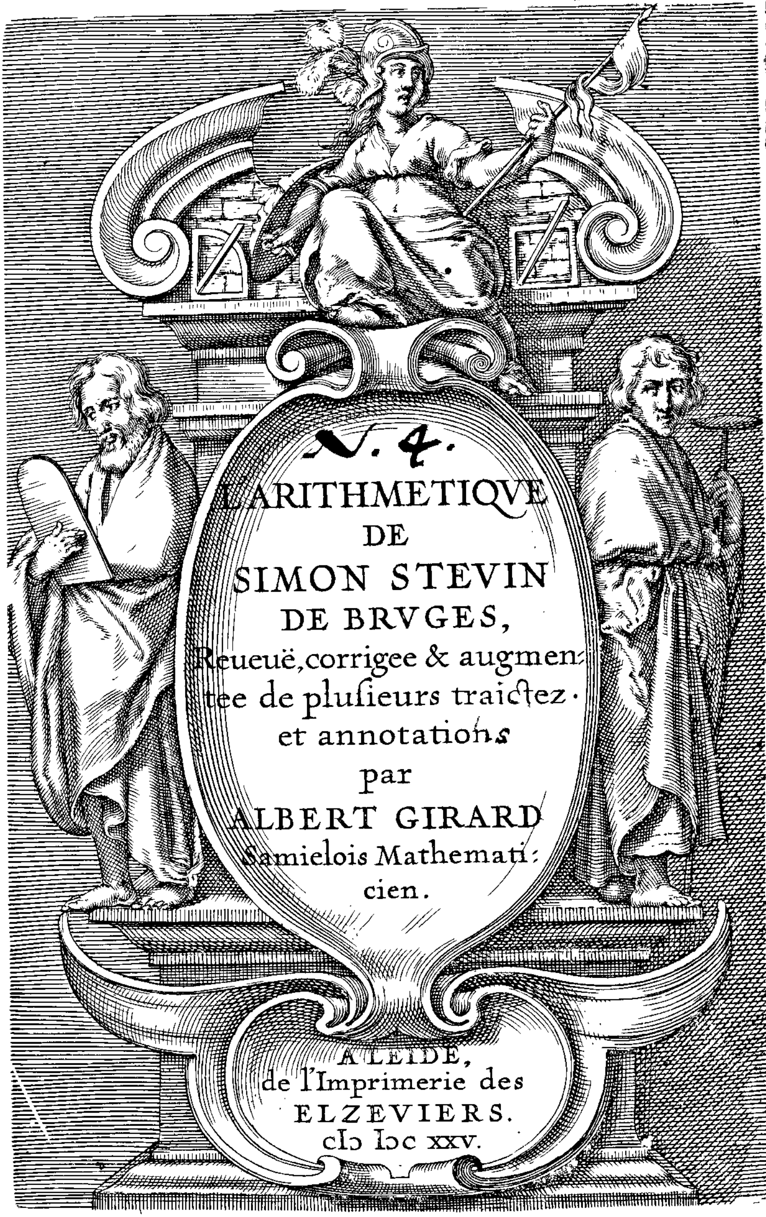
Hunc Librum Germanicæ Nationi relinquit Guilhelmus Fabri Harl. Batavus anno 1638


N. 4.
L'ARITHMETIQVE
DE
SIMON STEVIN
DE BRVGES,
Reueuë, corrigee & augmentee de plusieurs traictez et annotations
par
ALBERT GIRARD
Samielois Mathematicien.
A LEIDE,
de l'Imprimerie des
ELZEVIERS.
cIↄ Iↄc XXV.

A tres Haut, tres Excellent Prince & Seigneur

MAVRICE,

Par la grace de Dieu *Prince d'Orange, Comte de Nassau, Catznellenbogen, Vianden, Dietz, Mœurs, Bure, Leerdam, Marquis de la Vere & de Flissingues, Seigneur & Baron de Breda, de la ville de Grave, & du Païs de Cuyck, Diest, Grimbergues, Arlay, Noseroy, &c. Vi-Comte hereditaire d'Anvers & Besançon, Gouverneur & Capitaine General de Gueldres, Hollande, Zeelande, VVest Frise, Zutphen, Vtrecht, & Over-Yssel, &c. Admiral General, &c.*

MONSEIGNEVR,

SOIT que le temps, ou ce qui est plus apparent, que les grandes difficultés qui se r'encontrent aux deux derniers livres de Diophante ayent empesché le translateur d'en parachever la version; j'ay pris la hardieſſe & de l'achever & de vous la preſenter, non pas qu'ayés beſoin de truchemand, n'y ayant rien qui ſe puiſſe ſouſtraire de voſtre cognoiſſance, non plus que s'oppoſer a voſtre vaillance, mais d'autant qu'ils l'ont de voſtre aucthorité, protection & jugement. Si vous les recevés en ceſte qualité, ils ſeront a couvert & hors d'eſchec, & moy autant content des labeurs qu'il m'a fallu devorer & paſſer, comme je me tiendray a jamais a plus que juſtes tiltres

MONSEIGNEVR

De ſon Excellence le tres humble & tres obeiſſant Serviteur

ALBERT GIRARD Samielois *Mathematicien.*

DE

DE OPERE OPERIBUSQUE AUTORIS SERMO.

PIERIS *intermissa diu, intermissus Apollo,*
Intermissa Charis, intermissique labores
Ingenui, antiquo satagunt includere ludo
Militiæ Sacræ desertorem. Quid amicis,
Quid Patriæ, quid debuerim Majoribus, & quid
Postremum mihi, nulla unquam me oblivio cepit:
Quid verò, tibi STEVINI, *ignorantia crassa?*
Proximus ergo dolo latam committere culpam,
Improbus & potui crassè ignorare quod omnes
Seu norunt, sive ignorent, nossent tamen omnes,
Optandum simul, atque operæ pretium foret; atqui
Credo equidem norunt communiter, aut melior
pars.
Non ego jam dico MONADI *suus ut locus inter*
Assertus Numeros; Quid Principium Numerorum;
QUOD *Numerus non sit, veluti neque linea*
PUNCTUM.
Magnus enim fuit hic error; pars maxima veri
Decepti specie. Dic, Lector, fons, & origo
Herbis arboribusque, & quæ sit denique plantis?
Num Radix dices? Erras. num semina? verum
Dicis. at in Numeris simili ratione, modoque
Est quod seminis obtineat vim; fons & origo
Hæc Numeris, Numerum quem si quis dixerit, er-
rat.
Longè est diversum Radix quod dicitur. illam

Di

Toutes les Racines estre Nõbres. pag. 32.

Dicere fas Numeri partem, Numerumque vocare.
Quælibet ut carnis pars est caro, quælibet ossis
Os, sic & Numeri Numerus pars quælibet. hinc est
Vt non immeritò Numeros genus hoc Radices
Appellet. Iam Cæcus, Inextricabilis, atque
Surdus & Absurdus Numerus, Rationis & expers,
Quæ Monstra hæc rear esse! Humana sorte creatos
Auritos, Oculatos, Participes Rationis
Fortè velis Numeros? ipse expers es Rationis.
Absurdi nihil in Numeris absurde; sed in te
(Ne vitij insimulato probos) in te improbe totum est.

Qu'il n'y a nuls nombres absurds irrationels, irreguliers inexplicables ou sourds. pag. 35.

Pluribus hoc equidem vitium mortalibus, artes
Obscuri accusant, mente ipsi ac lumine capti.
Scriptoris vitium lectorem decipit, huius
Ingenium tardum scriptorem; Ars criminis exsors.
Tanto justius hic qui nil molitur iniquum,
Artibus ut sit honos suus hoc agit, & malè si quid
Antiquis scriptum, aut nec scriptum, corrigit, auget.
Ingenium nostrum tenebris, & carcere cæco,
Non res clausa jacet. Euclidis asymmeter ille
Ille liber Decimus quæ non mortalia torsit
Pectora! Clara tamèn res est, tantum arrige mentem.
Te penes arbitrium, tua sit censura; paratam
Ad majora viam invenies. STEVINIVS *ille est;*
Non fumum ex fulgore, sed ex fumo dare lucem

Des incommẽsurables grandeurs. pag 850.

Cogi-

Cogitat, ut speciosa dehinc miracula promat.
Sume unum è multis. quid non Decarithmia præstat Decarithmia. La Disme pag. 823.
Divinum scriptoris opus? cui non ego si vel
Aurea mi vox sit, centum linguæ, oraque centum,
Omni ætate queam laudes persolvere dignas.
Sed quid ego hæc memorem? multò majora canebat
Qui mihi te notum STEVINI *& me tibi fecit.*
Nempe canebat uti magnum per inane remotas
Longinquis spatiis audire & reddere voces
Noveris, ignotas aliisque notare figuras.
Nec mihi credibilis visa esset fabula; ni me
Credere fecisset commenti Pythagoræi
Fama vetus. magis ecce fidem superare videtur
Per vada per scopulos intactas posse carinas
Sistere. Parte alia, quid, quod dicare recepto
Terra Neptuno miracula promere rerum!
Quicquid id est, supra invidiam, quodque utile censes,
Censeat hoc ipsum, & Res Publica sentiat, vt te
Maturo vivi vivum dignemur honore.

IAGIVS TORNVS
ΦΙΛΟΜΑΘΗΣ.

AV LECTEVR.

VEu que l'Arithmetique ſelon le
jugement de tous, eſt ſcience u-
tile à un chaſcun en particulier, &
en general à toute Republique,
voire un des forts & principaux
fondamens de la conſervation de
tout ceſt univers; Certes pluſieurs Philoſophes
anciens & modernes, ne ſe ſont pas exercez
ſans raiſon ſi diligemmēt en icelle, ny ſans bon-
ne cauſe (conſiderant la dignité de ſi grand ſub-
ject) n'avons nous employé noſtre temps & tra-
vail, à en cueillir & deſcrire, ce que la perſua-
ſion nous fiſt eſperer de pouvoir avancer à la
Commune; Mais qu'eſt cela? C'eſt (à fin de le
comprendre ſommairement en trois poincts)
premierement l'ordre, tel qu'il eſt mien. Au
ſecond quelques noz inventions. Au tiers refu-
tation de quelques abſurditez envieillies en ce-
ſte ſcience: Deſquels nous pourrions dire plus
amplement en particulier, mais poſant le ſuy-
vant effect pour declaration, & vous bening
Lecteur pour juge, nous le paſſerons outre.
Vous ſuppliant nous vouloir excuſer des vulgai-
res fautes, qui pourroyent proceder de l'Impri-
merie, ou par quelque oubliance, quant aux
autres, que vous eſtimerez, peut eſtre, ſortir
de noſtre meſentendement, les vouloir debon-
nairement corriger par certaine affection à
l'aug-

l'augmentation de la ſcience, non pas aigri ſur noſtre ignorance, veu que nous ſommes tous ſubjects à faillir.

Ce que faiſant, n'obligerez pas ſeulement de plus fort noſtre affection, du tout vovée à voſtre ſervice, mais donnerez auſſi courage aux autres, de manifeſter ce qui ſera utile à la Choſe Publique.

ARGVMENT.

Nous diviſons l'Arithmetique en deux parties comprennans chaſcune en un particulier livre, deſquels le premier ſera des definitions, qui ſeront de l'Arithmetique, & des nombres Arithmetiques (pour premiere partie du premier livre) & des nombres Geometriques (pour la deuxieſme partie) Et des effects des nombres procedans de leur comparaiſon, comme Raiſon & Proportion (pour la troiſieſme partie) & de leur computation qui eſt rationelle & proportionelle: Rationelle (pour la quatrieſme partie) comme les quatre computations generales, à ſçavoir Ajouſter, Soubſtraire, Multiplier, & Diviſer (dicte computation rationelle; par ce qu'il y a ſeulement mutuelle habitude de termes & point comparaiſon d'egales raiſons comme en la proportion) proportionelle (pour la cincquieſme partie) comme Reigle de trois, Reigle de proportionelle partition, Reigle de faux.

Le

Le second livre est de l'operation, qui sera des nombres Arithmetiques entiers & rompuz (pour premiere partie du second livre) & des nombres Geometriques, qui sont racines ou radicaux simples, & multinomies (pour deuxiesme partie) ou quantitez Algebraiques entieres & rompues (pour troisiesme partie) Et ladicte operation desdictes ses soubdivisions, sera Rationelle & Proportionelle; Rationelle, comme les quatre computations generales; Proportionelle, comme Reigle de trois, Reigle de proportionelle partition, & Reigle des faux. Et en plus grande evidence nous comprendrons l'Argument en telle table:

l'Arith-

L'Arithmetique a deux parties.

- Definitions
  - De l'Arithmetique & des nõbres
    - Arithmetiques.
    - Geometriques.
  - Des effects des nõbres procedans de leur
    - Comparaison.
      - Raison.
      - Proportion.
    - Computation.
      - Rationelle, comme
        - Addition.
        - Soubstraction.
        - Multiplication.
        - Division.
      - Proportionelle, cõme reigle de
        - Trois.
        - Proportionelle partition.
        - Faux.
- Operation, qui sera des nõbres
  - Arithmetiques
    - Entiers.
    - Rompus.
  - Geometriques, qui sont
    - Racines de
      - Nombres simples.
      - Multinomies.
    - Quantitez algebraiques
      - Entieres.
      - Rompues.

Et ladicte operation de chascune desdictes ses soubdivisions est

- Rationelle. à sçavoir les 4 computations generales, comme
  - Aiouster.
  - Soubstraire.
  - Multiplier.
  - Diviser.
- Proportionelle, comme reigle de
  - Trois.
  - Proportionelle partition.
  - Faux.

LE

Le contenu de cest œuvre.

L'ARITHMETIQVE DE SIMON STEVIN DE BRVGES,

Contenant les Computations des nombres Arithmetiques ou vulgaires : aussi l'Algebre, avec les equations des cincq quantitez.

Les six livres D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE : *dont les quatre premiers sont de la traduction dudict* Simon Stevin ; *& les deux derniers sont nouvellement traduicts par* Albert Girard, Samielois.

LA PRACTIQVE D'ARITHMETIQVE de *Simon Stevin*, contenant LES TABLES D'INTEREST, LA DISME ; Item un Traicté des Incommensurables grandeurs : avec l'Explication du dixiesme livre d Euclide.

Le tout reveu de nouveau, corrigé de plusieurs erreurs, & reduict en meilleur ordre, & illustré d'Annotations tresutiles, par Albert Girard Samielois Mathematicien.

LE

LE PREMIER LIVRE D'ARITHMETIQVE DES DEFINITIONS.

PREMIERE PARTIE DES DEFINITIONS; de l'Arithmetique, & des nombres Arithmetiques.

PARCE que l'Arithmetique (ce qui est aussi commun aux autres ars) s'explique par mots comme signes de l'affection de l'ame, lesquels se denotent par escriptures; Il nous faut premierement descripre la signification des propres vocables de ceste science. Car avant que l'on comprenne la matiere de la doctrine, il convient entendre les motz par lesquels on l'explique. Nous ferons doncques nostre premier livre de leurs definitions, descripuant tousiours du commencement (au tant qu'il nous sera possible) ce qui consiste premier en la nature.

AVERTISSEMENT A L'APPRENTIF.

VEu qu'il viendra bien à poinct soubs aucunes definitions, d'argumenter des proprietez des nombres (lesquelles l'apprentif pour le premier n'est pas tenu de sçavoir) il m'a semblé bon l'advertir comment nous avons appliqué tels argumens distinctement avec leurs tiltres soubs leurs definitions, a fin que pour le premier se contentant des definitions, & de leurs explications, il puisse à son plus grand prouffit les passer oultre.

DEFINITION I.

Arithmetique est la science des nombres.

DEFINITION II.

Nombre est cela, par lequel s'explique la quantité de chascune chose.

EXPLICATION.

Comme l'unité est nombre par lequel la quantité d'une chose expliquée se dict un : Et deux par lequel on la nomme deux : Et demi par lequel on l'appelle demi : Et racine de trois par lequel on la nomme racine de trois, &c.

QVE L'UNITE EST NOMBRE.

