat: quo verus eiuſdem Lunæ motus augetur.

Quæ loca ſint orientaliora cæteris.

Locus igitur ad cuius Meridianum Luna ſub maiori horarum & minutorum numero & cum minori motu, quàm ad radicalẽ perueniſſe comperietur: orientalior erit ipſo radicali. Si autem ſub minori earundem horarum & minutorum, ſed maiori motus Lunæ id acciderit ſupputatione: idem locus occidentalior erit radicali.

Vt diſcernenda longitudinalis locorum differentia.

¶Sed qua differentia, idem locus datus orientalior, vel occidentalior fuerit ipſo radicali: in hunc modum comprehendes. Si datus 2 locus repertus fuerit orientalior radicali, ſubducendum eſt tempus applicationis Lunę ad Meridianum loci radicalis, à tempore applicationis eiuſdem Lunæ ad ipſius dati loci Meridianum: ſed verus Lunæ motus eodem applicationis tempore ſub dati loci Meridiano repertus, auferendus eſt à vero motu eiuſdem Lunę, quem dum ipſa Luna ad radicalem perduceretur Meridianũ offendiſti. Relinquetur enim differentia temporis, atque veri motus ipſius Lunæ differentia, duabus obſeruationibus intercepta. Ipſam porrò temporis differentiam, in partes Aequatoris ſolito more conuertas. differẽtiæ autem veri motus Lunaris, rectam ſupputabis aſcenſionem: quam ab ipſa temporis auferes differentia. Relinquetur enim tandem propoſita longitudinis differentia: qua ſcilicet datus locus oriẽtalior eſt radicali. At ſi datus locus, eodẽ radicali fuerit occidentalior: cõtrariam operãdi rationem prorſus obſeruabis. Subduces nanq; tempus applicationis Lunæ ad ipſius dati loci Meridianum, ab eo tempore quo Luna ad Meridianum radicalem perducta eſt: atque verum Lunæ motum ſub radicali Meridiano cõtingentem, ab eo qui tempore applicationis eiuſdem Lunæ ad dati loci Meridianum repertus eſt. Et mediantibus his differentijs, ipſam longitudinem (veluti nunc expreſſimus) colliges differentiam.

Ex differẽtia lõgitudinis uerã elicere longitudinem.

¶Hanc itaque differentiam, addes longitudini loci radicalis, ſi datus locus oriẽtalior fuerit: vel ab eadem ſubduces longitudine, vbi datus locus occidentalior fuerit radicali: Consurget enim, aut relinquetur ipsius dati loci longitudo, ad fixum & occiduum nostræ habitabilis relata Meridianum. Quòd si forsitan Luna eodem temporis momento, & sub eadem Zodiaci parte constituta, ad vtrunque & radicalem & dati loci peruenerit Meridianum: nulla intercidet longitudinis differentia, erítque tunc ipse datus locus sub eodem Meridiano quo & radicalis locus de necessitate constitutus, sola ab eo differens latitudine. *Notandum.*

3 ¶Resumatur in clariorem singulorũ elucidationem, datum problemate tertio supputationis exemplum: quo Luna ad radicalem & Parisiensem Meridianum inuenta est applicare hora 13, minuto ferè 47, à meridie quindecimi diei Nouembris, huius anni 1543: ipsa Luna sub 20 gradu, & 40 minuto Cancri tunc progrediente. Cuius quidem Lunaris motus ascensio recta, fuit graduum 112, & minutorum 35. Per obseruationem autem factam, iuxta traditionem quarti problematis, supponatur eadem Luna ad dati cuiuspiam loci Meridianum peruenisse hora 14, vnà cum 17 minutis, à meridie eiusdem vndecimi diei Nouembris supputatis: & possidere tunc 20 gradum, cum 25 minutis ipsius Cancri, haberéque latitudinem borealem vnius gradus, & minutorum 24. Erit igitur ipsius Lunaris motus ascensio recta, graduum 112, & minutorum 19. Horum itaq; motuum Lunarium differẽtia, est 15 minutorum: & ipsarum rectarum ascensionum differentia, minutorum 16. Differẽtia porrò temporis supradictarum applicationum Lunæ, est 30 minutorũ vnius horæ: quibus respondẽt 7 gradus, & 30 minuta Aequatoris. A quibus eadem 16 minuta detrahenda sunt: & relinquentur gradus 7, & minuta 14. Tanta est differentia longitudinis Meridiani ipsius dati loci, & radicalis siue Parisiensis. Et quoniam tempus applicationis Lunæ ad dati loci Meridianũ maius est, & verus motus illius minor, quàm sub Parisiẽsi & radicali Meridiano: idcirco datus locus, orientalior est Parisiensi. Addẽda est igitur ipsa longitudinis differentia, ipsi Parisiensi & radicali longitudini, quam prędiximus fore 23 graduum & 30 minutorum. Consurget enim tãdem vera ipsius dati loci longitudo, à fixo Meridiano, per occiduum nostræ habitabilis limitem pertranseunte, versus ortum numeranda: graduum quidem 30, & minutorum 44. Quemadmodũ ea quæ sequitur videtur explanare formula. *Exemplum loci oriẽtalis ab ipso radicali.*

❡ Primi exempli formula.	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
❡ Tempus applicationis Lunæ, ad Meridianum Parisieñ.					13	47
Verus motus Lunæ eodem applicationis tempore.	♋	20	40			
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		112	35			
❡ Tempus applicationis Lunæ, ad dati loci Meridianum.					14	17
Differentia supradictorum temporum.						30
Arcus Aequatoris respondens ipsi differentiæ.		.7	30			
❡ Verus motus Lunæ eodem applicationis tempore.	♋	20	25			
Differentia motus Lunæ inter ipsa contingens tempora.			15			
Latitudo Lunæ eodem obseruata tempore.		1	24	Bo=	rea=	lis.
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		112	19			
Supradictarum ascensionum rectarum differentia, hoc est, ascensio recta differentiæ motus Lunaris.			16			
❡ Differentia longitudinis optata.		7	14			
Longitudo Parisiensis, & radicalis loci.		23	30			
Longitudo dati loci ab Occidente habitabilis.		30	44			

Exemplum loci Occidētalis ab eodem loco radicali.

❡ Supponatur rursum (vt omnia clariùs intelligantur) iuxta præ- 4
fatam quarti problematis obseruationem, ipsa Luna dati loci Me-
ridianum occupasse, hora 13, minuto autem 17, à meridie eiusdem
15 diei Nouembris 1543, eadem Luna sub 20 gradu, & 55 minuto
eiusdem Cancri locata: & latitudinem præterea habere septentrio-
nalem, vnius quidem gradus, & minutorum 21. Recta itaq; ascen-
sio loci Lunæ, erit graduum 113, vnà cum 6 minutis. Et Lunarium
propterea motuum differentia, minutorum rursum 15. Rectarum
porrò ascensionum differentia, 31 complectetur minuta: eorundem
15 minutorum differentiæ motus Lunaris, rectam exprimentia a-
scensionem. Ipsa demum temporis Lunarium applicationum diffe
rentia, erit rursum 30 minutorum: cui (veluti prius) respondent de
Aequatore 7 gradus, vnà cum 30 minutis. À quibus auferēda sunt
eadem 31 minuta: & relinquentur gradus 6, minuta 59. Tanta est
differentia longitudinis, inter Parisiensem siue radicalem, & ipsius
dati loci Meridianum. Hanc igitur longitudinis differentiam, sub-
trahes ab ipsa radicali & Parisiensi longitudine: relinquentur gra-
dus 16, minuta 31, pro vera dati loci, & vulgari modo sumpta, hoc
est, ab occidua habitabilis parte numerata longitudine. Cùm enim
Luna ad Parisiensem Meridianum, sub maiori temporis supputa-
tione, ac cum eiusdem Lunæ minori motu, quàm ad dati loci Me-
ridianum applicuisse supponatur: admittitur simul, eundem lo-
cum datum occidentaliorem esse radicali siue Parisiensi, iuxta præ-
fatam longitudinis differentiam. In quorum omnium clariorem
intelligentiam, ipsam numerorum placuit subnectere formulam.