PLusieurs personnes voulans traicter de quelque matiere difficile, ont pour coustume de declarer, cõment beaucoup d'empeschemens les ont destourbés en leur conception, cõme autres occupations plus necessaires; de ne s'estre longuement exercé en icelle estude, &c. à fin qu'il leur tourneroit à moindre prejudice ce en quoy il se pourroyent avoir abusé, ou plustost, comme estiment les aucuns, à fin qu'on diroit, *S'il a sceu executer cela estant ainsi destourbé, qu'eust il faict s'il eust esté libre?* Nous sçaurions faire le semblable en ce que nous voulons icy dire de l'Unité, mais non pas en verité, car je n'ay point seulement leu à bon loisir, & sans empeschement d'autres affaires, tous les Philosophes anciens & modernes, que je trouvois traicter de ceste matiere, mais j'ay aussi communiqué de bouche avec quelques doctes, certes de ce temps pas des moindres, & en ceste matiere d'autre opinion epinion que nous: Mais pourquoy cela? par ce que je doubtois en ce que je proposois de l'Unité? Non certes, car j'en estois ainsi asseuré, comme si la Nature mesme me l'eust dict de sa propre bouche, voire je le voyois (comme feront aussi de brief ceux qui ne sont pas du tout aueugles) par infiniz effects, qui n'ont point mestier de preuve: Pourquoy donc? A fin que je serois d'autant mieux pourveu, contre toutes objections que j'en attendois.

Or doncques pour venir à la matiere; Il est notoire que l'on dict vulgairement; que l'Unité ne soit point nombre, ains seulement son principe, ou commencement, & tel en nombre comme le poinct en la ligne; ce que nous nions, & en pouvons argumenter en ceste sorte:

La partie est de mesme matiere qu'est son entier,
Vnité est partie de multitude d'unitez,
Ergo l'unité est de mesme matiere qu'est la multitude d'unitez;
Mais la matiere de multitude d'unitez est nombre,
Doncques la matiere d'unité est nombre.

Et qui le nie, faict comme celuy, qui nie qu'une piece de pain soit du pain. Nous pourrions aussi dire ainsi:

Si du nombre donné l'on ne soubstraict nul nombre, le nombre donné demeure,
Soit trois le nombre donné, & du mesme soubstrayons un, qui n'est point nombre comme tu veux.
Doncques le nombre donné demeure, c'est à dire qu'il y restera encore trois, ce qui est absurd.

Nous pourrions aussi reciter plusieurs subtiles & sophistiques questions, qui nous ont esté proposées de bouche par les susdictes personnes, ensemble nostre refutation d'icelles, & mille absurdités en suivantes: mais les omettant (car il empliroit bien un particulier & grand volume) & à fin de ne perdre huile & labeur, venons aux causes mesmes, la cognoissance desquelles donne parfaicte intelligẽce. Il faut doncques sçavoir, que les hommes jadis voyans, qu'il leur estoit mestier de parler & avoir intelligẽce de la quantité des choses, ils nõmoient chasque chose simple, un; & quand à la mesme estoit appliquée encore une autre, les appelloient ensemble deux, & quand la proposée simple chose estoit divisée en deux parties egales, ils nommoient chascune partie demy, &c.

Puis considerans que un, deux, trois, demy, tiers, &c. estoient noms propres, & cõvenables, pour l'explication de ladicte quantité, ils ont veu qu'il estoit necessaire de comprendre toutes ces especes soubs un genre (car telle est leur maniere de faire en tous autres semblables, comme bled, orge, avoine, ils le nomment en genre Grain; aigle, tourterelle, rosignol, en genre Oseau) lequel genre ils appelloient nombre; Estant doncques par les principes ou causes mesmes chascun d'iceux nombre, sans doubte ils suivent leur opinion errante, qui en aprés sans consideration des causes, ont exclu l'unité. Mais quelcun me pourra maintenant dire selon la commune sentence des Philosophes, que pour traicter ordonnéement de quelque quantité, la Nature tesmoigne qu'il faut commencer de son principe, comme il appert en la quantité grande, de laquelle le manifeste principe est le poinct, mais il y a icy question de la quantité qui se dict nombre, il y faut donc dire du principe ou commencement du nombre: Certes je ne le concede pas simplement, ains l'afferme par la suivante 3 definition, car veu que la communauté & similitude de grandeur & nombre, est si universelle qu'il resemble quasi identité, sans doubte le nombre aura quelque chose en soy, qui se refere au poinct. Mais que sera ce? Ils disent l'unité: O heure infortunée en laquelle

quelle fut premierement produicte ceste definition du principe du nombre! O cause de difficulté & d'obscurité de ce qui en la Nature est facile & clair! O dommageable advis de ceux qui l'ont concedé, ce qui nous a faict tel avancement en l'Arithmetique, comme il eust esté à la Geometrie, s'ils eussent concedé que le poinct soit quelque partie de la ligne, car comme de cestuy-la n'eust suivi que absurd, ainsi (parce que du faux ne procede que faux) de cestuy-cy. Mais quelle communauté (ie vous supplie) y a il entre l'unité & le poinct? certes nulle servant au propos; car deux unitez (comme ils disent) sont nombre, mais deux, voire mille poincts ne font nulle ligne: L'unité est divisible en parties (vray est qu'ils le nient, mais mille leurs distinctions ne sont pas suffisantes, de pouvoir ainsi opprimer la nature du nombre, qu'elle ne manifeste par force son essence, es Arithmetiques operations de plusieurs Autheurs, comme entre autres par l'absolute partition de l'unité de la 33. question du 4. livre, & la 12. 13. 14. 15. question du cinquiesme livre du Prince des Arithmeticiens Diophante) le poinct est indivisible: L'unité est partie du nombre, le poinct n'est pas partie de la ligne, & ainsi des autres: L'unité doncques n'est point telle en nombre comme le poinct en ligne. Qu'est-ce donc qui luy correspond? Ie di que cest o (qui se dict vulgairement Nul, & que nous nommons commencement en la suivante 3. definition) ce que ne tesmoignent pas seulement leurs parfaictes & generales communautez, mais aussi les irrefutables effects. Les communautez sont telles:

Comme le poinct est ajoinct de la ligne, & luy mesme pas ligne, ainsi est o ajoinct du nombre, & luy mesme pas nombre.

Comme le poinct ne ſe diviſe pas en parties, Ainſi le 0 ne ſe diviſe en parties.

Comme beaucoup de poincts, voire & qu'ils fuſſent de multitude infinie, ne font pas ligne; ainſi beaucoup des 0, encore qu'ils fuſſent en multitude infinie, ne font nul nombre.

Comme la ligne A B ne ſe peut augmenter par addition du poinct C, ainſi ne ſe peut le nombre D 6, augmenter par l'addition de E 0, car ajouſtant 0 à 6 ils ne font enſemble que 6.

A B C. D 6 E 0

Mais ſi l'on concede que A B ſoit prolongee juſques au poinct C, ainſi que A C ſoit une continue ligne, alors A B s'augmente par l aide du poinct C; Et ſemblablement ſi l'on concede que D 6, ſoit prolongé juſques en E 0, ainſi que D E 60 ſoit un continue nombre faiſant ſoixante, alors D 6 s'augmente par l'aide du nul 0, & ainſi en pluſieurs autres que nous paſſons outre pour briefveté.

A B C DE 60

Quant aux effects, nous pourrions dire du commencement de quantité algebraique, defini à la ſuivante 14. definition, auſſi du commencemant defini à la deuxieſme definition de la DISME, par les conſtructions, deſquelles il appert ſuffiſamment, que le 0 eſt le vray & naturel commencement, lequel comme ferme fondement nous a conduict à quelques inventions deſcriptes (telles qu'elles ſont) au ſuivant: Mais à fin que l'on n'eſtime que je veux propoſer outrecuideement, mes inventions à telle preuve, nous prendrons autre matiere ſuffiſante, non pas d'autheurs de peu d'eſtime, mais entre autres les tables de Ptolemée, Alfonſe, Nicolas Coperne, Iehan de Montroial, & ſemblables, eſquelles la deſcription, ou ſignifi-

ſignification du poinct geometrique, ſe rencontre ſouvent entre les nombres. Prennons pour exemple les tables des Sinus des Iehan de Montroial, la ou chaſque degré eſt une ligne oblique, de laquelle la longuer eſt la $\frac{1}{360}$ de la peripherie du circle, l'extremite de laquelle ligne, eſt le poinct Mathematique dont nous avons dict cy deſſus: Mais avec quoy eſt ſignifié chaſcun d'iceux, qui ſont juſques à nonante? certes (en mon exemplaire) par o au commencement de chaſque premiere colomne, & ſemblables exemples ſont fort communs en pluſieurs autres tables. Or ſi encore le o ne fuſt pas cela en nombre, ce que le poinct eſt en ligne, leſdicts grands mathematiciens, voire la nature avec eux, ont en ceci tous falli; Soit ainſi, doncques au poinct ſe refere quelque autre choſe que o, poſons que ce ſoit ſelon voſtre opinion 1, & en examinons la verité, mettant 1 pour le commencement ou extreme poinct (par exemple) du 3. degré, auquel correſpond 523360 (je parle de la table de Iean de Montroial, la ou le demi diametre faict 10000000) mais ceci eſt faux, car à 1, comme demonſtre ladicte table, correſpond 526265: Ou bien pour veoir double rencontre, il appert que o, commencement du nombre, correſpond à o, poinct & commencement du quadrant, à l'encontre duquel tu veux mettre 1, mais à 1 correſpond 2909. Doncques 1 ne ſignifie pas le poinct, mais o; Et qui ne le peut veoir l'auteur de Nature, aye pitié de ſes infortunez yeulx, car la faute n'eſt pas en l'object, ains à la veüe que nous ne luy ſçavons pas donner.

QVE NOMBRE N'EST POINCT QVANTITE DISCONTINVE.

NOVS pourrions icy deſcripre pluſieurs inconveniens, procedez du ſuſdict faux fondement, mais veu qu'il auroit bien mestier d'un traicte particulier, ce ne sera pas icy son lieu : Mais parce que nous avons dict cy dessus, que 6. prolongé jusques en o, faict un continue nombre de soixante, contre le vulgaire, *Nombre est quantité discontinue ou disioincte:* il nous faut encore refuter ceste impropre definition ainsi :

Tout ce qui n'est qu'une quantité, n'est point quantité disioincte;

Soixante selon qu'il est nombre, est une quantité (à sçavoir un nombre.)

Soixante doncques selon qu'il est nombre, n'est point quantité disioincte.

Quant à ce que vous divisez par vostre imagination, ceste proposée unique & entiere quantité en soixante unitez (ce que pourries faire par mesme raison en trente dualitez, ou vingt trinitez, &c.) & que puis apres vous definez le divise, ce n'est pas definition du proposé dont il est question : vous pourriez semblablement diviser la proposée grandeur par l'imagination en soixante parties, & puis par mesme raison la definir estre quantité discontinue, ce qui est absurd. Comme doncques la generale communauté de grandeur & nombre aux autres, ainsi en cestuy-cy; à sçavoir à une continue grandeur, correspond le continue nombre qu'on luy attribue, & telle discontinuité que puis apres reçoit la grandeur par quelque division, semblable discontinuité reçoit aussi son nombre. Et à fin d'en parler par exemple, le nombre est quelque chose telle en grandeur, comme l'humidité en l'eau. car comme ceste-cy s'estend par tout & en chasque partie de l'eau; Ainsi le nombre destiné à quelque grandeur s'estend par tout & en chasque partie de sa grandeur: Item comme à une continue eau correspond une continue humidité, ainsi à une continue grandeur correspond

un

un continue nombre: Item comme la continue humidité de l'entiere eau, souffre la mesme division & disioinction que son eau; Ainsi le continue nombre souffre la mesme division & disioinction que sa grandeur; De sorte que ses deux quantitez ne se peuvent distinguer par continue & discontinue, dont nous pourrions exhiber plusieurs argumens, mais nous le conclurons par ceste leur contradiction. *Nombre* (disent ils) *est quantité disioincte*, & alieurs au contraire, *Nombre est quantité conjoincte ou composée de multitude d'unitez*: Certes si les unitez sont conjoinctes, elles ne sont pas disioinctes, ny par consequent leur conjoinction, ne produict point quantité disioincte. Nous accomplirons la reste par la premiere These de nos Theses Mathematiques.

DEFINITION III.

Les characteres par lesquels se denotent les nombres sont dix: à sçavoir 0 *signifiant commencement de nombre, Et* 1. *un, Et* 2. *deux, Et* 3. *trois, Et* 4. *quatre, Et* 5. *cincq, Et* 6. *six, Et* 7. *sept, Et* 8. *huict, Et* 9. *neuf.*

DEFINITION IV.

Chasques trois characteres d'un nombre s'appellent membre, desquels le premier, sont les premiers trois characteres à la dextre; Et le second membre, les trois characteres suivants vers la senestre; Et ainsi par ordre du troisiesme membre, & autres suivants, tant qu'il y en aura au nombre proposé.

EXPLICATION.

Soit quelque nombre tel 357876297. Les 297. s'appellent premier membre, & 876 second, & 357. troisiesme.

DEFINITION V.

Le premier charactere du premier membre commençant à dextre vers la senestre, signifie simplement sa valeur, le second autant de fois dix qu'il contient unitez, le troisiesme autant des fois cent qu'il contient unitez; Et le premier charactere du second membre, autant de fois mille qu'il contient unitez; & ainsi par dixiesme progression des autres characteres contenuz en tout nombre proposé.

EXPLICATION.

Soit quelque nombre tel 75687130789276. Doncques selon ceste definition le premier charactere 6, faict six, & le 7. suivant septante, & le 2. suivant deux cent, & le 9. neuf mille, & ainsi des autres. Pour doncques expliquer ce nombre, on mettera sur chasque premier charactere de chasque membre (excepté le premier) un poinct; Puis on dira, septante cincq mille mille mille mille (à sçavoir autant des fois mille qu'il y a des poincts depuis le 7. jusques à la fin) six cents huictante sept mille mille mille, cent trente mille mille, sept cents huictante neuf mille, deux cents septante six.

DEFINITION VI.

Nombre Arithmetique est celuy qu'on explique sans adjectif de grandeur.

EXPLICATION.

Le nombre a deux especes, desquelles l'une est expliquee par adjectif de grandeur, comme les nombres quarrez, cubiques, racines, quantitez, &c. lesquels nous appellons nombres Geometriques, & seront definiz à la seconde partie suivante; l'autre espece est simplement expliquée sans ledict adjectif, comme un, deux, trois, trois

cinc-

cincquiesmes,&c. Nous appellons tels nombres par distinction de l'autre espece, nombres Arithmetiques.

DEFINITION VII.

Nombre entier est unité, ou composée multitude d'unitez.

DEFINITION VIII.

Nombres entre eux premiers sont ceux qui n'ont point de multitude d'unitez pour commune mesure.

EXPLICATION.

Comme 5 & 7 ou 10 & 13 & semblables: par ce qu'ils n'ont point de multitude d'unitez, qui leur soit commune mesure, s'appellent nombres entre eux premiers.

DEFINITION IX.

Nombres entre eux composez sont ceux qui ont multitude d'unitez pour commune mesure.

EXPLICATION.

Comme 9 & 12, par ce que nombre de multitude d'unitez, à sçavoir 3, est leur commune mesure, ils s'appellent nombres entre eux composez.

DEFINITION X.

Nombre rompu, est partie ou parties de nombre entier.

EXPLICATION.

Comme estant un divisé en trois parties egales, une des mesmes est nombre rompu, qu'on descript ainsi $\frac{1}{3}$, & s'appelle un tiers. Ou estant 1 parti en quatre parties egales, trois des mesmes est nombre rompu: lequel se descript ainsi $\frac{3}{4}$, & s'appelle trois quarts. ou estant 1

parti

parti en trois parties egales, ſept de telles parties eſt nombre rompu qu'on deſcript ainſi $\frac{7}{3}$,& s'appelle ſept troiſieſmes.

DEFINITION XI.

Numerateur de rompu, eſt le nombre ſuperieur explicant la multitude des parties y contenues.

EXPLICATION.

Soyent trois quarts deſcripts ainſi $\frac{3}{4}$, donçques le 3. s'appelle numerateur, par ce qu'il explique au nombre la multitude des parties contenues au meſme rompu: car $\frac{3}{4}$ eſt un rompu composé de quartes, & le 3. nous monſtre (comme en nombrant) que des meſmes quartes il en y a trois, d'ou il eſt appellé numerateur.

DEFINITION XII.