❡Secundi exempli formula	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
❡Tempus applicationis Lunæ,ad Meridianum Parisieñ.					13	47
Verus motus Lunæ,eodem applicationis tempore.	♋	20	40			
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		112	35			
❡Tempus applicationis Lunæ ad dati loci Meridianum.					13	17
Differentia supradictorum temporum.						30
Arcus Aequatoris,respondens ipsi differentiæ.		7	30			
❡Verus motus Lunæ,eodem applicationis tempore.	♋	20	55			
Differentia motus Lunæ inter ipsa contingens tempora.			15			
Latitudo Lunæ,eodem obseruata tempore.		1	21	Bo=	rea=	lis.
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		113	6			
Supradictarum ascensionum rectarum differentia,						
siue ascensio recta differentiæ motus Lunaris.			31			
❡Differentia longitudinis optata.		6	59			
Longitudo Parisiensis,& radicalis loci.		23	30			
Longitudo dati loci ab Occidente habitabilis.		16	31			

Notandum.

❡ Quanquã porrò eadẽ fuerit motus Lunaris,atq; tẽporis Lunarium applicationum ad supradictos Meridianos differentia:discrepat nihilominus aliquantulum longitudinis differentia loci Occidentalis,ab ipsius loci Orientalis differentia.Quoniam Luna sub diuersis locatur Zodiaci vel Eclipticæ partibus,& diuersas propterea cogitur habere latitudines:& proindè rectas ascensiones, atque illarum differentias consequenter vtcunque diuersas.Hinc per subtractionem diuersarum ascensionalium differentiarum ipsius Lunæ,ab æqualibus temporis,siue eiusdem Lunæ applicationum differentijs : diuersa subsequitur longitudinis eorundem locorum differentia. Haud aliter, dato quouis alio loco atque tempore, faciendum ac obseruandum fore,velim intelligas.

Corollarium.

❡Ex his patet,quàm facile sit, etiam sine Lunarium eclipsium expectatione vel obseruatione,tum ipsius continẽtis & habitabilis loca,tum per mare dispersas insulas,ad debitum Orbis situm ac positionem,intra breue temporis interuallum reuocare:& in plana aut rotunda superficie , ipsum terrestrem Orbem ac eius partes,ad viuum tandem depingere . Examinatis enim insignioribus tantummodò locis:cætera tum per directas itinerum intercapedines, tum per notas maritimorum locorum diuersiones,in suam harmoniam vel facilè restituentur.

Libri de inuenienda locorum longitudine

FINIS.

Virescit uulnere uirtus.

Eiuſdem Orontij Finæi, Plani-
SPHAERIVM GEOGRAPHI-
cum: quo tum longitudinis atque latitudinis oblatorum quorumcunq; locorum differentiæ, tum directæ eorundem locorum elongationes, mira ac pene incredibili facilitate deprehenduntur.

Quàm pauci Arithmetici.

MAXIMA PARS HOMINVM, etiam eorum, qui Geographicis videntur oblectari rudimentis: Arithmeticæ praxin, qua duce tũ Geometrici, tum Aſtronomici canones in vſum reuocantur, ſæpius ignorare cõſpicitur. Imò (quod magis damnandum eſt) ij qui ſeſe non vulgares profitentur Arithmeticos: à ſubtilibus, vel vtcunque prolixis eiuſdem Arithmeticæ ſupputationibus abhorrent, gaudéntque leuitate (breuitatem dicere volebam) hoc eſt, in promptu ſeſe offerẽtibus propoſitarum rerum operationibus. Vt his igitur omnibus pro noſtro ſubueniamus officio, poſt inuentam à nobis & cõſcriptam rationem obſeruãdi longitudinales oblatorum quorumcunque locorum differentias (etiam dato quouis tempore) per Lunares videlicet inſpectiones, & aliter quàm per ipſius Lunæ defectus vel eclipſes: dum vulgatum Planiſphærium, ſiue (vt vocant) Aſtrolabium, ac eius vſum, ſciolorum quorundã audacia (ne dicam ignorantia) multis in locis deprauatum, ac adulteratum, iuxta veritatem Aſtronomicam, & Ptolemaicam intentionẽ, in ſuam reuocaremus harmoniã: promiſſum tãdem excogitauimus Planiſphærium, ad Geographicos vſus ſingulariter adcõmodum. Quo tum lõgitudinales atq; latitudinales locorũ differẽtiæ, ad datum quempiam, & veluti radicalem locum relatæ (modò cognitam, & non exceſſiuã habeant ab ipſo loco radicali diſtantiam) tum breuiſſimæ

Authoris intentio.

Planiſphæriũ Geographicũ, ab Authore excogitatum.

eorũdem locorum intercapedines,ſeu directæ itinerum profectiones(vbi loca ipſa exploratam habuerint longitudinem atq; latitudinem) inaudita facilitate colliguntur. Cùm enim eadem prorſus via,eiſdémque terminorum diffinitionibus & argumentis (vtpote longitudinis atque latitudinis adminiculo) locorum in terra ſitus atque diſtantias conſequamur,quibus & ſtellarum poſitiones in Cęlo deprehendimus:commodiſſimum nobis viſum eſt,è cęleſti Planiſphærio,hoc eſt,ad rerum cæleſtium vſus deputato,hoc terreſtre deducere, ac ipſis Geographicis vſibus adaptare Planiſphærium. Quod tum artificij ſimplicitate atq; perfectione,tum vſus ſingularitate & incredibili promptitudine: cætera omnia inſtrumenta(quæ Metheoroſcopia vocant) vel facilè ſuperabit. Omnibus inſuper rerum Geographicarum ſtudioſis,futurum admodùm gratum,ac vtile:nõ minus confidimus,quàm exoptamus. Requirit itaque hoc inſtrumentum,radicalem aliquẽ locum, cuius longitudo ac latitudo ad vnguem ſit explorata : ad quem cæterorum locorum tum diſtantiæ vel elongationes,tum longitudinis atque latitudinis differentiæ referantur. quemadmodùm proximo libro obſeruauimus. De locis autem non omnibus, ſed ijs tantùm velim intelligas,quæ citra Aequatorem circulum, & intra ipſius radicalis loci comprehenſa ſunt Horizontem. Ad huius itaque loci radicalis latitudinem,ipſum Geographicũ Planiſphærium,in hunc qui ſequitur modum, fabricabis.

Cæleſtis Planiſphærij,cum terreſtri comparatio.

Hoc Planiſphærium, cæteris præſtare Metheoroſcopijs.

Præcipua huiuſce Planiſphærij hypotheſis.