Nominateur de rompu, eſt le nombre inferieur explicant ſa qualité.

EXPLICATION.

Soyent trois quarts eſcripts ainſi $\frac{3}{4}$: l'inferieur nombre donc 4. parce qu'il explique ſa qualité ou qu'il nomme quel rompu, c'eſt à ſçavoir un rompu de quartes, on l'appelle nominateur.

DEFINITION XIII.

Rompu premier, eſt celuy duquel le numerateur & nominateur ſont nombres entre eux premiers.

EXPLICATION.

Comme $\frac{5}{7}$ ou $\frac{3}{8}$ & ſemblables.

LA SECONDE PARTIE, DES DEFINITIONS DES NOMBRES GEOMETRIQVES.

APRES que les anciens avoyent apperceu la vertu de la progression des nombres, comme ceux-cy 2. 4. 8. 16. 32, &c. ou 3. 9. 27. 81. 243, &c. la ou le premier multiplié par soy, donne pour produict le second de l'ordre, puis le second autrefois multiplié par le premier, donne le troisiesme de l'ordre, & le troisiesme multiplié par le premier donne le quatriesme de l'ordre, & ainsi des autres; car 2. par soy faict le 4, le mesme par 2. faict 8, & cestuy-cy par 2. faict 16, &c. Semblablement 3. par soy faict 9, le mesme par 3. faict 27, & cestuy-cy par 3. faict 81, &c. Ils ont veu qu'il estoit necessaire, de donner des propres noms à ces nombres, par lesquels on les pourroit distinctement signifier, appellans le premier en l'ordre *Prime*, que nous signifierons par ①, & le deuxiesme en l'ordre ils le nommoient *Seconde*, que nous denoterons par ②, & ainsi des autres, par exemple:

① 2. ② 4. ③ 8. ④ 16. ⑤ 32. ⑥ 64, &c.

Item:

① 3. ② 9. ③ 27. ④ 81. ⑤ 243. ⑥ 729, &c.

Puis voyans que ce premier nombre, estoit comme costé de quarré, & le second son quarré, & le troisiesme le cube du premier, &c. & que ceste similitude des nombres & grandeurs, manifestoit plusieurs secrets des nombres, ils leur ont aussi attribué les noms des grandeurs, appellans le premier *Costé*, le second *Quarré*, le troisiesme *Cube*, &c. & consequemment tous ces nombres en general

Nom-

Nommes Geometriques. Mais consideré l'utilité de la parfaicte intelligence de la communauté de ces nombres avec leurs grandeurs, nous descriprons ces grandeurs par ordre comme leur fondement, en ceste sorte:

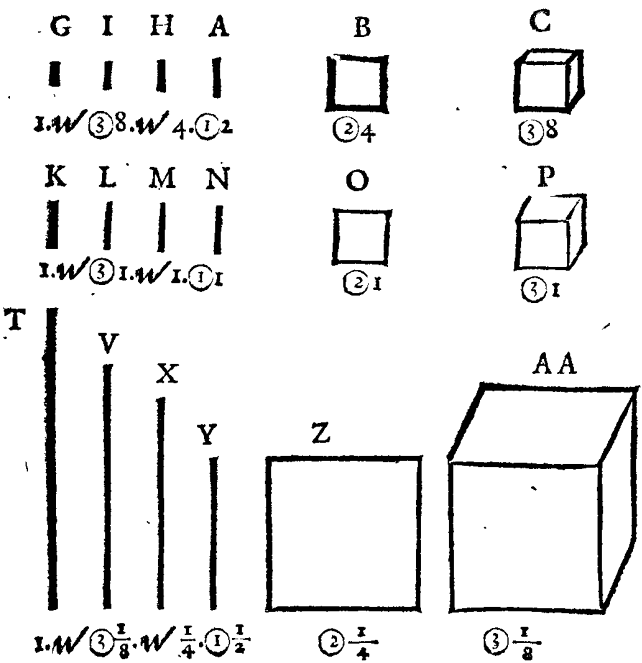
DESCRIPTION DV FONDEMENT DES NOMBRES GEOMETRIQVES.

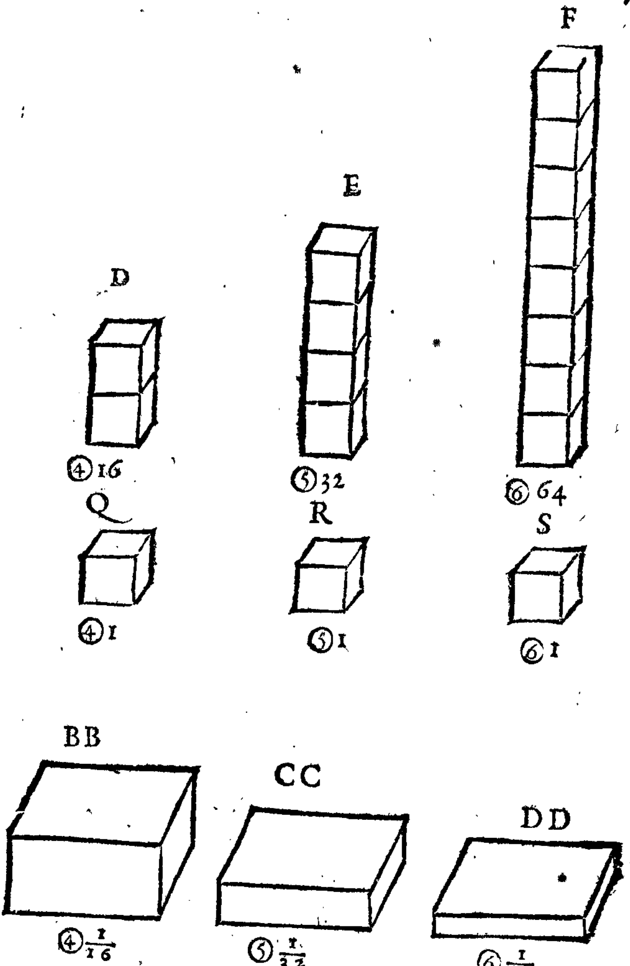
SOIT tirée la ligne A, de laquelle la quantité soit plus grande qu'unité, comme 2. (2. doigts ou pieds, ou ce que l'on voudra.) Puis soit escript le quarré B, duquel le costé soit egal à la ligne A, & semblablement le cube C, duquel le costé soit egal à A. Item le docide D (cest à dire, poutre ou solide rectãgle, qui a le costé entre deux quarrez oppositez plus long que le costé du quarré) en telle raison au cube C, comme le nombre expliquant le quarré B, au nombre expliquant la A, & que sa base quarrée (comme aussi de tous les docides suivans) soit egal au quarré B. Puis le docide E, en telle raison à D, comme D à C. Item le docide F, en telle raison à E, comme D à C: & ainsi on pourroit continuer plus avant. Puis soit tirée la ligne G, respondante à l'unité: à sçavoir a telle unité, comme A en faict 2. Item soit tirée la ligne H, moyenne proportionelle entre G & A. Item la ligne I antecedente de deux moyennes proportionelles entre G & A. & les quantitez des grandeurs seront telles A 2. B 4. C 8. D 16. E 32. F 64. H. racine quarrée de racine quarrée de 4. (à sçavoir du quarré B,) & I racine cubique, de racine cubique de 8, (à sçavoir du cube C) & L vaudra 1. Et sera achevé le premier rang procedant de la ligne A maieure qu'unité.

Soit aussi descript de mesme sorte le rang K. L. M. N. O P.

O.P.Q.R.S. desquelles N soit ligne respondante à la A, & sa quantité soit de unité, & O soit quarré, quantité respondante à la B, & ainsi des autres, & toutes les quantitez comme P Q R S, seront cubes & la quantité de chascune grandeur sera 1. Et sera achevé le second rang procedant de la ligne N, de laquelle la quantité est unité.

Et de mesme sorte soit descript le rang T.V.X.Y.Z. A A. B B. CC. D D. desquelles Y soit ligne respondante à la A, & sa quantité soit moindre qu'unité, comme $\frac{1}{2}$, & Z soit quarré, quantité respondante à la B, & ainsi des autres, & les quantitez BB. CC. DD. seront proportionels plinthides, c'est à dire tuilles ou solides rectangles, qui ont le costé entre deux quarrez oppositez plus court que le costé du quarré, & leurs quarrez sont egaux au quarré Z. Et les quantitez des grandeurs seront telles Y $\frac{1}{2}$. Z $\frac{1}{4}$. A A $\frac{1}{8}$. BB $\frac{1}{16}$. C C $\frac{1}{32}$. D D $\frac{1}{64}$. X racine quarrée de racine quarrée de $\frac{1}{4}$, à sçavoir du quarré Z, & V racine cubique de racine cubique de $\frac{1}{8}$, à sçavoir du cube A A, & T vaudra 1. Et sera parfaict le troisiesme rang procedant de la ligne Y moindre qu'unité.


G I H A
B
C
1.√③8.√4.①2
②4
③8
K L M N
O
P
1.√③1.√1.①1
②1
③1
T
V
X
Y
Z
AA
1.√③1/8.√1/4.①1/2
②1/4
③1/8



Voyla achevée la deſcription du fondement des nombres Geometriques, par lequel nous eſperons facilement demonſtrer leurs vrayes proprietez, & refuter legitimement quelques abſurditez en uſe.

Premierement faut conſiderer, qu'au lieu de noſtre ſexte quantité F qui eſt docide, & de la ſexte quãtité DD qui eſt plinthide, il eſt vulgaire d'en faire un cube qu'ils appellent cube de quarré, ou quarré de cube. Et ſemblable differẽce y a il en toutes les figures ſuivantes la quarte quantité: mais que ces formes cy ſont les vrayes & naturelles & pas celles la, appert entre beaucoup d'autres par la racine, ou le coſté des meſmes quantitez. Par exemple, l'on requiert la racine ou le coſté de ladicte ſixieſme quantité F 64, nous diſons tous qu'il eſt 2, Or voyons quelle des figures eſt propre, vrayement c'eſt le docide, & point le cube: car il appert en noſtre figure F, que chaſque coſté des baſes eſt egal à A, qui faict 2 par l'Hypotheſe: mais quand au lieu de F docide, ſera faict un cube: ſon coſté ſera 4: on dira doncques que le coſté de 4 eſt 2, qui eſt abſurd. Et de meſme ſorte quand le coſté de tel cube ſera 100, tu le diras eſtre 10. Item quand pour la ſixieſme quantité DD $\frac{1}{64}$ qui eſt plinthide, on met un cube, nous dirons tous que ſon coſté ſera $\frac{1}{2}$, ce qui eſt vray au plinthide, mais au cube il ſera manifeſte qu'en tout ſon corps n'y a aucune ligne ſi longue, car ſon coſté ſera ſeulement de $\frac{1}{4}$, ergo abſurd. Et ſemblable improprieté ſe pourra demonſtrer aux autres quantitez. Telles figures doncques ne nous expliquent pas les vrais fondemens.

Au ſecond; veu que la proportion des quantitez eſt continue, c'eſt equitable & utile, que la meſme cõtinuité appert auſſi à l'œil aux figures, comme au precedent fondemẽt. La reſte dependant de ceſte matiere ſera declairée au ſuivant chaſcun en ſon lieu, la ou il viendra à poinct.

DEFINITION XIV.

Commencement de quantité, est tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, son charactere est tel ◎.

EXPLICATION.

Comme (par exemple) c'est autre chose au zodiaque le commencement du Bellier, autre le premier degré du Bellier: car l'un est poinct, l'autre ligne: à sçavoir la $\frac{1}{360}$ de son circle. Ainsi voulons nous ici par commencement de quantité signifier autre chose que par premiere quantité de laquelle la definition s'ensuit. Doncques tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, qu'on use en computation algebraique comme 6 ou $\sqrt{}$ 3 ou 2 + $\sqrt{}$ 3, &c. nous l'appellons commencement des quantitez, le charactere le signifiant est tel ◎: mais sera seulement usé quand les nombres Arithmetiques ou radicaux ne seront pas absolutement descripts.

DEFINITION XV.

Prime quantité, est un ligne droicte nombre expliquée, son charactere est tel ①.

EXPLICATION.

Comme la ligne A, nombre expliquée, à sçavoir 2, s'appelle prime quantité, & de mesme sorte est prime quantité la ligne N, de laquelle le nombre l'explicant est 1. Item la ligne Y de laquelle le nombre l'explicant est $\frac{1}{2}$.

DEFINITION XVI.

Seconde quantité, est un quarré descript d'une ligne egale à la prime quantité, son charactere est tel ②.

EXPLICATION.

Comme le quarré B, s'appelle seconde quantité, & de mesme sorte sont secondes quantitez les quarrez O & Z.

DEFINITION XVII.

Tierce quantité, eſt un cube duquel le coſté eſt egal à la prime quantité, ſon charactere eſt tel ③.

EXPLICATION.

Comme le cube C, s'appelle tierce quantité, & de meſme ſorte ſont tierces quantitez les cubes P & A A.

DEFINITION XVIII.

Quarte quantité, eſt un ſolide rectangle, duquel deux baſes oppoſités ſont quarrez egaux à la ſeconde quantité, & en telle raiſon à la tierce quantité, comme le nombre de la ſeconde quantité au nombre de la prime quantité: ſon charactere eſt tel (4). Quinte quantité eſt un ſolide rectangle duquel deux baſes oppoſités ſont quarrez egaux à la ſeconde quantité, & en telle raiſon à la quarte quantité, comme la quarte à la tierce: ſon charactere eſt tel ⑤. Et la meſme raiſon a toute autre quantité conſequente à ſon antecedente.

EXPLICATION.

Comme les ſolides rectangles D. Q. B B s'appellent quartes quantitez. Item les ſolides rectangles E & R & C C s'appellent quintes quantitez, & F. S. D D. ſextes quantitez, & ainſi des autres ſemblables.

NOTA.

Il eſt à noter que les trois premieres quantitez deſquelles avons dict cy deſſus (à ſçavoir prime, ſeconde, & tierce quantité) ne changent point de forme, comme faict la quatrieſme & autres enſuivantes: c'eſt à dire ① eſt touſiours quelque ligne droicte, & ② touſiours quarré. Et la troiſieſme quantité touſiours cube, mais la quarte quantité & autres ſuivantes ne ſont pas touſiours figures de meſme forme: car quand le nombre de la ① eſt maieur

que

que unité, ſeront tous docides, & eſtant unité, ſeront tous cubes: mais eſtant moindre que unité, ſeront tous plinthides.

QVE LES DIGNITEZ OV DENOMINATEVRS *des quantitez ne ſont pas neceſſairement nombres entiers, mais potentiellement nombres rompuz & nombres radicaux quelconques.*

Il eſt aſſez notoire à ceux qui s'exercent en computations algebraiques (car c'eſt à eux que nous parlons ici) que quand il y a extraire racine quarrée de ①, ou de ③, ou bien racine cubique de ② & de ſemblables, qu'il faut dire, que c'eſt racine d'autant. Par exemple, racine quarrée de 4① ſe dict √ 4①; la raiſon eſt, qu'il n'y a en uſe aucunes algebraiques quantitez qui pourroyent autrement ſignifier telles racines. Toutesfois le $\frac{1}{2}$ en circle ſeroit le charactere de racine de ①, parce que le meſme (ſuivant la reigle de multiplication des autres quantitez) multiplié en ſoy donne produict ①, & par conſequent $\frac{3}{2}$ en un circle ſeroit le charactere de racine quarrée de ③, par ce que telle $\frac{3}{2}$ en circle multipliée en ſoy donne produict ③, & ainſi des autres; de ſorte que par tel moyen on pourroit de toutes ſimples quantitez extraire eſpeces de racines quelconques, comme racine cubique de ② ſeroit $\frac{2}{3}$ en circle, &c.

Or par la conſideration de ces choſes nous eſt devenu manifeſte ce qui au paravant nous eſtoit plus obſcur, à ſçavoir, que la prime quantité, laquelle les algebraiciens uſent pour l'inferieure, ne l'eſt pas conſideré ce qui conſiſte potentiellement en eux: mais comme il y a un infini maieur progres des quantitez depuis l'unité, ou de la prime quantité en aſcendant, comme ① ② ③, &c. ainſi y a il ſemblable infini moindre progres de la prime quantité en descendant, qui se pourroit signifier par $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$ en circles, & si pourroit on par les mesmes proceder comme par denominateurs entiers.

Or si l'usage de telles quantitez pouvoit avancer en la reigle de trois algebraique (vulgairement dicte equation) à sçavoir que par icelles on sceust venir au dessus des quantitez ④③②①⓪ de Lois de Ferrare (ce qu'avons tenté, mais combien qu'ainsi je pouvois extraire racines de toutes quantitez; toutesfois n'y avons peu avenir, comme à son lieu en dirons plus amplement) certes leur usage seroit par raison à conceder. Mais n'èstant cela pour l'heure pas ainsi, userons seulement les vulgaires entieres, d'autant plus que toutes computations algebraiques se peuvent achever sans icelles. Car à la fin autant faisons par racine de 4①, comme par 2 mis devant $\frac{1}{2}$ en circle. Tellement que par ce discours avons seulement voulu manifester ce qui consiste potentiellement en la matiere, à fin que par ainsi rendissions le subject plus notoire. Il pourroit aussi avenir que ceste souvenance causeroit à un autre quelque avancement.

DEFINITION XIX.

Nombre algebraique entier, est quantité ou composée multitude de quantitez.

EXPLICATION.

Il est à considerer qu'integrité ou fraction de nombre algebraique, ne se refere point au nombre de multitude, ou valeur de la quantité; mais seulement à la denomination ou dignité d'icelle, car $\frac{3}{4}$① ou $\surd$ 2③ & semblables, sont autant nombres algebraiques entiers comme 3①, par ce que comme nous avons dict nous prennons seulement regard à la denomination de la quantité, qui té, qui eſt icy entiere: mais fraction algebraique eſt telle comme la definition en ſuict.

DEFINITION XX.

Nombre algebraique rompu, eſt partie ou parties de nombre algebraique entier.

EXPLICATION.

Comme $\frac{2①}{3②}$ eſt nombre algebraique rompu, qui s'explique ainſi; deux primes diviſées par trois ſecondes.

DEFINITION XXI.

Quantitez entre elles premieres, ſont celles qui n'ont point de diverſes eſpeces de quantitez pour commune meſure.

DEFINITION XXII.

Quantitez entre elles compoſées ſont celles, qui ont diverſes eſpeces de quantitez pour commune meſure.

DEFINITION XXIII.

Rompu algebraique premier eſt celuy duquel le numerateur & nominateur ſont nombres entre eux premiers.

DEFINITION XXIV.

Quantitez continues en l'ordre, ſont celles entre leſquelles ne defaut aucune quantité de leur naturelle progreſſion.

EXPLICATION.

Comme ⓪ & ①. Item ② & ③. Item ① ② ③ ④, &c. s'appellent quantitez continues. Et par le contraire eſt manifeſte qu'elles quantitez ſont diſcontinues, à ſçavoir comme ① & ③, ou ② & ⑤, &c.

DEFINITION XXV.

Superieure quantité eſt celle, de laquelle le nominateur l'explicant eſt maieur.

EXPLICATION.

Comme ④ appellons superieure ou plus haulte quantité que ② ou ③, & par le contraire est manifeste qu'elle est quantité inferieure. Nous appellons telle quantité, quantité superieure; à fin d'oster l'ambiguité qui se rencontre en les appellans quantitez maieures: par exemple soyent 6 ① & 3 ②, Or si l'on parle icy de maieure quantité, sera chose ambigue, quel des deux sera la maieure: à sçavoir si le vocable maieure se deura referer au nombre de la multitude des quantitez: en quel respect seront maieures les 6 ①; ou en respect des nominateurs des quantitez, selon lequel sont maieures les 3 ②. Ou en respect de leurs valeurs, selon lequel chascun pourra estre le maieur. Par exemple, si la valeur de 1 ④ fust 2, les trois ② seront maieures, car vauldront 24; & les 6 ① seulement 12: mais si la valeur de 1 ① fust 1, alors au contraire les 6 ① seront maieures: car elles vauldront 6, & les 3 ② seulement 3: mais quand nous disons de la superieure quantité, ce sera sans doubte parlé des 3 ②.

DEFINITION XXVI.

Multinomie algebraique est un nombre consistant de plusieurs diverses quantitez.

EXPLICATION.

Comme 3 ③ + 5 ② — 4 ① + 6 s'appelle multinomie algebraique. Et quand il aura deux quantitez comme 2 ① + 4 ② s'appellent binomie, & de trois quantitez s'appellera trinomie, &c.

DEFINITION XXVII.

① Appliquée à ⓞ nous nommons quantitez primitives. Et quantité quelconque superieure que ① appliquée à ⓞ leurs derivatives, & toutes quantitez appliquées a ⓞ ausquels n'existent nu-

nes

tres inferieurs denominateurs de quantitez à leurs denominateurs proportionels, nous nommons primitives, & icelles proportionelles leurs derivatives.

EXPLICATION.

Comme ① & ⓪ nous nommons quantitez primitives, & leurs derivatives comme ② ⓪, ou ③ ⓪, ou ④ ⓪, &c. Mais quand il y a plus d'une quantité appliquée a ⓪, comme ② ① ⓪, ou ③ ① ⓪, ou ③ ② ⓪, ou ③ ② ① ⓪, ou ④ ② ① ⓪, ou ④ ③ ② ① ⓪, &c. ausquels n'existent autres inferieurs denominateurs à leurs denominateurs proportionels & de mesme multitude, nous les nommons primitives; & quand autres appliquez nominateurs sont à iceux appliquez denominateurs proportionels, nommons iceux autres leurs derivatifs, comme ④ ② ⓪ sont derivatifs desdicts ② ① ⓪, parce que comme 2 a 1 (denominateurs) ainsi 4 a 2, & pareillement dirons ⑥ ③ ⓪ estre derivatifs desdicts ② ① ⓪, par ce que comme 2 a 1 ainsi 6 a 3. Et de mesme sorte dirons ⑥ ② ⓪ estre derivatifs de ③ ① ⓪. Et semblablement ⑧ ⑥ ④ ② ⓪, ou ⑫ ⑨ ⑥ ③ ⓪ estre derivatifs de ④ ③ ② ① ⓪, & ainsi des autres.

Mais pour dire de l'utilité de ceste definition, faut sçavoir, qu'en la regle de proportion des quantitez, la ou par trois termes donnez, nous cherchons un quatriesme proportionel, les derivatifs ont la mesme maniere d'operation que leurs primitifs. Comme si les deux premiers termes furent derivatifs, tels ② ⓪, ou ③ ⓪, ils auront une operation semblable à celle de leurs primitifs ① & ⓪. Item si les deux premiers termes furent ④ & ② ⓪, ou ⑥ & ③ ⓪, &c. ils auront une operation semblable à icelle de leurs primitifs ② & ① ⓪. Et ainsi de tous autres: d'ou s'ensuyvra qu'en un seul probleme, à sçavoir le 78, comprehendrons tous les derivatifs (qui sont en infini) des antecedens primitifs ; Pourtant celuy qui voudra bien entendre ledict 78. prob. il sera necessaire de bien entendre ceste definition.

DEFINITION XXVIII.

Quantitez postposees sont celles qui en l'algebre se posent aucunefois apres les positives.

EXPLICATION.

Toutes les quantitez d'une algebraique operation, qui ne sont pas notées du signe des postposées quantitez, sont tousiours positives ou premieres posées, & d'une mesme progression, mais par ce que en aucunes operations est necessaire de poser quantitez d'une autre progression que n'est la premiere, appellons les mesmes postposées quantitez, & leurs signes sont tels, 1 sec ① signifie une seconde ①, c'est à dire 1 ① secondement posée, car toutes quantitez qui n'ont point tel vocable comme 1 ① ou 3 ②, &c. sont positives ou premierement posées. Item 1 ter ① signifie une tierce ①; c'est à dire 1 ① tiercement posée. Item 2 sec ③ signifie 2 secondes ③, a sçavoir 2 ③ procedans de la 1 sec ①. Item 3 ① M sec ① signifie 3 ① multipliées par 1 sec ①, ou le produict de 3 ① multipliées par 1 sec ①. Item 3 ① M sec ① M ter ② signifie 3 ① multipliées par 1 sec ① & le mesme multiplié par 1 ter ②.

Item 5 ② D sec ① M ter ② signifie 5 ② divisées par 1 sec ①, & le mesme multiplié par 1 ter ②, &c.

DEFINITION XXIX.

La prime quantité qui est egale au costé de chasque quantité, s'appelle aussi racine, la marque de costé ou racine est telle √.

EXPLI-

EXPLICATION.

La prime quantité de la 15 definition s'appelle aussi metaphoriquement racine; & cela à cause que comme la racine est source de tout ce qui croist sur luy, ainsi ressemble la prime quantité la source ou racine de toutes les quantitez de son reng, & est tousiours egal a chasque costé du mesme, comme A au fondement est egale au costé de B, de C, de D (à sçavoir au moindre costé de D.) La marque signifiant racine ou costé est telle $\surd$, laquelle mise devant ③ comme $\surd$ ③ denote racine de cube, ou racine de tierce quantité: & semblablement $\surd$ ④ signifie racine de quarte quantité. Et de mesme sorte pourrions dire $\surd$ ② signifier racine de quarré, ou de seconde quantité, mais pour la signifier il est en use (a cause de brieveté) de delaisser le signe ②, & mettre seulement $\surd$, par lequel on entend racine ou costé de quarré.

QUE RACINE EST VOCABLE CONVENABLE A L'ART.

Il y a des aucuns qui rejectans le vocable racine, disent, costé de quarré ou de cube, ne se pouvoir nommer racine sinon ineptement, mais à mon avis ils n'exhibent pas convenable distinction. Car combien que racine est tousiours egale à costé; toutesfois autre quantité, est racine comme A, que costé de B ou de C: pourtant quand nous disons racine de B, c'est à dire A: car A est sa racine ou source: mais quand nous disons costé de B, qui est à la A egal, a donc nous parlons du costé essentiel de B. Nous userons donc à bon droict avec les anciens le vocable racine là ou il viendra à poinct.

DEFINITION XXX.

Racine de quarré de racine de quarré, est une ligne moyenne proportio-

portionelle entre la prime quantité, & une ligne respondante à l'unité de la mesme: sa marque est telle ✓✓. Et racine cubique de racine cubique, est l'antecedente ligne de deux lignes moyennes proportionnelles entre la prime quantité & une ligne respondante à l'unité de la mesme, sa marque est telle ✓✓ ③. & ainsi des autres semblables.

Explication.

Comme la ligne H s'appelle racine quarrée de racine quarrée, a sçavoir du quarré B, car par la construction du fondement elle est moyenne proportionelle entre A & G, laquelle G respond à l'unité de la A, Semblablement dirons la M & X estre racines quarrées de racines quarrées. Et de mesme sorte entendra on la racine quarrée de racine quarrée de racine quarrée de B estre la moyenne ligne proportionelle entre G & H, de laquelle la marque est telle ✓✓✓. & semblablement procedera on en infini pour les racines quarrées de racines quarrées quelconques.

Item la ligne I s'appelle racine cubique de racine cubique (à sçavoir du cube C:) car par la construction du fondement elle est antecedente ligne de deux moyennes lignes proportionelles entre la prime quantité & une ligne respondante à l'unité de la mesme. qui est entre G & A. Et semblablement dirons les lignes L & V estre racines de racines cubiques.

De mesme sorte entendra on la racine cubique de racine cubique de racine cubique de C estre l'antecedente ligne de deux moyennes proportionelles entre G & I, sa marque sera telle ✓✓✓ ③. & ainsi procedera on en infini pour racines de racines cubiques de racines cubiques quelconques.

Et ainsi procedera on en toutes les autres quantitez; car la racine de racine de quarte quantité, est l'antecedente ligne

ligne de trois lignes moyennes proportionelles entre G & A, de laquelle la marque sera telle $\surd\surd$ ④.

Nota 1.

Nous avons dict à la 29 definition que racine de quarré a marque telle $\surd$. Item à la 30 definition, que racine de quarré, de racine de quarré a marque telle $\surd\surd$: mais faut bien noter ceste syllabe *de*, car $\surd$ ne signifie pas simplement racine, mais il y faut encore adjouster ledict *de*, veu qu'il y a grande difference entre racine, & racine *de*. Comme par exemple $\surd$ 4 signifie racine de quarré 4, laquelle vaut 2, mais racine quarrée 4, vaut 4, comme le quarré 16, à sa racine 4, & point $\surd$ 4. Ledict avertissement du vocable *de*, appliquera on aussi à toutes autres racines, comme $\surd$ ③, $\surd$ ④, &c.

Nota 2.

Ceste marque signifiant racine de quarré telle $\surd$, & de racine de racine de quarré telle $\surd\surd$, est par plusieurs en use, est aussi fort commode pour telle signification, & continuant telle progression s'ensuit que $\surd\surd\surd$ doibt signifier racine de racine, de racine de quarré. Ils font donques improprement ceux qui par $\surd\surd\surd$ veullent signifier racine de cube, veu qu'autre chose est racine de cube, que racine de racine, de racine de quarré, Car la ligne A au fondement est (comme aussi de toutes les quantitez suyvantes) egale à la racine du cube C. Mais racine de racine, de racine de quarré, est la ligne moyenne proportionelle entre G & H. laquelle est bien d'autre quantité (excepté quand la racine est 1, comme au second rang des figures du fondement.) Et pour en donner exemple en nombres, il est notoire que $\surd\surd\surd$ 256. est 2. mais $\surd$ ③ 256, est plus que 6.

Con-

Concluons doncques que ✓✓ ne peult distinctement signifier racine cubique.

Quant aux figures comme ℞, ℥, &c. qu'aucuns suyvans les anciens usent au lieu de nos marques ① ② ③ (qu'aussi a usé Raphael Bombelle, excepté ⓪) peut estre que les mesmes ont vulgairement (comme aupres de nous L cincquante, C cent, M mille, &c.) aupres les Arabes invéteurs de l'algebre signifie les mesmes que 1.2.3. &c. ou ①②③. Mais quoy qu'il en soit, i'entens la signification de telles characteres necessaires à l'Arithmeticien pour entendre les autheurs qui les usent : mais en nostre Arithmeticque nous n'en userõs pas, n'y aussi ceux qui feront selon nostre conseil : car l'utilité des marques ⓪①②③④, &c. est telle, que l'operation qui par iceux characteres est obscure, laborieuse, & ennuieuse, (par ce que telles figures ne nous signifient pas vulgairement ce qu'ils denotoyent d'aventure aux Arabes) sera par ces marques claire, legiere, & plaisante. Car comme les characteres 1.2.3.4.5.6.7.8.9.0. (en respect de plusieurs autres marques signifians nombres) ne sont seulement brieves, mais necessaires : voire il semble, que sans leur convenable & naturel ordre, il eust esté impossible à l'homme de parvenir aux secrets d'Arithmetique qu'il a acquis; Et de mesme sorte entendra on que cecy sont les characteres qui au naturel ordre sont requis; lesquels aux quatre numerations generales, & principalement aux rompuz des mesmes qui souventesfois se rencontrent, voire par toutes computations algebraiques, donnent telle facilité, que ce qu'a plusieurs seroyt autrement impossible de comprendre, leur sera facile, mettant le tout au jugement de ceux qui entendent la chose.

Or estant ainsi definies les grandeurs du fondement, faut maintenant venir à leurs nombres.

DEFI-

DEFINITION XXXI.

Nombre expliquant la valeur de quantité geometrique, s'appelle nombre geometrique, & obtient le nom conforme à l'espece de la quantité qu'il explique.

EXPLICATION.

Comme le nombre 2. explicant la valeur de la prime quantité A, ou le nombre 1 la valeur de la prime quantité N, ou le nombre $\frac{1}{2}$ la valeur de la prime quantité Y, s'appellent (par ce que les mesmes primes quantitez sont racines) nombres radicaux.

Item le nombre 4, explicant la valeur de la seconde quantité B, & semblablement 1 de O, & $\frac{1}{4}$ de Z, se nomment (par ce que les mesmes secondes quantitez sont quarrez) nombres quarrez.

Item le nombre 8, explicant la valeur de la tierce quantité C, & semblablement 1 de P, & $\frac{1}{8}$ de A A, s'appellent (par ce que les mesmes tierces quantitez sont cubes) nombres cubiques.