Problema I.

Planiſphærij Geographici, ex vulgati Aſtrolabij,ſeu Planiſphærij Aſtronomici contextura,ſummatim elicere compoſitionem.

1 ¶ Fabricetur in primis,ex dura quapiam & electa materia,circularis & plana tabula, cuius diameter bipedalis, vel ſeſquipedalis ad minus ſit quantitatis: tantæ autem craſſitudinis ſit ipſa tabula, vt pixidem ſiue capſulam orbicularem,mobilem ac Magnetis virtute delibutam acum (vt in Solaribus fit horologijs) continentem, recipere facilè poſſit.Huius itaque circularis tabulæ centrum ſit a,

Tabula principalis, ſiue mater inſtrumenti.

Eiuſdem tabulæ limbus.

circa quod,iuxta ipſius tabulæ limbum, tres circumlineentur circuli,inuicem paralleli,gemina & orbicularia claudentes interualla, quorum extremũ duplũ ferè ſit reliqui:& horũ trium circulorum interior & minimus, his literis b c d e, diſtinctionis gratia ſit annotatus. Hic poſtmodùm circulus b c d e,ac vniuerſa plani ſuperficies,in quatuor quadrantes diuidatur:geminis videlicet dimetientibus b d/& c e,in eodem centro a / ad rectos ſeſe dirimentibus angulos.Vnuſquiſq; præterea quadrans eiuſdem b c d e/circuli,in 90 gradus ſolito more diuidatur. Et applicata ex centro a/regula,per ſingulas cuiuſlibet quadrãtis diuiſiones,ſingulorũ graduum,in minori & intrinſeco trium circulorum interuallo,annotentur diſtinctiones:in maiori porrò & exteriori eorundẽ circulorũ interſtitio, ipſi gradus prominẽtioribus lineolis quinarijs diſtribuãtur ordinibus,atq; ſinguli ordines ſuis exprimãtur numeris,à punctis b/& d, verſus c/& e/ puncta, à quinario vſque ad 90 vtrinque diſtributis.

Quid unaquæq; ipſius tabulæ pars repræſentet.

Hic igitur circulus b c d e, Aequatorẽ repræſentabit:& eius centrum a/polum Mundi,ſuper loci radicalis Horizõtem exaltatum. Linea autẽ b d, eiuſdẽ loci radicalis propriũ ac fixũ Meridianum: ad cuius latitudinẽ ipſum fabricatũ eſt inſtrumẽtum. Tranſuerſalis porrò linea c a e,partem recti imitabitur Horizõtis. Et proinde punctum b,auſtralem ipſius patẽtis hemiſphęrij partẽ,c/ortiuam, d/borealem,& e/occiduam reſpondenter deſignabit: quemadmodùm ex ipſa quæ ſequitur inſtrumenti potes elicere deſcriptione.

Proprij Horizontis delineatio.

¶His in hunc modum optimè præparatis,Horizon obliquus,vnà 2
cum illius vertice, ad ſuſcepti loci radicalis latitudinem deſcribatur:cuiuſmodi eſt Horizon c f e,ad Pariſienſem latitudinem, quæ eſt graduum 48, & minutorum ferè 40 delineatus,cuius ſuperior vertex punctum g. Nam ipſum locum Pariſienſem (veluti proximo fecimus opere)in aliorum locorum communem radicem,meritò placuit eligere.

Horizontis paralleli.

Conſequenter inſcribantur circuli eidẽ Horizonti paralleli,circa idem verticale punctum g/ verſus Horizontem ipſum gradatim,aut per duorum ad minus graduum interualla diſtributi:quorum minimus,centrum habeat ſub ipſo vertice g.

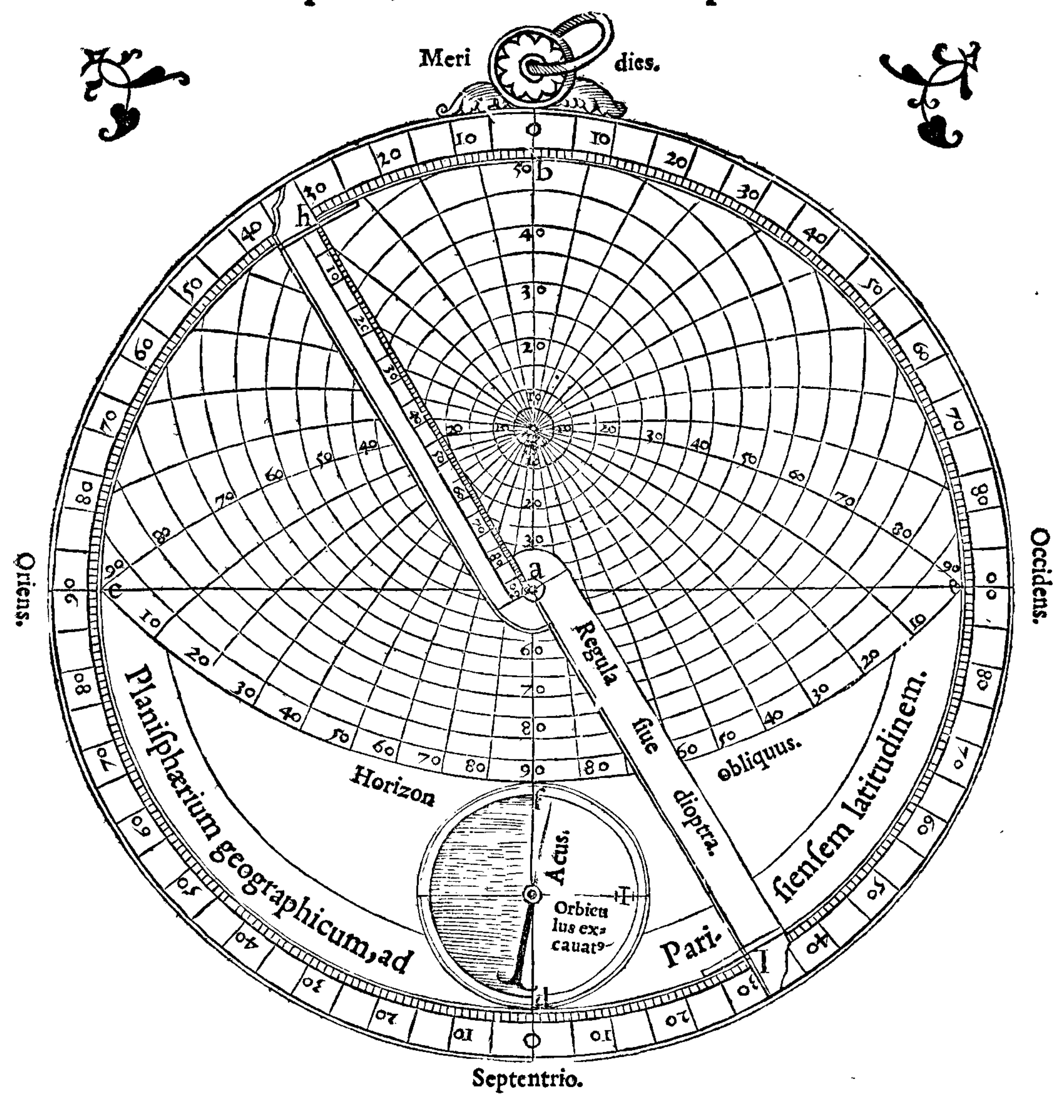
Circuli uerticales.

Deſcribantur pręterea circuli,quos verticales,ſeu progreſſionum circulos appellant, ab eodem vertice g,in ipſum obliquum Horizontem c f e/procidentes:illúmque aut gradatim, vel ad duorum ſaltem graduum diſtribuentes interualla.Quemadmodùm ex ipſa vulgati Planisphęrij, siue Astrolabij fabrica, colligere vel facilè potes. Horum porrò circulorũ verticalium, is qui signanter verticalis appellatur, & qui Meridianũ b g d, ad rectos diuidit angulos, esto c g e: qui vnà cum eadem linea Meridiana b g d, ipsum patens hemisphæriũ in quatuor partes siue quadrantes diuidit. In cuius verticalis circuli, atq; lineæ Meridianæ longitudinem: supradictorum parallelorũ numeri, quinarijs, aut alijs quibusuis numerorum ordinibus, in maiorem supputationis facilitatem, designari poterunt, ab ipso quidem vertice g, versus Horizontem c e f, distributi. Ipsorum porrò verticalium circulorum quinarij, vel alij itidem numeri: in longum Horizontis c f e, versa vice conscribantur, à punctis scilicet b, & f, versus puncta c, & e. Repræsentabunt itaq; huiuscemodi paralleli circuli, eorum locorum parallelos, qui circa datum locum radicalem (cuius situs est in puncto g) & intra illius Horizontem, citra præfatum continentur Aequatorem. Verticales porrò circuli, viatorios siue itinerarios circulos designabunt: per quos scilicet veras elongationes, seu directas profectiones itinerum ipsius radicalis, & circumpositorum locorũ intra illius Horizontem (vt suprà dictum est) comprehensorum, debemus accipere. *Supradictorũ circulorum officium.*

3 ¶Figuretur consequenter sub Horizonte c f e, circularis quidam orbiculus, supra dimidiam instrumenti crassitudinem, instar pyxidis excauatus, cuius diameter sit linea f d: A' cuius puncto medio, siue centro, stylus quidam metallicus & acutissimus erigatur, cui mobilis insideat acus Magnetis virtute (vt solet) delibuta, & superincumbente vitro (vt in Solaribus horarijs, cæterísq; instrumentis obseruatur) ornata. subscripti autem indicis ipsius acus, pars australis versus f, dirigatur: borealis autem (quæ bifurcata est) versus d. *Orbiculus excauatus, in quo directrix acus reponenda.*

Et quoniam acus ipsa, nunquam sub Meridiana linea directè constituitur: sed pro diuersa Magnetis virtute siue potentia, & diuersa illius impressione in eandem acum, diuersas ab eadem linea consequitur inclinationes, quæ nisi ad vnguem fuerint exploratæ, sensibilem in obseruationibus generare possunt errorem. Vt igitur ipsi acui, in pyxidis vel orbiculi fundo, debitam ac fidissimam sedem statuas: sic facito. Prius quàm eidẽ fundo directoriam ipsius acus effigiem conglutines: dispones planum aliquod Horizonti parallelum, in quo lineã ipsius radicalis loci describes Meridianã, veluti sexto capite, libri secũdi nostrę Sphęræ siue Cosmographiæ *Vt statuendũ ipsi acui fidissimum uestigium.*

tradidimus. Collocabis deinde lineam instrumenti Meridianam b f d, in directum ipsius terrestris lineæ Meridianæ: & acu stylo superimposita, directricem ipsius acus effigiem, iuxta contingentem eiusdem acus declinationem, in pyxidis seu orbiculi fundo confirmabis. Hoc enim pacto, veram eiusdem acus positionem obtinebis.



Regula instrumento superimponenda.

❡ Tandem superimponenda est, & clauo nectenda volubilis regula, ex congruente metallo vel ligno durissimo fabricata, geminis & orthogonaliter erectis, ac è diametro subtiliter perforatis pinnacidijs, siue tabellis ornata, cuius regulæ longitudo tanta sit, quantus est instrumenti diameter, veluti h l: qualem prorsus in vulgati Planisphærij solemus reponere dorso. Hoc tãtũm adiũcto, quòd alteram eiusdem regulæ medietatem (vtpote a h) in 90 gradus 4

Ipsius regulæ in suas partes distributio.

poteſtate inuicem æquales, hoc modo diuides. Applicetur regula ex puncto b, per quamlibet diſtinctionẽ graduum ipſius quadrãtis c d, obſignẽtúrq; ſingulæ ipſius regulæ diuiſiones in ſemidiametro a c/contingẽtes, quæ demũ officio circini traducãtur in fiducialem lineam eiuſdem medietatis a h/ ſupradictæ regulæ h l: erunt enim ipſorũ 90 graduum diſtinctiones. Quos quidẽ gradus, in quinarios diſtingues ordines, & ſuis ornabis numeris, à centro a/verſus punctum h, vel Aequatorem b c d e/diſtributis. Huius itaq; regulæ fiducialis linea h l, quæ per a/centrum, & media pinnacidiorum puncta traducitur, dati cuiuſlibet loci, ad ipſum radicalem locum comparati, Meridianũ potiſſimùm repræſentabit: cùm ſcilicet eorundem locorum atque radicalis loci, longitudinalis aut latitudinalis, vel vtraq; fuerit perquirenda differentia. Poteris tandem (ſi velis) ſupra ipſum punctum b, prominentem aliquam & orbicularem relinquere particulam: & eam armilla ſuſpẽſoria, quò facilius aut portetur, aut regatur inſtrumentum, inſignire. Vt ipſa inſtrumenti demonſtrat effigies, ad prædictam latitudinem Pariſienſem delineata.

Officium eiuſdem regulæ.

Armilla inſtrumenti ſuſpenſoria.

Problema 2.

ANgulum poſitionis, quem facit arcus viatorius binis locis interceptus (quorũ alter eſt radicalis) cum ipſius loci radicalis Meridiano, in primis obſeruare.

1 ¶ Ad eliciendas, huiuſce Planiſphærij geographici adminiculo, propoſitas longitudinis atq; latitudinis oblatorum quorumcunq; locorum differentias, ad datum ipſum radicalem locum comparatas ſiue relatas: tria in primis ſupponenda vel præcognoſcenda ſunt. Primum eſt, longitudo atque latitudo ipſius loci radicalis: ad cuius poſitionem, ipſum fabricatum eſt inſtrumentum. Alterum eſt, arcus circuli magni (quem viatorium appellamus) per radicalem & datum quemuis locum incedentis, inter ipſa loca compreheſus: hoc eſt, directa profectio, ſiue diſtãtia eorundem locorum itineraria. Nam ſuper circunferentia huiuſcemodi viatorij circuli, breuiſſimę ac directę fiunt itineris profectiones, veræque locorum

Quæ ad uſum huius inſtrumenti ſupponenda ſunt.