Item le nombre 16 explicant la valeur de la quarte quantité D, & semblablement 1 de Q, & $\frac{1}{16}$ de B B, s'appellent (par ce que les mesmes sont quartes quantitez) nombres de quarte quantité; & ainsi des autres semblables.

Item le nombre 2 explicant la valeur du costé de B, & semblablement 1 du costé de O, & $\frac{1}{2}$ du costé de Z, se nomment (parce que se sont costez de quarrez) costez de quarrez. Et 2 explicant la valeur du costé de C, s'appelle costé cubique, & de D, costé de quarte quantité, &c.

Item le nombre ⱳ 4 explicant la valeur de H, & semblablement ⱳ 1 de M, & ⱳ $\frac{1}{4}$ de X, se nomment racines quarrées de racines quarrées, parce que telles lignes

par

par la 30 definition ſont racines quarrées de racines quarrées.

Item le nombre √√③ 8 explicant la valeur de I, & ſemblablement √√③ 1 de L, & √√③ $\frac{1}{8}$ de V, s'appellent racines cubiques de racines cubiques; parce que telles lignes par la 30 definition ſont racines cubiques de racines cubiques.

NOTA.

Il eſt vray que √④ vaut le meſme que √√, comme √④ 81 vaut 3, comme faict auſſi √√ 81. Mais entant que l'une eſt ligne comme H, & l'autre coſté de quantité comme D, elles ſont par raiſon à diſtinguer.

QVE NOMBRES QVELCONQVES PEVVENT *eſtre Nombres quarrez, cubiques, &c. Auſſi que racine quelconque eſt nombre.*

Puis que les nombres explicans les valeurs des quantitez geometriques, reçoivent un nom conforme à la meſme quantité (comme 4 ou 9 & ſemblables explicans les valeurs des quarrez, s'appellent pourtant nombres quarrées. Item 8 & 27, &c. explicans les valeurs de cubes, s'appellent pourtant nombres cubiques) s'enſuit que 6 ou 7 ou 8, & ſemblables explicans les valeurs des quarrez, ſe nommeront pourtant auſſi nombres quarrez. Et 9 ou 10, &c. explicans les valeurs des cubes, s'appelleront pourtant auſſi nombres cubiques. Ce que eſtant apertement ainſi, s'enſuit que ceux la s'abuſent qui veulent le contraire. Mais quelle eſt leur raiſon? 8 me dira quelque adverſaire ne peut eſtre nombre quarré, par ce qu'il n'y a nul nombre qui multiplie en ſoy, produiſe 8. Il eſt vray (dira il) que racine de 8 en ſoy les produict, mais elle n'eſt pas nombre: Or je luy pourrois nier qu'aucun nombre

nombre soit pourtāt nombre quarré, par ce qu'il se trouve nombre qui multiplié en soi produict le mesme nombre, consideré qu'il obtient seulement le nom de quarré, pource qu'il explique sa valeur, & point pour quelque autre accident: de sorte que 4 ou 9, ou semblables considerez simplement, & abstraicts de quarrez, ne sont pas nombres quarrez: Mais passant tout cecy, nous respondrons à son propos, prouvants que la √8, est nombre en ceste sorte: La partie est de la mesme matiere qu'est son entier; Racine de 8 est partie de son quarré 8: Doncques √8 est de la mesme matiere qu'est 8: Mais la matiere de 8 est nombre; Doncques la matiere de √8 est nombre: Et par consequent √8 est nombre. Aussi que seroit ce de dire, le quarré de √8 est 8, mais 8 n'est point quarré? vrayment c'est absurd, & ne se peut par distinction tant faire, que tel fondement ne demeure confus. Doncques √8 est nombre, & par consequent 8, voire & nombre quelconque, comme √6, ou √③ 3, & semblable, expliquant la quantité d'un quarré, ou en effect, ou seulement par l'hypothese, est nombre quarré. Il est vray que 4 & 9, & semblables, sont quarrez de quelque autre proprieté que n'est nombre quarré 8, & requierent distinction; mais pas faulse, n'y causant confusion, mais plustost facilité, laquelle sera; que ceux la sont nombres quarrez à leurs racines commensurables, ceux cy incommensurables.

Nous pourrions faire plus long discours sur ceste matiere; mais transportant le different entre noz theses mathematiques; Concluons icy pour les raisons susdictes, que tous nombres quels qu'ils soient peuvent estre nombres quarrez, cubiques, &c. Aussi que racine quelconque est nombre.

QVE LA QVINTE QVANTITE NE SE *doibt point nommer surfolidum, ou plus long d'un costé.*

Les aucuns nomment la quinte quantité sursolidum; les autres plus long d'un costé: par sursolidum denotent ilz une sourde quantité solide; Sourde (disent ilz) par ce qu'elle n'a ny racine quarrée, ny racine cubique discrete; en quoy ils s'abusent: car combien que tel accident avient à aucunes, il n'aviendra point à infinies autres, car racine de quinte quantité 1024, est 4, & la racine quarrée du mesme nombre 1024, est 32. Item la racine de quinte quantité 32768, est 8, & racine cubique du mesme nombre est 32. Aussi la potence de quinte quantité de 64, aura (par la 9 proposition du 9 livre d'Eucl.) racine de quinte quantité, & racine quarrée, & racine cubique; Et encore que cela ne fust pas ainsi, ce seroit mauvaise consequence de dire; la quinte quantité n'a point de racine quarrée, ou cubique discrete; ergo elle est absurde; car comme le quarré tient sa racine quarrée, & le cube sa racine cubique, ainsi tient la quinte quantité, sa racine de quinte quantité. Doncques la quinte quantité n'est point sourde, ny sursolidum.

Quant à l'appellation de plus long d'un costé, elle est aussi mal propre; veu que la quinte quantité R, est un cube; aussi que plusieurs autres quantitez, comme les quartes D, & B B, qui sont aussi plus longues d'un costé, toutesfois ne sont pas quintes quantitez. A fin doncques d'oster d'une part toutes ambiguitez, & improprietez, & que d'aultre part aurions vocables servans à la facilité de la doctrine, nous les appellons quarte, quinte, sexte quantité, &c.

QV'IL

QV'IL N'Y A AVCVNS NOMBRES ABSVR-des, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds.

C'est chose tresvulgaire entre les Autheurs d'Arith. de traicter de nombres, comme √ 8, & semblables, qu'ils appellent absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, sourds, &c. Ce que nous nions, à quelque nombre avenir: Mais par quelle raison l'adversaire le pourra il prouver? Il me dict premierement, que racine de 8. est à nombre Arithmeticque (comme 3 ou 4) incommensurable, ergo √ 8, est absurde, irrationelle, &c. Mais la conclusion est absurde, veu que l'incommensurance ne cause pas absurdité des termes incommensurables, ce que s'esprouve par la ligne & superficie qui sont grandeurs incommensurables; c'est à dire, qu'ils ne reçoyvent point de commune mesure, toutesfois ny ligne, ny superfice n'est quantité absurde ny inexplicable: car disant, que celle la est ligne, & ceste cy superficie, nous les expliquons. Et encore que ceste incommensurance procreast (ce que toutesfois ne peut estre; mais posons les cas) absurdité à l'une des quãtitez comparées, nous trouverons le nombre Arithmeticque autant coulpable, que le radical: car comme la Sphere autant que le cube, & le cube autant comme la Sphere, est cause de leur dissimilitude; ainsi de ces nombres. Mais pour faire encore autre preuve par deux quantités d'un mesme genre de grãdeur, prenons le costé & diagonale d'un quarré, qui sont lignes entre elles (par la derniere proposition du 10. livre d'Euclide) incõmensurables, toutesfois ny diagonale, ny costé (abstraict de nombre) n'est ligne absurde ou irrationelle. l'incommensurance doncques des quantitez, n'est pas l'absurdité d'icelles, mais c'est plustost leur naturelle mutuelle habitude. L'adverſaire me replique qu'il y a lignes rationelles, & irrationelles, (deſquelles traicte Euclide en ſon dixieſme livre) les definitions deſquelles (ſelon Campane defin. 5 & 7. que Zambert met la 7 & 8) ſont telles: *Toute ligne droicte proposée s'appelle rationelle. Et les lignes à icelle incommenſurables, ſe nomment irrationelles:* Dont il conclud, que les nombres explicans ces lignes irrationelles, ſont nombres irrationelz. Ie reſpons qu'il eſt notoire que c'eſt argument ſoit inartificiel conſiſtant en ſeule authorité, à laquelle il faut preferer l'irrefutable raiſon, qui eſt; Premierement que demonſtrerons contradiction en ceſte ſorte: Soit ligne propoſée la diagonale (car la definition dict de toute ligne) d'un quarré duquel le coſté eſt 2: Or ceſte ligne propoſée (dict il) eſt rationelle, & le nombre l'explicant ſera de meſme qualité; parquoy le nombre explicant ceſte ligne qui eſt $\sqrt{}$ 8. ſera rationel: & d'aultre part dict que $\sqrt{}$ 8 eſt irrationelle; ce qui eſt contradiction. Au ſecond nous pouvons demonſtrer (meſmes ſelon le dire de l'adverſaire) que nulle ligne n'eſt par ſoy irrationelle: car s'il dict que celle la eſt rationelle (à ſçavoir diagonale ou coſté de quarré) qu'on explique par nombre Arithmetique; & l'autre irrationelle; s'enſuit que ſelon l'attribution du nombre Arithmeticque, le coſté pourra l'une fois eſtre rationel, autrefois irrationel; doncques il ne l'eſt pas par ſoy, mais en reſpect d'un nombre dont il y a icy queſtion: Tel argument doncques n'eſt pas pour luy; ains pluſtoſt une declaration de la confuſion conſiſtante en ſon opinion. Qu'eſt ce qu'il a encore?

Il me mande que je luy explique quelle choſe ſoit $\sqrt{}$ 8. Ie luy reſpons qu'il m'explique quelle choſe ſoient $\frac{3}{4}$ (qui ſelon ſon dire ſont rationels) & puis je la luy expliqueray. Il me dira d'adventure que $\frac{3}{4}$ (pour changer de voix) ſont $\frac{6}{8}$. Et je luy reſpons que $\sqrt{}$ 8 eſt $\sqrt{}$ $\frac{16}{2}$. Il dict que $\frac{3}{4}$ ſont à tout

tout nombre Arithmeticque commensurable, & √ 8 à nul d'iceux; Ie luy respons que √ 8 est a infiniz nombres, comme √ 2. √ 32. commensurable, & $\frac{3}{4}$ à nul d'iceux. Il me dict, que si on partist une chose en 4 parties egales, que $\frac{3}{4}$ est cela qui denote la quantité de trois d'icelles parties; & je luy respons, que si la grãdeur d'un quarré fust 8, que √ 8 est le nombre qui denote la quantité de son costé. Item si on luy demande combien soit le quotient de la division de 3 par 4, il respondra que c'est le quotient de la division de 3 par 4: Et tout par mesme elegãce dis-je qu'en extrahant racine quarrée de 8, ce qui en sort est racine quarrée de 8. Ou s'il pense de satisfaire par quelque changement de voix, qui en effect est le mesme, disant que tel quotient sont trois quarts, je luy feray le semblable sur la racine, disant que c'est le costé de quarré 8. Il veult que nous appliquons les nombres comme $\frac{3}{4}$ & √ 8, à quelque matiere, comme a une aulne, & dict qu'il me pourra monstrer legitimement les $\frac{3}{4}$ d'une aulne par la 9 proposition du 6 livre d'Euclide; Et moy je luy monstreray legitimement la racine quarrée de 8, d'une aulne par la 13 proposition du 6 livre du mesme Euclide. Car la ligne moyenne proportionelle entre toute l'aulne & une huictiesme partie d'icelle, est √ 8 de la mesme aulne.

Les qualitez doncques de √ 8 & $\frac{3}{4}$ (en tant que touche ceste question) sont semblables. Or de choses semblables se faict mesme jugement; par quoy si √ 8 est nombre absurd, irrationel, irregulier, inexplicable, & sourd: les $\frac{3}{4}$ le seront aussi; Mais l'adversaire ne concede cela aucunement; ains veut tout au contraire; il faut donc de necessité qu'il confesse que √ 8 est excellente, rationelle, reguliere, explicable, & bien oyante. Ce que nous avons demonstré de √ 8, sera aussi entendu de √ ③, & autres racines quelconques: car combien que de toute ligne ne pouvons legitimement couper racine cubique (à cause que les deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes données, ne sont encore geometriquement inventées) comme faisons racine quarrée, cela n'est pas la coulpe des nombres; car ce qu'en lignes ne sçavons faire, nous l'achevons par nombres facilement.

Mais a fin que parlions aussi de l'utilité de ceste matiere, & que l'on n'estime que ce soit disputé de l'ombre de l'asne, faut sçavoir que ceste absurde opinion de nombres absurds, que ce ne seroyent pas nombres, &c. a tellement obscurci la doctrine des incommensurables grãdeurs, que la difficulté du dixiesme livre d'Euclide (qui traicte de ceste matiere) est à plusieurs devenu en horreur, voire jusques a l'appeller la croix des mathematiciens, matiere trop dure à digerer, & en laquelle n'apperçoivẽt aucune utilité. C'est aussi ce ferme fondement, qui nous a avancé en la description d'icelles, qui s'ensuyvera en un traicte particulier, la ou sont rendu faciles & claires (à mon avis) en 3 problemes seulemẽt, les difficiles & obscures propositions dudict Dixiesme, qui en contient selon Zambert 118. Voire non pas seulement ce qui est contenu audict dixiesme, mais encore un facile infini progres des choses y commencées, lequel (infini progres dis-je) semble incomprehensible par tel fondement. Et celuy qui donnera plus de lieu à la raison, qu'a vaine opinion, plus de credit aux defenseurs, des parfaictes & divines Mathematiques, qu'à ceux qui l'accusent d'imperfection & d'absurdité, ne trouvera pas moindre facilité, en plusieurs operations Mathematiques, qui semblent autrement fort difficiles.

Nous concluons doncques, qu'il n'y a aucuns nombres absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds; mais

mais qu'il y a en eux telle excellence, & cõcordance, que nous avons matiere de mediter nuict & jour, en leur admirable parfection : Et s'il falloit dire d'absurdité, je la concederois plustost en nostre entendement, lequel ne peut autant comprendre des decrets qui consistent en la nature, qu'il soit digne comparaison à ce qu'il ignore. Finalement ce que nous n'avons satisfaict en ceste matiere par les argumens precedens, nous l'accomplirons contre tous adversaires par la 4e these de nos theses Mathematiques.

NOTA.

Aucuns au lieu de la quarte quantité, disent quarré de quarré ; Et de la sexte quantité, quarré de cube, ou cube de quarré ; Et de la huictiesme, quarré de quarré de quarré ; Et de la neufiesme, cube de cube, &c. ce qui sont des noms de ce qui ne consiste point en grandeur. vray est qu'ils ont quelque similitude à leur subject en tant qu'il est nombre, mais trop obscure : Nous n'userons doncques pas de ces noms, d'une part pour les incommoditez qui en procedent, d'autre part pour la facilité des autres, comme apparoistra aux computations qui s'en feront cy apres.

DEFINITION XXXII.

Racine quarrée algebraique de quantité, est celle qui multipliée en soy, produict la mesme quantité. Racine cubique algebraique de quantité, est celle qui multipliée cubiquement, produict la mesme quantité ; & ainsi de la quarte quantité & autres suyvantes.

EXPLICATION.

Comme 3 ① s'appellent la racine quarrée algebraique de 9 ②, parce que multipliees en elles produisent 9 ② ;

Et pour mesme raison 4 ② se disent la racine quarrée de 16 ④; Et 2 ② + 3 ①, la racine quarrée de 4 ④ + 12 ③ + 9 ②; Et 2 ① la racine cubique de 8 ③; Et 3 ② + 2 ① la racine cubique de 27 ⑥ + 54 ⑤ + 36 ④ + 8 ③. Et √ 3 ②, la racine de 3 ②, & ainsi d'autres semblables.

DEFINITION XXXIII.

Le nombre Arithmetique devant la marque de quantité, s'appelle nombre de multitude des quantitez; & dedans la marque, denominateur, ou dignité de quantite: mais derriere la marque, valeur de quantité.

EXPLICATION.