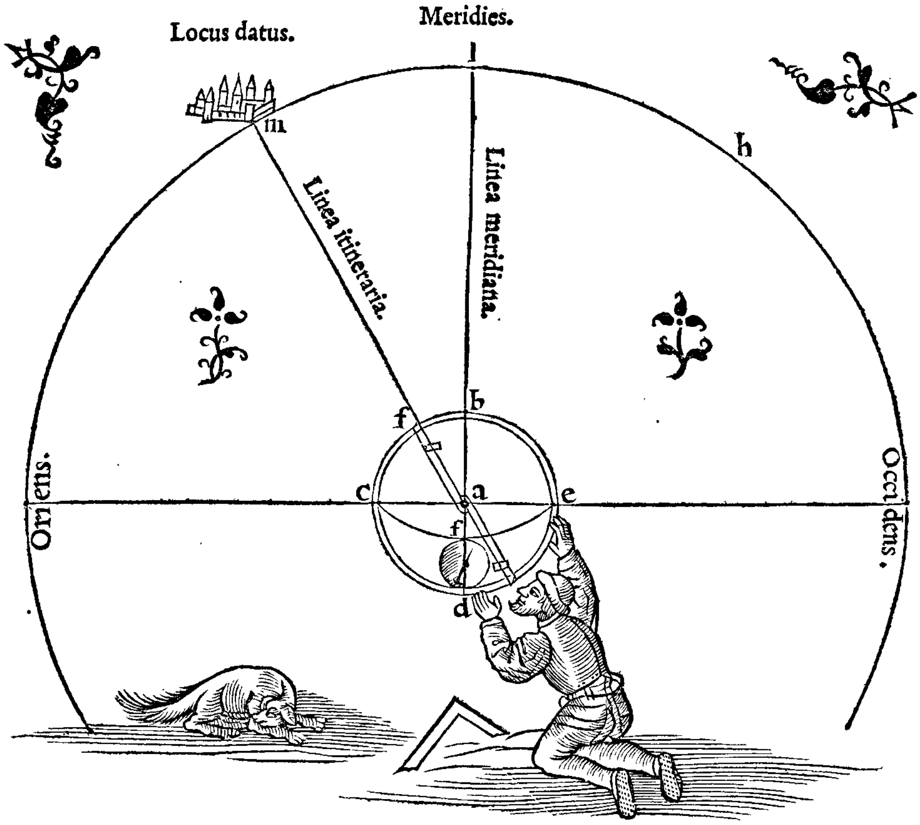
accipiendæ ac dinumerandæ ſunt elongationes. Quemadmodùm capite quarto, libri quinti noſtræ Coſmographiæ,ſeu mundanæ Sphæræ,demonſtrauimus. Tertium porrò eſt, angulus poſitionalis,ex interſectione ſupradicti arcus viatorij & Meridiani radicalis loci cauſatus:Quem Geographi poſitionis ideo nominarunt angulum, quoniam iuxta variam locorum poſitionem diuerſificetur. Horum autem duo prima, vel aliorum fida relatione, aut propria & diligenti inquiſitione & experientia diſquirenda, & veluti nota ſupponenda ſunt. Tertium verò,huiuſce Planiſphęrij geographici adminiculo,in hunc, qui ſequitur, modum conuenit obſeruare.

Qualiter poſitionis ãgulus, per hoc inſtrumentum obſeruetur.

¶ Collocetur igitur inſtrumentum ſuper aliquo patenti & vndi- 2
quaque libero plano, in ipſo radicali loco ad libellam de induſtria præparato:in hunc quidem modum,vt ipſum inſtrumentum Horizonti eiuſdem loci radicalis ſit parallelum,& in pyxide mobilis acus in directum propriæ & ſubſcriptæ imaginis conſtituatur, & punctum b, auſtralem reſpiciat hemiſphærij ſiue Horizontis partem,c/ortiuam,d/ſeptẽtrionalem,& e/occiduam.Immoto tandem inſtrumento,dirigatur ſuperincumbẽs regula verſus ipſum locum datum,cuius longitudinis atque latitudinis differentia reſpectu radicalis exploranda eſt:flectatúrque paulatim vltro citróque regula,quatenus locus ipſe datus, aut directa ſaltem quæ ad illum perducitur via, per vtraque pinnacidiorum foramina viſuali radio fidiſſimè deprehendatur. Nam arcus limbi ſiue Aequatoris (qui tunc loci radicalis exprimit Horizontem) inter lineam inſtrumenti meridianam b a d, & eam lineæ fiducialis ipſius regulæ partem, quæ ad datum locum dirigitur comprehenſus: propoſiti anguli poſitionalis quãtitatem propalabit.

Supradictorũ exẽplaris delineatio.

¶In exemplum ſequentem libuit obijcere deſcriptionem:In qua Planiſphærium geographicum b c d e, cuius centrum a,& illius ſuperincumbens regula ſiue dioptra f g,Horizon loci radicalis h l m,& illius meridiana linea a b l,datus verò locus qui ad m. Huius itaque loci poſitionis angulus,ad radicalis loci Meridianum relatus,eſt l a m, orientalis & auſtrinus,ſub eadem a b l/meridiana linea,& viatorio arcu a f m/ comprehenſus. Cuius quidem anguli quantitatem, indicat arcus b f, ipſius limbi ſiue Aequatoris b c d e: is enim ſimilis & proportionalis eſt arcui l m,eiuſdem Horizontis h l m,idem cum circulo b c d e/centrum habentis,ſcilicet a.



3 ¶ De angulo autem poſitionis velim intelligas, qui recto minor eſt, cuius videlicet quantitas minor eſt quadrante circuli, hoc eſt, minus quàm 90 gradus comprehendens. Nam ſi talis angulus poſitionis, offenderetur continere 90 gradus: locus datus ſub eodem foret parallelo cum ipſo loco radicali, differens ab eodem ſola longitudine. At ſi Planiſphærij forſitan regula in directum lineæ Meridianæ conſtitueretur, nullum efficiens cum illa angulum: tunc ipſa loca ſub eodẽ conſiſterent Meridiano, ſola latitudine inuicem differentia. Is itaq; poſitionis angulus, ſubtili obſeruatione examinandus eſt: proſpiciendúmque diligenter, in quam Mundi partem ſiue Horizontis quadrantem inciderit.

De quo poſitionis angulo intelligãt geographi.

Corollarium.

SI præfatus igitur poſitionis angulus fuerit orientalis, locus datus orientalior erit radicali: ſi autem occidentalis, idem locus datus occidẽtalis erit reſpectu radicalis. Si idẽ præterea poſitionis angulus fuerit auſtralis, datus locus auſtralior erit radicali, hoc eſt, ipſi Aequatori propinquior: ſi autẽ ad Septentrionem flectatur

Loci poſitionẽ per ipſius anguli poſitionalis dignoſcere.

idem poſitionis angulus, locus radicalis auſtralior erit ipſo loco dato. Sed quanta differentia, alter ſupradictorum locorum orientalior, vel auſtralior fuerit reliquo: ſequenti perdiſces problemate.

Problema 3.

DAto poſitionis angulo, & arcu viatorio inter datum quemuis locum & radicalem (ad cuius latitudinem fabricatum eſt inſtrumentum) compræhenſo: longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentiam, ex eodẽ inſtrumento promptiſſimè colligere.

De quibus locis uſus intelligatur inſtrumenti.

1 ¶ Hoc tertiũ & principale problema, de ijs locis potiſſimùm venit intelligendum, inter quæ & præaſſumptum locum radicalem, non cadit exceſſiuum diſtantiæ vel itineris interuallum: vtpote 20, aut 30, vel ad ſummum 45 graduum, hoc eſt, 1250, ſeu 1815, vel 2812 milliariorum. Nam ſi præfata loca, maiore diſtiterint intercapedine, quàm fidelitas atque promptitudo requirat operationis: neque præfatus angulus poſitionis ad verum depræhendetur, neque directum eiuſdem itineris interuallum ad iuſtam poterit redigi menſuram. Quę duo in primis requiſita vel ſupponenda ſunt, ad conſequendas per hoc inſtrumentum longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentias.

Angulus poſitionis, & diſtantia itineraria prius dignoſcenda.

2 ¶ Obſeruato igitur iuxta præcedentis ſecundi problematis traditionem poſitionis angulo, & diſtantia itineraria (quæ inter datum locum, & radicalem continetur) ad vnguem explorata, & ſub milliariorum redacta menſuram: conuertes ipſam diſtantiam itinerariam, ſeu interceptum milliariorum numerum, in gradus magni & viatorij circuli per eadem loca incedentis, pro quibuſlibet 62 milliaribus & ſemimilliari vnum accipiendo gradum, & pro reſidua (ſi adfuerit) milliaris imperfecti parte, proportionatam 60 minutorum vnius gradus particulam, iuxta rationem eorundem 62 & $\frac{1}{2}$ ad ipſam partem milliaris imperfecti.

Problematis exequutio.

3 ¶ His in hunc modum abſolutis, ſupputetur inuenti anguli

positionalis quantitas inter viatorios instrumẽti circulos, è loci radicalis vertice in eiusdem loci Horizontẽ progredientes, ab altera quidẽ Meridianæ lineæ medietate facto supputationis initio, & in dextram aut sinistram partem instrumẽti procedendo, prout idem positionalis angulus fuerit orientalis vel occidentalis, & in borea vel australi parte repertus. In eo deinde viatorio circulo, qui eundem præfiniet & limitabit angulum: supradictus arcus viatorius eisdem locis interceptus, & ad gradus & minuta reuocatus circuli, diligenter numerandus est, à vertice quidem loci radicalis versus limbum aut Aequatorem circulum. Per huius demum arcus itinerarij hoc modo supputati terminum, fiducialis dioptræ seu regulæ lineola/in 60 partes siue gradus distributa, ad vnguem applicetur. Arcus enim ipsius limbi siue Aequatoris circuli, inter ipsam lineam fiducialem & Meridianam comprehensus: differentiam longitudinis, qua datus locus orientalior vel occidẽtalior est radicali, illico manifestabit. Pars autem eiusdẽ lineæ fiducialis, inter illius sectionem cum præfato circulo viatorio & ipsum cadens Aequatorem: eiusdem loci dati simul exprimet latitudinem. Ipsa demum sectio prædictæ lineæ fiducialis cum eodem viatorio circulo, ipsius dati loci verticem siue positionem designabit. An verò datus locus orientalior vel occidentalior fuerit radicali (ad cuius latitudinem fabricatum est instrumentum) ex antecedentis problematis perdisces corollario.

Differẽtia longitudinis.

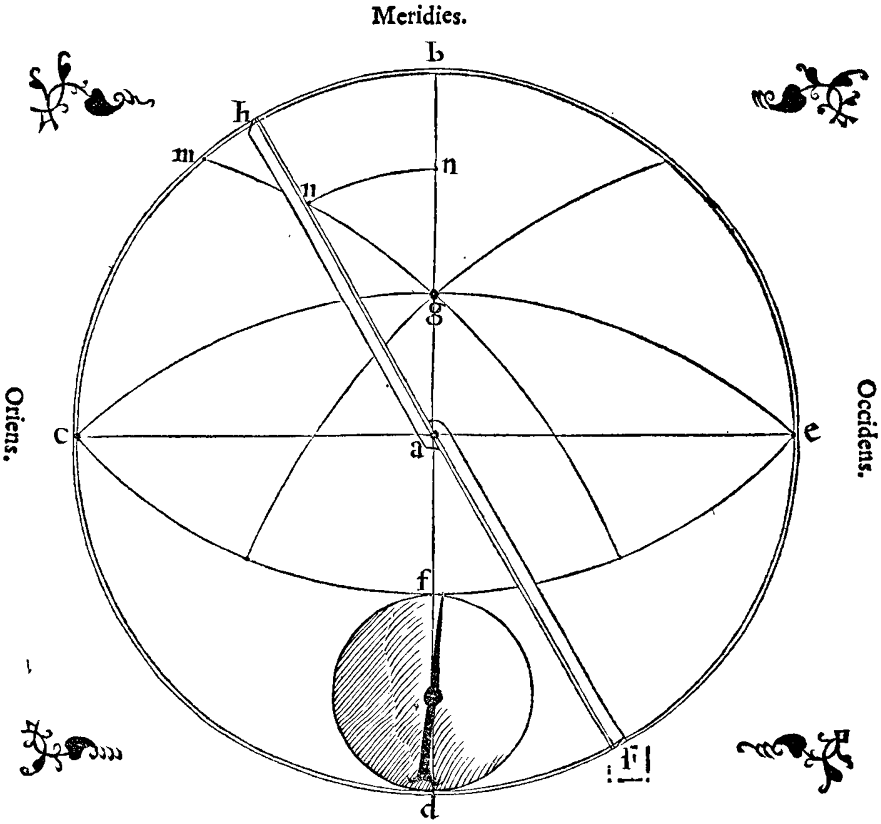
Dati loci latitudo.

Sit⁹ loci dati.

4 ¶Resumatur in maiorem supradictorum elucidationẽ, depicta primo problemate ad Parisiensem latitudinem ipsius instrumẽti figura: summaria saltem illius delineatio. supponatúrq; in exemplum, obseruatus positionis angulus fore orientalis & austrinus. Is igitur in ortiuo & australi eiusdem instrumẽti quadrante a b c, inter viatorios circulos supradicto modo supputatus, repręsentetur per angulum b g m: viatorióq; circulo g m/terminetur. In quo circulo, viatorium segmentum, seu reductũ itineris interuallum, radicalem & datum locũ interceptum, à puncto g/versus m/supputetur: finiatúrq; pũcto n. Et traducta per ipsum pũctũ n, fiduciali regulæ linea a h/in 90 partes distributa: ea secet limbi siue Aequatoris quadrantem b c, in ipso puncto h. Aio itaque primùm, idem punctum n, ipsius dati loci verticem, positionémve designare: Arcum insuper b h, eiusdem loci dati atque radicalis longitudinalem exprimere

Supradictorũ exemplaris elucidatio.

differentiam: Partem verò eiusdem lineæ fiducialis h n, boream ipsius loci dati præfinire latitudinem. Et proinde ipsa fiduciali linea a n h, in directum lineæ Meridiane a g b/ad amussim applicata: portio illius g n, latitudinalem eorundem locorum differentiam illico manifestabit. Concludes igitur, ipsum locum datum orientaliorem atque australiorem esse radicali, iuxta repertas longitudinis atque latitudinis differentias.



Notandum. ¶ Haud dissimiliter operandum esse iudices, vbi supradictus positionis angulus, in alium quemuis patentis hemisphærij quadrantem inciderit: sed infima Aequatoris seu limbi parte vtendum fore non ignorabis, cùm ipse positionis angulus borealem respexerit eiusdem hemisphærij partem. Nec obliuiscaris oportet, quoties idem positionis angulus fuerit rectus, tunc viatorium arcum longitudinalem eorundem locorum exprimere differentiam: & ipsa loca, eandem ab Aequatore possidere latitudinem.