En toute quantité qu'on use en operation algebraique, il y a à considerer trois nombres differens; comme de multitude, denominateur, & valeur de quantité. Par exemple, 3 ② 12, c'est à dire trois secondes quantitez vallans douze, de sorte que le 3 est nombre de multitude des quantitez, & 2 denominateur de quantité, mais 12 valeur des quantitez.

Considere bien ceste definition, à fin qu'au suyvant la disposition des characteres ne vous abuse: car comme 19 sont les mesmes cyfres que 91, toutesfois l'une est majeure quantite que l'autre; Tout ainsi ③ 8, sont les mesmes characteres que 8 ③, mais cestuy cy est bien un autre que cestuy la: car ③ 8 signifie cube, duquel la valeur est 8. Mais 8 ③, denote huict cubes desquels la valeur est icy encore incognue.

DEFINITION XXXIV.

Le nombre radical mis devant la marque de quantité & separé par signe tel X, sera nombre de multitude des quantitez: mais sans iceluy signe de separation, alors √ denote la racine du nombre de multitude, ensemble la racine de la quantité.

EXPLI-

EXPLICATION.

Comme √ 9 X ②, c'eſt à dire racine de 9 ſecondes, mais conſideré que la √ ſe refere ſeulement au 9, & point à ②, ce que denote la marque de ſeparation X: de ſorte que √ X ②, vaut autant (veu que √ 9, faict 3) comme 3 ②; Mais quand le nombre radical ſera à nombre Arithmeticque incommenſurable, comme √ 5 X ②, il faut qu'il demeure ainſi; Mais ſans icelle ſeparation de la marque X, comme √ 9 ②, Ce ſera auſſi à dire racine de 9 ſecondes, mais conſideré (par ce qu'il n'y a point de marque de ſeparation) que la √ ſe refere & a 9, & a ②, de ſorte que √ 9 ② vaut autant comme 3 ①. Item √ ③ 8 ③ autant comme 2 ①.

DEFINITION XXXV.

Toute quantité s'appelle la potence de ſa racine.

EXPLICATION.

Comme quarré 9 s'appelle la potence quarrée de ſa racine 3; Et 8, potençe quarrée de √ 8; & 27, potence cubique de ſa racine 3; & 81, potence de quarte quantité de ſa racine 3. & ainſi des autres en infini.

DEFINITION XXXVI.

+ *Signifie plus, & — ſignifie moins.*

EXPLICATION.

Il avient à cauſe de l'incommenſurance des nombres qu'il les faut conjoindre ou diſioindre, par les motz de plus & moins. Mais par ce que les meſmes ſe rencontrent ſouvent aux operations Arithmetiques, tant des nombres algebraiques ou quantitez, que des nombres radicaux, l'on uſe pour briefveté des ſignes fort commodes, à ſçavoir + ſignifiant plus, & — denotant moins.

DEFINITION XXXVII.

Nombres commenſurables ſont ceux auſquels exiſte quelque nombre qui leur ſoit commune meſure.

EXPLICATION.

Tous nombres Arithmetiques comme 7 & 9 (auſquels l'unité eſt la commune meſure) s'appellent nombres commenſurables. Semblablement beaucoup des nombres geometriques, comme $\sqrt{}$ 27, & $\sqrt{}$ 3, leſquels ont pour commune meſure $\sqrt{}$ 3, comme apparoiſtera par le 20 probleme.

DEFINITION XXXVIII.

Nombres incommenſurables ſont ceux auſquels n'exiſte quelque nombre qui leur ſoit commune meſure.

EXPLICATION.

Comme 4 & $\sqrt{}$ 6, & autres ſemblables, par ce qu'il n'y a aucun nombre qui leur ſoit commune meſure, s'appellent nombres incommenſurables.

NOTA.

Les commenſurances & incommenſurances des nombres qui ſe rencontrent aux binomies (car ceſt des binomies que traicterons d'oreſenavant) ſe diſtinguent communement en trois eſpeces, deſquelles la premiere ſelon noſtre maniere eſt telle:

Quelques deux nombres ſont de telle condition, qu'ils ſont commenſurables, comme 5 & 6, ou $\sqrt{}$ 3 & $\sqrt{}$ 12 & ſemblables.

DEUXIESME ESPECE.

Autres deux nombres y a il de telle qualité, qu'ils ſont incommenſurables, mais leurs quarrez ſont commenſurables.

rables. Comme 4 & √7, sont incommensurables: Mais leurs quarrez comme 16 & 7, sont commensurables.

TROISIESME ESPECE.

Il y a autres deux nombres de telle condition, qu'ils sont incommensurables, & leurs quarrez sont aussi incommensurables; comme 4 & √√7 sont incommensurables, & leurs quarrez 16 & √7 sont aussi incommensurables.

Or pour distinction de ces trois differences, les autres nomment la premiere vulgairement (par similitude des lignes desquelles traicte Euclide es definitions de son dixiesme livre) commensurables en longitude; La seconde incommensurables en longitude; mais commensurables en potence. Et la troisiesme incommensurables en potence & longitude.

Mais selon mon opinion nous nommons ces differences plus clairement, disans absolutement que tous deux nombres proposez sont commensurables, ou incommensurables. Quant à la commensurance ou incommensurance qu'il y a entre leurs potences ou quarrez, celle la ne faut il pas attribuer aux proposez, mais absolutement à leurs potences. Et pour en parler par exemple, qu'est ce si quelcun dict que la peripherie d'un circle est droicte en son diametre? Vrayement veu que toutes peripheries sont obliques, il n'y a point de sens, mais si l'on dict que les peripheries sont obliques, & que leur diametres sont droicts, on explique la vraye qualité de l'un & l'autre: Ainsi de dire que 4 & √7 sont commensurables en leurs quarrez ou potences (veu qu'ils sont incommensurables) il n'y a point de sens. Mais si l'on dict, que 4 & √7, sont incommensurables, & que leurs poten-

potences ſont commenſurables, les plus rudes le pourront entendre.

DEFINITION XXXIX.

Multinomie radical, eſt un nombre conſiſtant de pluſieurs nombres incommenſurables.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{3} + \sqrt{5}$, parce qu'il conſiſte de pluſieurs nombres incommenſurables, s'appelle multinomie radical; Radical, pour diſtinction du multinomie algebraique de la 26 definition.

DEFINITION XL.

Binomie radical, eſt multinomie conſiſtant de deux nombres incommenſurables: Trinomie radical, de trois; & ainſi des autres. le multinomie s'appelle ſelon la multitude des nombres incommenſurables deſquels il exiſte.

EXPLICATION.

Comme $2 + \sqrt{3}$ eſt binomie, parce que 2 & $\sqrt{3}$ ſont deux nombres incommenſurābles, & pour meſme raiſon s'appelle $2 - \sqrt{3}$ auſſi binomie. Et $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 5$ (par ce qu'il a trois nombres incommenſurables) trinomie.

COROLLAIRE.

D'ou s'enſuit que $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ & ſemblables ne ſont pas binomies, par ce qu'ils ſont commenſurables, & qu'on les peut expliquer par un nombre, comme ſera demonſtré au 24 probleme. Toutesfois il aviendra d'aventure que nous metterons quelque fois en un multinomie quelques nombres commenſurables; mais ce ſera pour exemple & briefveté, & on les uſera par hypotheſe, comme s'ils fuſſent incōmenſurables, comme le ſemblable ſe rencontre ſouventesfois en la Geometrie, la ou quelque

figure

figure sera d'aventure trapeze, qui doibt estre quarré. Mais pour en parler proprement, deux noms commensurables ne sont pas deux noms en un multinomie, veu (comme nous avons dict) que l'on en peut faire un.

DEFINITION XLI.

Chascun nombre d'un multinomie s'appelle nom, desquels le majeur se dict majeur nom, & le moindre, moindre.

EXPLICATION.

Comme de binomie $\surd 3 + \surd 2$, la $\surd 3$, s'appelle majeur nom, & la $\surd 2$ moindre nom.

DEFINITION XLII.

Multinomie conjoinct, est celuy duquel les noms sont conjoincts par plus.

EXPLICATION.

Comme $\surd 3 + \surd 2$, est binomie conjoinct, & ainsi $\surd 5 + \surd 7 + \surd 3$ trinomie conjoinct.

DEFINITION XLIII.

Multinomie disioinct, est celuy duquel les noms sont disioincts par moins.

EXPLICATION.

Comme $\surd 3 - \surd 2$ est binomie disioinct, qu'autres appellent aussi apotome, residu, ou reste. Item $8 - \surd 2 - \surd 3$ est trinomie disioinct.

NOTA.

La binomie disioinct, est par Euclide appellé apotome ou reste, & semble qu'il ne l'a voulu nommer binomie, par ce que l'apotome est une ligne, qui ne contient point en soy l'un des noms qu'on explique. Mais veu que l'appellation de multinomie n'est point en respect de quan-

quantité, ſelon laquelle tout multinomie eſt auſſi bien une ſeule ligne comme celle d'un nom; Mais en reſpect de qualité: S'enſuit que l'apotome ſera auſſi bien binomie; à ſçavoir diſioinct (veu qu'en l'explicant, il faut uſer de deux noms) comme le conjoinct. Doncques par binomie diſioinct (qui par pluſieurs autres, eſt auſſi en uſage, & à mon avis il eſt plus propre) entendra on le meſme; ce que Euclide ſignifie par apotome.

DEFINITION XLIV.

Multinomie en partie conjoinct & en partie diſioinct, eſt celuy qui a noms conjoincts par plus, & autres diſioincts par moins.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{}7 + \sqrt{}2 - \sqrt{}5$, eſt multinomie en partie conjoinct & en partie diſioinct. Ceſte definition ne compete point au binomie qui eſt ſeulement ou conjoinct ou diſioinct.

NOTA.

Entre les multinomies les binomies ſont de la plus grande conſideration, à cauſe que toutes leurs eſpeces ſont plus notoires, les meſmes a Euclide diligemment defini & diſtingué es lignes en ſon 10 livre; leſquelles nous applicquerons aux nombres comme s'enſuit:

Il y a douze eſpeces de binomies, deſquelles les 6 ſont conjoinctes, & 6 diſioinctes; & chaſcune ſixaine a deux ſortes; deſquelles les trois ſont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms, tient racine quarrée à ſon majeur nom commenſurable. Les autres trois binomies ſont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms tient racine à ſon majeur nom incommenſurable; Et de chaſcun de ces trois binomies, les deux ont chaſcun un nom à nombre Arithmeticque com-

commenſurable; mais le troiſieſme a ſes deux noms, à nombre Arithmetique incommenſurables. Et pour plus grand eſclairciſſement diſtinguons leurs differences par telle table.

Le binomie a 12 eſpeces, deſquelles les

- *Six ſont cõioinctes; des meſmes les*
  - *Trois ſont, deſquelles la difference des potences quarrees, tient racine au maieur nom commenſurable, des meſmes*
    - *Les deux ont un nom à nombre Arithmetique commenſurable. deſquels*
      - *L'une eſt celle de laquelle le maieur nom eſt à nombre Arithmetique commenſurable.*
      - *L'autre de laquelle le moindre nom eſt à nombre Arithmetique commenſurable.*
    - *La troiſieſme a les deux noms à nõbre Arithmetique incommenſurables.*
  - *Trois ſont deſquelles la difference des potences quarrees tient racine au maieur nom incommenſurable, des meſmes*
    - *Les deux ont un nom à nombre Arithmetique commenſurable, deſquelles*
      - *L'une eſt celle de laquelle le maieur nom eſt à nombre Arithmetique commenſurable.*
      - *L'autre de laquelle le moindre nom eſt à nombre Arithmetique commenſurable.*
    - *La troiſieſme a les deux noms à nombre arithmetique incommenſurables.*
- *Six ſont disjointes, & reçoivent ſubdiviſions ſemblables à celles des conjoinctes.*

Leurs definitions sont telles:

DEFINITION XLV.

Quand le maieur nom d'un binomie conjoinct, est à nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commensurable, il s'appelle binomie premier.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct	$3 + \sqrt{} 5.$
Quarrez des noms	$\begin{cases} 9 \\ 5 \end{cases}$
Leur difference	4
Sa racine.	2

Par ce que le maieur nom 3 du binomie conjoinct, est au nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference 4 des quarrez de deux noms tient racine quarrée 2, au maieur nom 3 commensurable, le binomie donné $3 + \sqrt{} 5$, s'appelle le premier.

DEFINITION XLVI.

Quand le moindre nom d'un binomie conjoinct, est au nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commensurable, il s'appelle binomie second.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct	$\sqrt{} 18 + 4$
Quarrez des noms	$\begin{cases} 18 \\ 16 \end{cases}$
Leur difference	2
Sa racine	$\sqrt{} 2$

Parce que le moindre nom 4 du binomie conjoinct, est

eſt au nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée (à ſçavoir $\surd 2$) au maieur nom commenſurable par le 20 probleme, le binomie donné $\surd 18 + 4$ s'appelle le ſecond.

DEFINITION XLVII.

Quand les deux noms d'un binomie conjoinct, ſont à nombre Arithmetique incommenſurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commenſurable, il s'appelle binomie troiſieſme.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct	$\surd 50 + \surd 32$.
Quarrez des noms	$\begin{cases} 50. \\ 32. \end{cases}$
Leur difference	18.
Sa racine	$\surd 18$.

Par ce que les deux noms du binomie conjoinct $\surd 50 + \surd 32$ ſont à nombre Arithmetique incommenſurables, & que la difference de leurs quarrez 18, tient racine au majeur nom $\surd 50$. commenſurable par le 20 probleme, le binomie donné $\surd 50 + \surd 32$. s'appelle le troiſieſme.

DEFINITIONS XLVIII.

Quand le majeur nom d'un binomie conjoinct, eſt à nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommenſurable, il s'appelle binomie quatrieſme.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct	$5 + \surd 12$.
Quarrez des noms	$\begin{cases} 25. \\ 12. \end{cases}$

Leur difference 13.

Sa racine $\sqrt{}$ 13.

Par ce que le majeur nom 5, du binomie conjoinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference 13 des quarrez des deux noms tient racine quarrée (à sçavoir $\sqrt{}$ 13) au majeur nom 5 incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné 5 + $\sqrt{}$ 12, s'appelle le quatriesme.

DEFINITION XLIX.

Quand le moindre nom d'un binomie conjoinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom incommensurable, il s'appelle binomie cincquiesme.

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct $\sqrt{}$ 6 + 2.

Quarrez des noms $\begin{cases} 6. \\ 4. \end{cases}$

Leur difference 2.

Sa racine $\sqrt{}$ 2.

Parce que le moindre nom 2 est à nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference 2 des quarrez des noms tient racine quarrée (à sçavoir $\sqrt{}$ 2) au maieur nom $\sqrt{}$ 6 incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{}$ 6 + 2. s'appelle le cincquiesme.

DEFINITION L.

Quand le maieur nom d'un binomie conjoinct, sont à nombre Arithmeticque incommensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine au maieur nom incommensurable, il s'appelle binomie sixiesme.

EXPLI-

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct	$\sqrt{5}+\sqrt{3}$.
Quarrez des noms	$\begin{cases}5.\\3.\end{cases}$
Leur difference	2.
Sa racine.	$\sqrt{2}$.

Par ce que les deux noms du binomie conjoinct, $\sqrt{5}+\sqrt{3}$. sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez 2, tient racine quarrée au majeur nom $\sqrt{5}$ incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ s'appelle le sixiesme.

DEFINITION LI.

Quand le majeur nom d'un binomie disioinct est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie septiesme.

EXPLICATION.

Comme $3-\sqrt{5}$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 45 definition, il s'appelle donc binomie septiesme.

DEFINITION LII.

Quand le moindre nom d'un binomie disioinct, est à nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie huictiesme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{18}-4$, est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 46 definition, il s'appelle doncques binomie huictiesme.

DEFINITION LIII.

Quand les deux noms d'un binomie disioinct, sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie neufiesme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{}50 - \sqrt{}32$, est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 47 definition, il s'appelle doncques binomie neufiesme.

DEFINITION LIV.

Quand le majeur nom d'un binomie disioinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie dixiesme.

EXPLICATION.

Comme $5 - \sqrt{}12$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme appert en l'explication de la 48 definition, il s'appelle doncques binomie dixiesme.

DEFINITION LV.