Problema 4.

COgnita longitudine atque latitudine tam radicalis, quàm alterius dati cuiuscunque loci: arcum viatorium eisdem locis interceptum, vnà cum positionis angulo, sub eodem arcu viatorio & Meridiano loci radicalis comprehẽso, versa vice reddere notum.

1 ¶Supponimus itaq; alterum locorũ fore radicalem, & ad illius latitudinem ipsum geographicum Planisphærium esse cõstructum: vtriusque insuper loci longitudinem, siue adminiculo præcedentis libri nostri, siue ex ijs quæ capite tertio libri quinti nostræ Cosmographiæ tradidimus, aut aliunde fore notam: vtrunq; præterea locum, borealem habere latitudinem. Subtrahes igitur minorẽ longitudinem, à maiori: & differentiam numerabis in limbo aut Aequatore instrumenti, à linea eius Meridiana versus ortiuam aut occiduam eiusdem instrumenti partem, prout datus locus orientalior vel occidentalior fuerit ipso radicali. Fini autem supputationis applicabis lineam fiducialem superincumbentis regulæ siue dioptræ: eam scilicet partem, quæ in 90 gradus diuisa est. Numerabis consequenter in ipsa hoc modo quiescente regula, ab illius extremo versus instrumenti centrum: ipsius dati loci latitudinem. Quo facto: animaduertes diligenter eum viatorium circulum, qui per ipsius numeratæ latitudinis finem educitur. Arcus enim eiusdem viatorij circuli, inter ipsius latitudinis finem, & loci radicalis verticem comprehensus: indicabit gradus & minuta segmenti viatorij, seu directi itineris, inter ꝑundem radicalem & datum locum incidentis. Arcus porrò Aequatoris siue limbi, inter ipsum viatorium circulum & lineam instrumenti Meridianam comprehensus: positionalis anguli quantitatem simul propalabit.

supponẽda in huius problematis executionem.

Traditio problematis.

2 ¶Horum autem exemplum, ex ipsa precedentis tertij problematis potes elicere figura. In qua, differentia longitudinalis nota, sit b h: & ad punctum h / applicata fiducialis regulæ linea, quæ in 90 partes diuisa est, a n h. Et in ea dati loci supputata latitudo (quę nota supponitur) sit h n. Per ipsum autem punctum n, transeat arcus viatorius g n m. Aio itaque segmentum g n, metiri viatorium &

Huius problematis exemplum.

directum supradictorum locorum interuallum: Arcum autem b h m, anguli positionalis, quem facit idem arcus viatorius cum linea Meridiana loci radicalis, ostendere quantitatem. Ipsum deniq; viatorium graduum & minutorum interstitium, in milliaria (si volueris) promptissimè reuocabis, dando vnicuique gradui millia passuum 62 & $\frac{1}{2}$: ex ipsis autem milliaribus, quas volueris leucas vel facilè compones.

Problema 5.

PLanisphæriũ ipsum geographicum, in ampliorem magísque vniuersalem redigere contexturam: idémque pluribus radicalium locorum simul coaptare latitudinibus.

Vt ampliandum pro locis australibus instrumentũ.

¶Cùm datus radicalis locus, admodùm vicinus fuerit Aequato- 1
ri, modicam ab eo obtinens latitudinem: non erit incommodum extra eundem Aequatorem, prȩfatum ampliare tunc instrumentũ, hoc est, eidem Aequatori liberum pro locis australibus circunscribere latitudinis interuallum. Et circumpositũ propterea limbum, Aequatori concentricum & proportionalem, loco ipsius Aequatoris, in quatuor quadrantes, & quadrantem quemlibet in 90 partes suprascripto modo distribuere: ipsósque parallelos, & viatorios circulos, vsq; ad interiorem eiusdẽ limbi continuare periphæriam. Vt in Astrolabio, seu vulgato Planisphęrio, respondẽter obseruare consueuimus: Et succedens figura demõstrat. Sed operæpretium erit tunc, superincumbentem regulam siue dioptram in vtranque producere partem: & diuisiones alterius medietatis eiusdem regulæ, extra ipsum Aequatorem, ad limbum vsque gradatim extendere, ac ipsis australibus locis respondenter coaptare. Hoc enim pacto, idem instrumentũ singulis locis tam citra quàm vltra Aequatorem, & intra limbum ipsum comprehensis, indifferenter adcommodabitur. Imò si quis vellet absolutum ex omni parte conficere instrumentum: includendus esset intra limbum ipsum, integer loci radicalis Horizon, reliquis omnibus (veluti primo narrauimus problemate) proportionaliter coextensis.

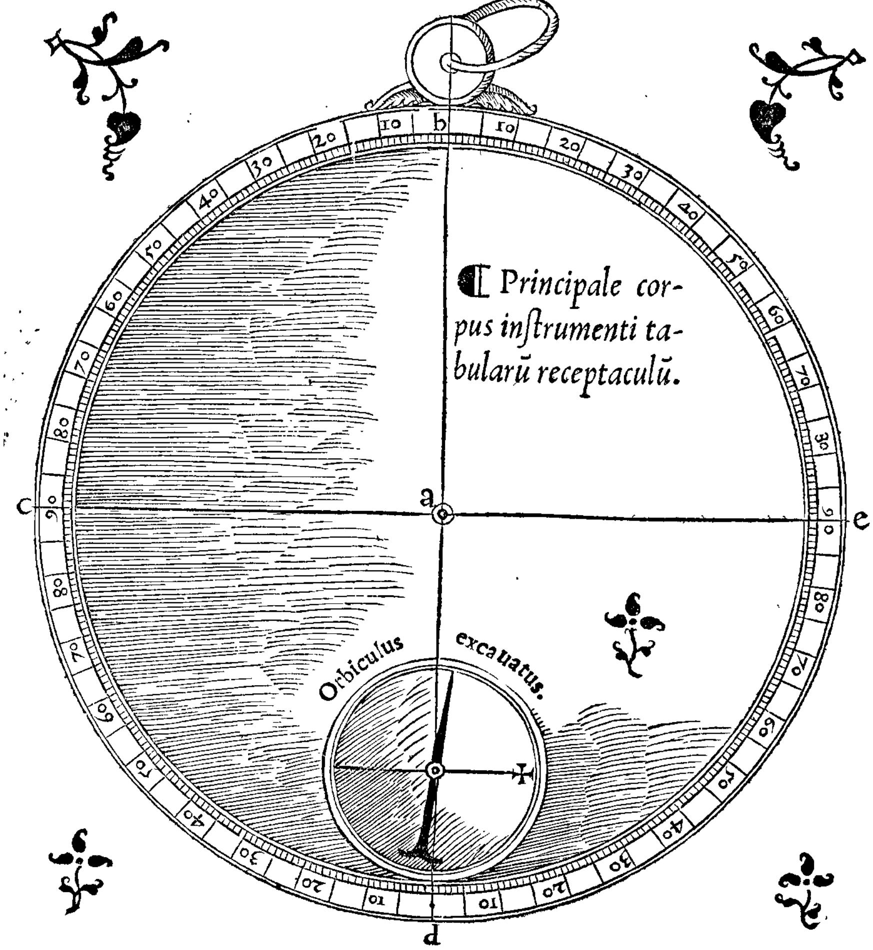
De dioptra, seu superincũbente regula.