Quand le moindre nom d'un binomie disioinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie onziesme.

EXPLI-

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{6} - 2$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition ; comme appert en l'explicati onde la 49 definition; il s'appelle doncques binomie onziesme.

DEFINITION LVI.

Quand les deux noms d'un binomie disioinct, sont a nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie douziesme.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme appert en l'explication de la 50 definition, il s'appelle donc binomie douziesme.

DEFINITION LVII.

Binomie conjoinct, & binomie disioinct respondans, sont ceux qui ont les noms egaux.

EXPLICATION.

Comme binomie conjoinct $4 + \sqrt{3}$, & binomie disjoinct $4 - \sqrt{3}$, par ce que leurs noms sont egaux, ils s'appellent respondans.

TROISIESME PARTIE DES DEFINITIONS DE LA RAISON ET PROPORTION *Arithmetique, & de leurs dependances.*

Table demonstrant l'ordre de la raison Arithmetique des definitions suyvantes.

La raison Arithmetique est
- *Egale*
- *Inegale*
  - *Commensurable.*
    - *De majeure inegalité.*
      - *Simple*
        - *Superparticuliere.*
        - *Superpartiente.*
      - *Composée*
        - *Laquelle s'explique par nombre entier seulement, comme* Multiple.
        - *Laquelle s'explique par nombre entier & rompu, comme*
          - *Multiple superparticuliere.*
          - *Multiple superpartiente.*
    - *De moindre inegalité, & reçoit les mesmes soubdivisions, comme celle de majeure inegalité, leur proposant tousiours le vocable sub, comme superparticuliere, &c.*
  - *Incommensurable.*

QUE 2. 4. 8. *ou* 2. 3. 4. 6. *ET SEMBLABLES, ne sont pas proportion Geometrique. Aussi que nombres comme* 1. 2. 3. *ou* 12. 10. 6. 4. *& pareils, ne sont pas proportion Arithmetique. Item que* 153. 144. 136. *& semblables, ne sont pas proportion harmonique.*

La proportion, pour en parler un peu en general, avant que parvenir au particulier, est la similitude de deux raisons egales. Raison est comparaison de deux termes d'une mesme espece de quantité. Et si tous les termes d'une proportion fussent grandeurs, ce sera proportion geometrique. Mais s'ils estoyent tous nombres, sera proportion Arithmetique. Et estant tous sons harmonieux, c'est proportion harmonique. Semblablement quand les termes sont parties de predication ou de proposition, c'est proportion dialectique. De sorte que toute proportion obtient le nom conforme à la matiere de ses termes. Ce qui estant ainsi, s'ensuit que ceux la s'abusent, disans que nombres, comme 2.4.8. ou 2.3. 4.6. font proportion geometrique, l'une cõtinue l'autre discontinue, veu qu'il n'y a icy nulles grandeurs, qui toutesfois pour la raison que dessus & par la 3 & 4 definition du 5 livre d'Eucl. sont en toute proportion geometrique requises, veu aussi que c'est une manifeste proportion Arithmetique. Item, que nombres, comme 153. 144. 136. feroyent proportion harmonique, puis que les sons entre eux en telle raison, ne font qu'une absurde resonance. Item que 1.2.3 & 12.10.6.4. soit proportion Arithmetique, l'une continue l'autre discontinue, consideré que c'est contre la 21 definition du 7 livre d'Euclide, approuvée de tous sonnant ainsi: *Nombres sont proportionels, quand le premier est telle multiplicité partie ou parties du second, comme le troisiesme du quatriesme.* Nous pourrions argumenter de ceste matiere plus amplement, esprouvant en beaucoup des manieres nostre propos, & que le concedé du contraire est une confusion en la discipline mathematique, laquelle n'enseigne pas que c'est proportion : mais plustost empesche à plusieurs de pouvoir suffisamment comprendre si grand mystere. Ce qui est aussi l'occasion pourquoy la theorie de musique est (au respect de ce qui consiste potentiellement en la nature) si obscure & de si peu de personnes exercée, dont entre les compositeurs d'icelle (pour le default de vray & ferme fondement) naissent plusieurs dissentions, comme en son lieu en traicterons quelque fois plus amplement. Mais veu que ce different sera transporté entre noz theses mathematiques, nous en ferons icy une fin; Concluans, que proportion geometrique est celle, de laquelle les termes sont grandeurs proportionelles, les definitions desquelles nous avons descript aultre part: Item que proportion harmonique est celle, de laquelle les termes sont sons harmonieux, desquels descrirons les definitions ailleurs: Aussi que la proportion Arithmetique est celle, de laquelle les termes sont nombres proportionels, desquels declarerons les definitions en ceste sorte.

DEFINITION LVIII.

Terme Arithmetique est un nombre.

EXPLICATION.

Comme 1 ou 2 ou $\frac{1}{2}$ ou $\sqrt{}$ 3, &c. s'appelle terme Arithmetique.

DEFINITION LIX.

Raison Arithmetique est la mutuelle habitude selon la quantité entre deux ou plusieurs termes.

EXPLICATION.

Soyent termes quelconques comme 3. 1. 6. Or leur mutuelle habitude selon la quantité, comme le premier triple au second, & le second subsextuple au troisiesme, & le troisiesme double au premier, &c. s'appelle raison.

NOTA

NOTA I.

Raiſon conſiſte au moins en deux termes.

NOTA 2.

La raiſon qui des autres ſe limite ſeulement en deux termes, nous la diſons conſiſter en tous termes quelconques, dont il y a trois occaſions principales; La premiere que cecy eſt plus conforme à la maniere qu'on uſe en la practique. Par exemple, quand on dict comme 2 a 5, & 5 a 3, ainſi 4 a 10, & 10 a 6; l'on appelle cecy auſſi bien une proportion, comme celle de laquelle chaſcune raiſon contient deux termes: mais toute proportion conſiſte en deux raiſons. doncques leſdicts 2.5.3 font une raiſon. Il eſt auſſi manifeſte par la 19 definition du 5. livre d'Euclide, que la raiſon de la perturbée proportion conſiſte en trois termes. L'autre occaſion eſt, qu'il eſt plus conforme à la nature: car trois ou pluſieurs termes ont entre eux en un meſme moment, auſſi bien la mutuelle habitude comme les deux: La troiſieſme & principale, que ceſte maniere eſt plus commode pour les demonſtrations mathematiques: car de prouver par divers argumens la proportionalité des derniers termes, laquelle eſt manifeſte par les principes, il eſt inutile. Nous concluons doncques, la raiſon pouvoir conſiſter en termes quelconques.

DEFINITION LX.

Raiſon binaire eſt celle de deux termes: la ternaire de trois, & ainſi des autres ſelon la multitude des termes.

EXPLICATION.

Comme 5.6. s'appelle raiſon binaire, & 5.7.3. ternaire, &c.

Definition LXI.

Raiſon d'egaleté eſt celle de laquelle les termes ſont egaux.

Explication.

Comme 3 a 3, ou 5 a 5, s'appelle raiſon d'egaleté, ou raiſon egale.

Definition LXII.

Raiſon d'inegaleté eſt celle de laquelle les termes ſont inegaux.

Explication.

Comme 5 a 2 ou 3 a 7, s'appelle raiſon d'inegaleté, ou raiſon inegale.

Definition LXIII.

Raiſon commenſurable eſt celle de laquelle exiſte aux termes commune meſure.

Explication.

Comme 4 a 6, s'appelle raiſon commenſurable, car 2 eſt leur commune meſure. Et de meſme ſorte ſe dira $\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{5}$ raiſon commenſurable, parce que $\frac{1}{15}$ eſt leur commune meſure. En ſomme toute raiſon de nombres Arithmetiques eſt commenſurable.

Definition LXIV.

Raiſon d'inegalité maieure eſt, quand on compare le maieur terme au moindre.

Explication.

Comme comparaiſon de 7 a 3, s'appelle raiſon d'inegaleté maieure.

Definition LXV.

Raiſon ſuperparticuliere eſt, quand le maieur terme contient le moindre une fois, & d'avantage une partie.

Expli-

EXPLICATION.

Comme 3 a 2, eſt raiſon ſuperparticuliere nommée ſeſquialtere, & 4 a 3, ſeſquitierce, & 7 a 6, ſeſquiſexte, &c.

DEFINITION LXVI.

Raiſon ſuperpartiente eſt, quand le maieur terme contient le moindre une fois, & d'avantage pluſieurs parties.

EXPLICATION.

Comme 5 a 3, eſt raiſon ſuperpartiente, nommée ſuperbipartiente tierces, & 7 a 4. raiſon ſupertripartiente quartes, &c.

DEFINITION LXVII.

Raiſon multiple eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois preciſement.

EXPLICATION.

Comme 4 a 2, eſt raiſon multiple, nommée duple, & 9 a 3, raiſon triple, &c.

DEFINITION LXVIII.

Raiſon multiple ſuperparticuliere eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois, & d'avantage une partie.

EXPLICATION.

Comme 5 a 2, eſt raiſon multiple ſuperparticuliere, nommée duple ſeſquialtere, & 17 a 4, eſt raiſon quadruple ſeſquiquarte, &c.

DEFINITION LXIX.

Raiſon multiple ſuperpartiente eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois, & d'avantage pluſieurs parties.

EXPLI-

EXPLICATION.

Comme 8 a 3, eſt raiſon multiple ſuperpartiente, nommée double ſuperbipartiente tierces, & 24 a 5, quadruple ſuperquadripartiente quintes, &c.

DEFINITION LXX.

Raiſon de moindre inegalité eſt, quand on compare le moindre terme au maieur.

EXPLICATION.

Comme la comparaiſon de 2 au 5, s'appelle raiſon de moindre inegalité.

NOTA.

La raiſon de moindre inegalité reçoit les meſmes eſpeces que la maieure y mettant touſiours devant ceſte ſyllabe *ſub*, comme 2 a 3, eſt raiſon ſubſeſquialtere, & 3 a 5, ſubſuperbipartiente tierces, & 2 a 4, ſubduple, & 2 a 5, ſubduple ſeſquialtere, & 3 a 8, ſubduple ſuperbipartiente tierces, de ſorte que maieure & moindre raiſon d'inegalité ſont touſiours relates. Comme ſi 4 a 2, eſt raiſon duple, ergo 2 a 4, eſt raiſon ſubduple.

DEFINITION LXXI.

Raiſon incommenſurable, eſt celle de laquelle n'exiſte aux termes aucune commune meſure.

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{}$ 3 a 2, s'appelle raiſon incommenſurable, par ce que les termes ne reçoivent aucune commune meſure.

DEFINITION LXXII.

Raiſon transformée, eſt celle en laquelle par reſumption avient transformation des termes.

EXPLI-

EXPLICATION.

Soit raiſon 8.6.3. ſi doncques on prend 8.& 6 &3, tous enſemble font 17, & qu'on compare les meſmes 17 a 6, telle reprinſe de 17 a 6, (a cauſe de la transformation des termes) s'appelle raiſon transformée. Ou autrement, prenant deſdicts 17, quelque nombre comme 12, & le comparant auſdicts 17, ou a quelque partie d'iceux, nous appellons telle comparaiſon raiſon transformée. Ou autrement, ſi quelque terme des trois termes ou partie d'iceux ſe multiplie ou diviſe par quelque nombre, & que tel produict ou quotient ſoit comparé a quelque quantité deſdicts 17, nous appellons ſemblablement telle comparaiſon raiſon transformée. Tellement que nous comprehendons ſoubs ceſte definition, la raiſon conjoincte & diſioincte, enſemble toutes autres auſquelles avient telle mutation.

DEFINITION LXXIII.

Raiſon renverſée, eſt celle en laquelle on compare le terme conſequent, à l'antecedent.

EXPLICATION.

Soit raiſon de 3 a 6, Si doncques on compare le terme conſequent 6, à l'antecedent 3, telle comparaiſon s'appelle raiſon renverſée.

DEFINITION LXXIV.

Raiſon perturbée, eſt la comparaiſon du ſecond terme au troiſieſme, & du premier au ſecond, mais ſi la raiſon fût de plus de termes que de trois; Alors du ſecond au troiſieſme, & du troiſieſme au quatrieſme, & ainſi enſuivant tant qu'il y aura des termes, & finalement du premier au ſecond.

EXPLI-

EXPLICATION.

Soyent termes 2. 6. 8. ſi doncques on compare 6 a 8, puis 2 a 6, ceſte comparaiſon s'appelle raiſon perturbée. Soyent maintenant quatre termes 3. 5. 7. 2, ſi doncques on compare 5 a 7, puis 7 a 2, & finalement 3 a 5, telle comparaiſon comme deſſus, s'appelle raiſon perturbée.

NOTA.

Raiſon perturbée conſiſte au moins en trois termes.

DEFINITION LXXV.

Raiſons egales ſont celles qui ont egale multitude de termes, & comme le premier terme au ſecond de l'une raiſon, ainſi le premier au ſecond de l'autre: Mais ſi la raiſon fuſt ternaire; alors comme le premier terme au ſecond, & le ſecond au troiſieſme de l'une raiſon, ainſi le premier au ſecond, & le ſecond au troiſieſme de l'autre; & ainſi de toute autre raiſon ſelon la multitude des termes.

EXPLICATION.

Soit l'une raiſon 4 a 2, de laquelle le premier terme eſt double au ſecond, & l'autre 6 a 3, de laquelle le premier terme 6 eſt auſſi double au ſecond 3: nous diſons donc que la raiſon de 4 a 2, eſt egale à celle de 6 a 3; mais ſi l'une raiſon fuſt ternaire comme 3. 2. 4, de laquelle le premier terme obtient au ſecond raiſon ſeſquialtere, & le ſecond au troiſieſme raiſon ſubduple; Et que l'autre fuſt 6. 4. 8, de laquelle le premier terme au ſecond, obtient auſſi raiſon ſeſquialtere, & le ſecond au troiſieſme auſſi raiſon ſubduple; Telles deux raiſons ternaires s'appellent auſſi egales. Et ainſi de la quaternaire raiſon & autres quelconques.

DEFI-

DEFINITION LXXVI.

Proportion Arithmetique, eſt la comparaiſon de deux raiſons egales.

EXPLICATION.

Soyent deux raiſons egales 2 a 3, & 4 a 6, leur comparaiſon (diſant comme 2 a 3, ainſi 4 a 6.) s'appelle proportion, ou nous diſons que les termes 2. 3. ſont proportionels aux termes 4. 6. Et le meſme s'entendra des autres raiſons quelconques, comme ternaire, quaternaire.

DEFINITION LXXVII.

Proportion binaire, eſt celle de deux egales raiſons binaires: Mais la ternaire celle de deux egales raiſons ternaires; & ainſi des autres ſelon l'eſpece des raiſons s'appellera la proportion.

EXPLICATION.

Comme deux egales raiſons binaires 2. 3 — 4. 6. ſont proportion binaire. Semblablement deux egales raiſons ternaires, comme 3. 2. 5 — 9. 6. 15, ſont proportion ternaire; Et ainſi de la quaternaire & autres ſemblables.

DEFINITION LXXVIII.

Proportion continue eſt, quand les termes moyens ſe peuvent prendre comme antecedens & conſequens.

EXPLICATION.

Soyent termes 8. 4. 2. 1, deſquels les extremes ſont 8 & 1, & les moyens comprins entre les extremes 4 & 2. Parce donc que 4 & 2 ſe peuvent prendre pour termes antecedens & conſequens (car 4 eſt terme conſequent par l'hypotheſe; & eſt auſſi antecedent, quand nous diſons, comme 4 a 2, ainſi 2 a 1; Et de meſme ſorte ſe demonſtrera

monstrera que le 2 se pourra prendre pour terme antecedent & consequent) la proportion 8.4.2.1, s'appelle continue qui s'explique ainsi: comme 8 a 4, ainsi 4 a 2, & 2 a 1.

NOTA.

La proportion continue consiste au moins en trois termes: Sont par exemple proportion 3.6.12. en laquelle on dict comme 3 a 6, ainsi 6 a 12, & appert qu'elle ne peut (veu que toute proportion à deux raisons) consister en moindre multitude de termes.

DEFINITION LXXIX.

Proportion discontinue est, quand les termes moyens ne se peuvent prendre comme antecedens & consequens.

EXPLICATION.