2 ¶ Adde quòd si quispiam geographicarum obseruationum stu- diosus, molestum forsitan ac importunum existimauerit, idem instrumentum toties renouare, quoties locus radicalis sensibiliter variatus extiterit: is poterit prima fronte instrumentum ipsum pluribus planis siue tabellis, ad liberas locorum radicalium latitudines delineatas ornare. Vt in vulgari Astrolabio, Astronomicóve Planisphærio obseruari cóspicimus. Sed operæpretium erit tunc, principale corpus instrumenti, commune prædictarum tabellarum receptaculum, tali artificio præparare: vt solus limbus, & mobilem acum deferens orbiculus, pro earundem tabellarum multitudine prominens sit & eleuatus: & ipsæ tabellæ intra limbi cócauitatem, & circa eundem orbiculum (facta in qualibet tabella, ad ipsius orbiculi rotunditatem excauatura, seu fenestella) recipi, & absque vacillatione coniungi facilè possint: ijs quibus vtendum erit tabellis, ad æquatam superficiem cum ipso limbo & orbiculo, dimetientibúsque tabellarum & limbi inuicem conuenientibus: atque (vt summatim finiam) tabellis omnibus, vnà cum volubili regula clauo quodam per medium omnium centrum educto de more coniúctis & colligatis. Queȇadmodùm ex ipsius Astrolabij, seu Astronomici Planisphærij, potes elicere fabricatura: & succedentes figuræ, in maiorem omnium supradictorum expressionem adiúctæ demonstrant. Quarum prima, scilicet b c d e/circum a/centrum descripta: principalis corporis repræsentat effigiem. Secunda verò, vtpote f g h k (cuius centrum itidem a) peculiarem loci radicalis, 40 gradibus ab Aequatore distantis, exprimit contexturam, suis parallelis & viatoribus circulis, circa eiusdem loci radicalis verticem l/ delineatis ornatam, & ad 20 gradus australes ab eodem Aequatore coextensam. Cuiusquidẽ figurę Aequator g f k: obliquus autẽ Horizõ g h k. Quibus subscripta est dioptra siue regula m a n o: cuius pars a n o, in vtriusq; latitudinis gradus, borealis inquàm n a, & australis n o/distributa est. Sed memineris oportet, ipsum excauatũ orbiculum, in quo scilicet mobilis & directoria reponitur acus, ad quantitatem illius interualli fore tũc fabricandum, quod sub illius loci radicalis Horizonte cõtinetur, qui maiorẽ inter alia loca possidet ab Aequatore latitudinẽ: Ne videlicet alicuius prædictarum tabellarum, ad cæterorum radicalium locorum latitudines descriptarum, principalium circulorum interrumpatur harmonia.

Vt pluribus radicalibus locis accommodãdum sit instrumentum.

Succedentium figurarum declaratio.

Prima figura, quæ matrem inſtrumēti, generalémue tabulam repræſentat.



Secunda figura, quæ particularium tabularum, ad liberas locorum radicatium latitudines fabricatarū imitatur effigiē.

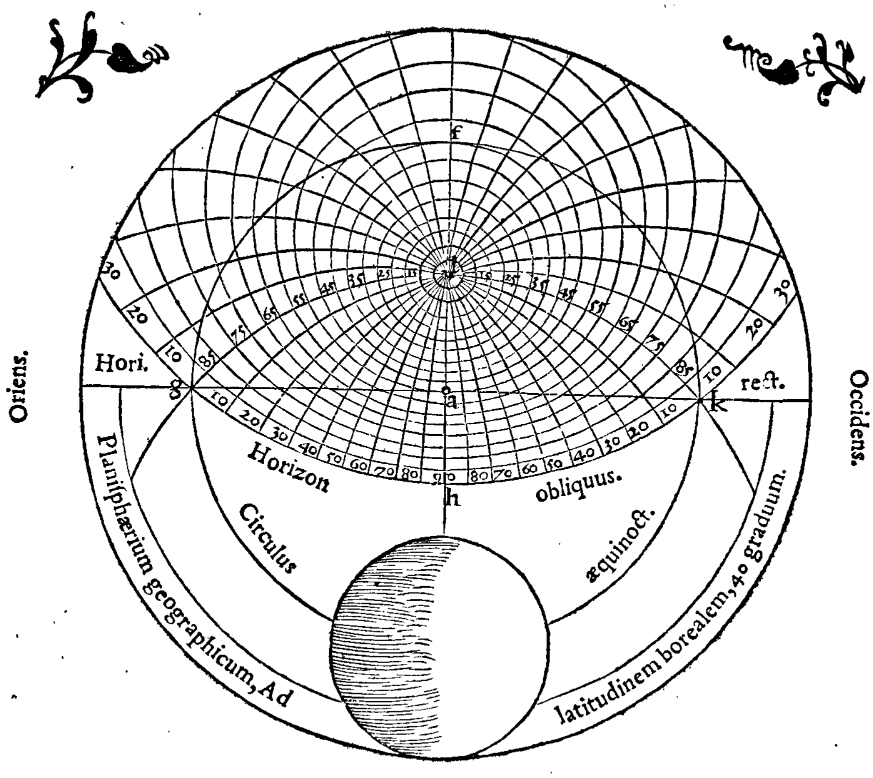
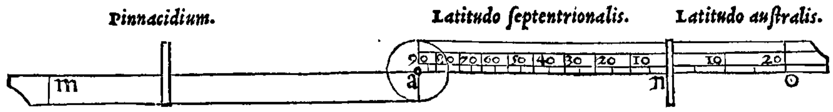


Figura dioptræ, seu regulæ super instrumenti facie reponendæ.



TRIVM INSIGNIORVM, ET HACTENVS *desideratorum operum* Mathematicorum, De Circuli videlicet *quadratura, eiúsque dimensione, & ratione circunferentiæ ad diametrum:* De *regularium insuper & multangularū omnium figurarum descriptione:* Ac *de locorum inuenienda longitudinis differētia, aliter quàm per lunares eclipses: Vnà cum* Planisphærio *geographico:* Authore Orontio *Finæo* Delphi*nate*, Regio Mathema*ticarum* Lutetiæ *professore*,

FINIS.

IOANNIS ROVETII SENONENSIS, *Medici, in Orontiomastigem, scazon.*

Zoile Gigantum frater, ecquid omnibus
Omnia miser sic inuides? dic perdite?
Cur inuides illi inuidiam, qui non tibi
Illam inuidet? Qui sis studebo prodere
Vt miseriorem, quàm putes, omnibus ego
Te faciam. Habet FINAEVS insignem Genium,
Non patitur vt te nominem: ne forte tibi
Fortuna plaudens iure succenseat. Age,
Si nomen edo, ne malè hoc tibi inuideas,
Timendum etiam fuerit: ero quod tibi minùs
Esse potes. aude pauca, non paucos habet
FINAEVS amicos. Tu deum hostem ac homines.

Errata aliquot notatu digniora, impressoriæ artis labilitate commissa.

Facie 39, Corollario 3: legendum (vt 3 & $\frac{2}{15}$, ad 1)
Facie 48, linea 2: legendum, triangulo a b c/circunscripto.

Registrum huius operis

3	3	3	4	4	4	3	3	3.
✠	A	B	C	D	E	F	G	H.