Soit proportion 6. 3. — 4. 2. parce doncques que 3 & 4, ne se peuvent prendre comme antecedens & consequens (car comme 6 a 3, ainsi n'est pas 3 a 4) telle proportion se dict discontinue.

NOTA.

La proportion discontinue consiste au moins en quatre termes. Soit par exemple proportion 6.3 — 4.2. en laquelle on dict comme 6 a 3, ainsi 4 a 2, & appert (veu que toute proportion a deux raisons) qu'elle ne peut consister en moindre multitude.

DEFINITION LXXX.

Termes homologues sont le premier de chascune raison. Semblablement sont homologues le deuxiesme, & ainsi des autres.

EXPLICATION.

Soit proportion quelconque, comme ternaire 3. 2. 5. — 9. 6.

—9.6.15. Doncques 3 & 9 (qui sont le premier terme de chascune raison) s'appellent termes homologues. Semblablement sont termes homologues 2 & 6, aussi 5 & 15.

DEFINITION LXXXI.

Proportion transformée, est celle qui consiste en deux raisons egales transformées.

EXPLICATION.

Soyent deux raisons 5.1.4.7 — 15.3.12.21. & la transformée raison de la premier raison, soit 9.6. à sçavoir 9 procedant de l'ajoustement de 5 & 4, & les 6 pour reste de la soubstraction de 1 de 7: Soit aussi la transformée raison de la seconde raison 27,18; a sçavoir 27, procedant aussi de l'ajoustement de 15 & 12, & les 18 aussi pour reste de la soubstraction de 3 & 21; Doncques 9.6 — 27.18. sont deux transformées raisons par la 72 definition, & aussi egales par la 75 definition, desquelles la comparaison s'appelle transformée proportion. Or que ce sont termes proportionels, apert en cela qu'il y a telle raison de 9 & 6 comme de 27 a 18.

NOTA.

Ceste transformée proportion se peut rencontrer en infinies diverses manieres, de laquelle l'utilité apparoistra en son lieu.

DEFINITION LXXXII.

Proportion renversée, est celle qui consiste en deux raisons egales renversées.

EXPLICATION.

Soit proportion 5.3 — 10.6. Si doncques nous disons, comme 3 a 5 (ce qui est renversée raison de 5 a 3, par la 73 definition) ainsi 6 a 10, ou autrement, comme 6 a 10, ainsi 3 a 5, telle argumentation se dict par proportion renverse.

DEFINITION LXXXIII.

Proportion alterne, est semblable somption de termes homologues à termes homologues.

EXPLICATION.

Soit quelque proportion, comme ceste ternaire 2. 4. 3 — 6. 12. 9. & prennons semblablement termes homologues, comme 2. 6. & 3. 9, (qui sont homologues par la 80 definition.) Doncques telle proportion 2. 6 — 3. 9. s'appelle alterne de la proportion donnée. Telle somption se peut rencontrer en diverses manieres, car nous pouvons aussi dire; comme 9 a 3, ainsi 12 a 4. Item comme 6 a 2, ainsi 12 a 4, &c. Il y a en la definition *semblable somption*, c'est à dire, si l'antecedent terme de la premiere raison alterne, fust hors de la premiere raison donnee, qu'il sera necessaire de prendre l'antecedent terme de la seconde raison alterne, aussi hors de la premiere raison donnée. Il faut doncques necessairement observer ceste semblable somption, car combien que 6 & 2, puis 3 & 9, de la proportion donnée, sont termes homologues, toutesfois comme 6 a 2, ainsi n'est pas 3 a 9.

DEFINITION LXXXIV.

Proportion perturbée, est la comparaison de deux egales raisons, desquelles l'une est raison perturbée.

EXPLICATION.

Soit raison reguliere 6. 4. 2. & perturbée par la 74 definition, & egale à la premiere 18. 9. 6. c'est à dire, comme 6 a 4, & 4 a 2, ainsi 9 a 6, & 18 a 9, doncques telle proportion,

portion, à sçavoir 6.4.2 — 18.9.6. s'appelle perturbée. Le mesme s'entend de la proportion perturbée consistant en plus de termes que six ; comme 12.8.4.2 — 6.3.2.1. L'utilité de ceste definition apparoist aux demonstrations d'aucunes propositions, à cause de la proportion reguliere, tousiours contenue aux extremes; c'est à dire, s'il y a telle raison de 12 a 8, & de 8 a 4, & de 4 a 2, comme de 3 a 2, & de 2 a 1, & de 6 a 3. Ergo conclud on, comme 12 a 2, ainsi 6 a 1.

NOTA.

La proportion perturbée consiste au moins en six termes.

DEFINITION LXXXV.

Si trois termes sont proportionaux, le premier se dict au troisiesme avoir la raison qu'il a au second, doublée. Mais si quatre termes fussent en continue proportion, le premier se dict au quatriesme avoir la raison qu'il a au second, triplée. Et ainsi tousiours un d'avantage, jusques à la fin de la proportion.

EXPLICATION.

Soyent termes en continue proportion tels, 3.9.27.81. 243. or le 3 au 27, se dict avoir la raison de 3 a 9, doublée. Item le 3 a 81, se dict avoir le raison de 3 a 9. triplée. Ainsi la raison de 3 a 243, se dict avoir la raison de 3 a 9, quadruplee. La cause de ceste appellation est manifeste (cõme en son lieu apparoistra) par la multiplication des raisons. Car si l'on multiplie la raison de 3 a 9, par 2, le produict, est raison de 9 a 81, qui est la mesme que 3 a 27. dõcques (selon la definition) 3 a 27 contient la raison de 3 a 9, doublée. Semblablement si on multiplie la raison de 3 a 9, par 3, le produict sera raison de 27 a 729, qui est la mesme que 3 a 81, doncques 3 a 81, contient la raison de 3 a 9, triplée, &c.

QVATRIESME PARTIE DES DEFINITIONS DES COMPVTATIONS RATIONELLES, COMME *Ajouster, Substraire, Multiplier, Diviser, & leurs dependances.*

DEFINITION LXXXVI.

Ajouster est trouver un nombre egal à deux ou plusieurs nombres donnez.

EXPLICATION.

Comme quand on dict 2.
& 3.
faict 5.

L'on trouve un nombre 5 egal à deux nombres donnez 2 & 3. telle invention donc de 5 s'appelle Ajouster.

DEFINITION LXXXVII.

Iceux deux ou plusieurs nombres donnez, s'appellent nombres à ajouster.

EXPLICATION.

Comme le 2 & 3, à la 86 definition, s'appellent nombres à Ajouster.

DEFINITION LXXXVIII.

Et le nombre egal aux nombres à adjouster s'appelle somme.

EXPLICATION.

Comme le 5 à la 86 definition s'appelle somme.

DEFINITION LXXXIX.

Soubstraire est trouver la difference de deux nombres donnez.

EXPLICATION.

Comme quand on dict de 3.
soubstraict 2.
reste 1.

L'on

L'on trouve 1 difference de 3 & 2, telle invention donc de 1 s'appelle soubstraire.

DEFINITION XC.

L'un des nombres donnez s'appelle nombre duquel on soubstraict.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le trois s'appelle nombre duquel on soubstraict.

DEFINITION XCI.

Et l'autre des nombres donnez s'appelle nombre à soubstraire.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 2 s'appelle nombre à soubstraire.

DEFINITION XCII.

Et leur difference s'appelle Reste.

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 1 s'appelle Reste.

DEFINITION XCIII.

Multiplier est trouver un nombre contenant autant de fois le premier donné, qu'il y a d'unitez au second donné.

EXPLICATION.

Comme quand on dict	3.
fois	2.
faict	6.

L'on trouve un nombre 6 contenant autant de fois le premier donné 3, qu'il y a d'unitez au second donné 2, car 6 contient le 3 deux fois, aussi y a il deux unitez au 2 donné; telle invention donc de 6 s'appelle multiplier.

DEFINITION XCIV.

L'une d'iceux nombres donnez s'appelle nombre à multiplier.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 3 s'appelle nombre à multiplier.

DEFINITION XCV.

Et l'autre nombre s'appelle multiplicateur.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 2 s'appelle multiplicateur.

DEFINITION XCVI.

Et le nombre contenant autant de fois le nombre à multiplier, qu'il y a des unitez au multiplicateur, s'appelle produict.

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 6 s'appelle produict.

DEFINITION XCVII.

Diviser est trouver un nombre contenant autant de fois l'unité, qu'un nombre donné contient un autre nombre donné.

EXPLICATION.

Comme quand on dict 6.
combien de fois contient il 2? faict 3 fois.

L'on trouve un nombre 3 contenant autant de fois l'unité, que le 6 donné contient le 2 donné : car 3 contient l'unité trois fois, aussi contient le 6 trois fois le 2. Telle invention donc de 3 s'appelle diviser.

DEFINITION XCVIII.

L'un des nombres donnez s'appelle nombre à diviser.

EXPLI-

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 6 s'appelle nombre à diviser.

DEFINITION XCIX.

L'aultre des nombres donnez, s'appelle diviseur.

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 2. s'appelle diviseur.

DEFINITION C.

Et le nombre contenant autant de fois l'unité, que le nombre à diviser contient le diviseur, s'appelle quotient.

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition, le 3 s'appelle quotient.

CINCQVIESME PARTIE DES DEFINITIONS DES COMPVTATIONS PROPORTIONELLES.

DEFINITION CI.

Reigle de trois est celle, par laquelle à trois termes donnez, on trouve un quatriesme proportionel.

EXPLICATION.

Comme si les trois termes donnez fussent 4. 2. 6. & que l'on trouve leur quatriesme proportionel 3, (car comme 4 est le double de 2, ainsi est 6 le double de 3) telle invention s'appelle reigle de trois.

DEFINITION CII.

Reigle de proportionelle partition, est celle par laquelle on partist un nombre donné en parties proportionelles à nombres donnez.

EXPLICATION.

Soit par exemple 9 partiſé en 6 & 3, à ſçavoir en parties proportionelles à quelques nombres donnez 4 & 2, telle operation s'appelle reigle de proportionelle partition,& a en l'Arithmetique telle ſimilitude à la reigle de trois, comme en la Geometrie la 10 propoſit. du 6 livre d'Euclid. à la 12 propoſit. du meſme. Elle eſt auſſi le fondement de pluſieurs reigles comme de compagnie, d'alligation,&c. comme apparoiſtra en ſon lieu.

DEFINITION CIII.

Reigle des faux eſt celle par laquelle on trouve le requis par poſition faulſe.

NOTA.

Ceſte reigle de faux ſe rencontre par ſemblables manieres d'operations autant en nombres radicaux & Algebraiques,qu'en Arithmetiques. D'ou non improprement l'Algebre (qu'on appelle auſſi *Almucabale, Ars magna, Regula de coſa*) ſe peut nommer reigle de faux des quantitez.

DE LA SIGNIFICATION DES VOCABLES, PROBLEME, THEOREME, ET HYPOTHESE.

IL y a quelques trois vocables Grecqs, comme Probleme, Theoreme, & Hypotheſe, qui autant en langue Françoiſe & Latine, que en la Grecque, ſont par les Mathematiciens en uſage, & par ce qu'on les cite ſouvẽtesfois,il m'a ſemblé bon d'expliquer (pour ceux qui ne les entendront pas) leur ſignification. Il faut doncques ſçavoir que la propoſition mathematique à deux eſpeces cõme Probleme,&Theoreme. Par probleme on entend celle en laquelle eſt requis quelque actiõ ou cõſtruction, &

&apres la mesme encore sa demonstration, par laquelle on esprouve la construction estre bonne. Theoreme est une proposition en laquelle est seulement requis demonstration de quelque question proposée. Et ont ces deux propositions certains membres, ausquels en chascun est distinctement traicté une certaine partie de la mesme proposition. ceux du Probleme sont tels :

Le premier membre est une generale proposition, par laquelle on requiert avoir faict quelque chose. Pour exemple, le premier probleme suivant (par lequel on veut enseigner l'addition de nombres entiers) a son premier membre tel : *Estant donnez nombres à adjouster entiers: Trouver leur somme.*

Le second mesme est du *donné.* Par le vocable donné (qui est en use tant par Grecqs & Latins que François) entend on la chose proposée conforme à la petition du premier membre.

Le troisiesme membre est du *Requis*, auquel on explique ce que du donné du second membre l'on veut avoir effectué.

Le quatriesme membre est de la *Construction*, en laquelle se faict par le donné quelque operation conforme au requis.

Le cincquiesme membre est *Preparation de la demonstration:* mais tous problemes ne l'ont pas necessairement à faire, par ce qu'il avient souventesfois que les choses sont suffisantes par eux mesmes pour estre demonstrées, sans faire ceste preparation.

Le sixiesme membre est de la *Demonstration*, en laquelle on esprouve que la construction est vraye & conforme au requis. Laquelle demonstration quand elle semble difficile ou longue, nous la distinguons en articles, à fin que quand l'on repete les choses qui sont devant demonstrées, qu'on ne die pas seulement; *Comme nous avons demonstré dessus*, mais que l'on y peut encore ajouster l'article, la ou telle chose a esté demonstrée.

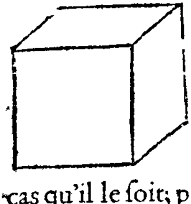
Le septiesme membre est de la *Conclusion*, en laquelle on conclud (repetant quasi tous les motz du premier membre) que tout ce qui au probleme estoit requis est accompli.

Et semblables membres reçoit le theoreme, excepté le quatriesme qui est de la construction. Vray est qu'aucuns le luy attribuent: mais pour en parler proprement, ce n'est point construction: mais preparation de demonstration.

Or à fin que traictions de tout clairement, nous avons distingué ces membres (comme aussi a faict Dasipodius commentateur en Euclide) par leurs capitales lettres. Et n'est l'utilite de telles distinctions pas petite, par ce que quand construction, preparation de demonstration, & demonstration, sont meslees l'un en l'autre, que le mesme cause souventesfois grande obscurité.

Hypothese se interprete matiere, argument, cause ou proposition. Mais pour declarer sa propre signification en doctrine mathematique, il faut sçavoir que quand nous affermons quelque chose par l'hypothese, c'est autant comme affermer par le cas, qui au paravant a esté ainsi posé. Par exemple, estant quelque question à demonstrer par un cube, on le descript comme A. Et disons, Soit un cube. A (il est vray qu'en verité ce n'est pas cube, veu que c'est figure plaine, mais nous posons le cas qu'il le soit; par ce que cela suffit à nostre intention.)

A



Or s'il y eust (par exemple) à esprouver que toutes les superfices du corps A, sont quarrez, l'on pourroit dire; le corps A est cube par l'hypothese (c'est à dire par le cas au

paravant

paravant ainſi poſe.)Ergo toutes ſes ſuperfices ſont quarrez. Doncques comme nous avons dict deſſus: Affermer par l'hypotheſe, c'eſt autant comme affermer par le cas qui au paravant a eſté ainſi poſé.

BRIEFVE COLLECTION DES CHARACTERES QV'ON VSERA EN CESTE ARITHMETIQVE.

VEu que la cognoiſſance des characteres eſt de grande conſequence, par ce qu'on les uſe en l'Arithmetique au lieu des mots, nous les ajouſterons icy, (combien qu'au precedent chaſcun a eſté amplement declaré en la definition) par ordre tous enſemble cõme s'enſuit.

Les characteres ſignifians quantitez, deſquels l'explication ſe trouve es 14.15.16.17.18. definitions, ſont tels.

⓪ Commencement de quantité qui eſt nombre Arith. ou radical quelconque.

① prime quantité.

② ſeconde quantité.

③ tierce quantité.

④ quarte quantité, &c.

Les characteres ſignifians poſtpoſées quantitez, deſquels l'explication ſe trouve à la 28 definition, ſont tels:

1 sec① Vne prime quantité ſecondement poſée.

4 ter② Quatre ſecondes quantitez tiercement poſées, ou procedans de la prime quantité tiercement poſée.

1 ① sec① Produict d'une prime quantité par une prime quantité ſecondement poſée.

5 ④ ter② Produict de cincq quartes quantitez par une ſeconde quantité tiercement poſée.

Les

Les characteres signifians racines desquels l'explication se trouve à la 29 & 30 definition sont tels :

√ Racine de quarré.

√√ Racine de racine de quarré.

√√√ Racine de racine de racine de quarré.

√√√√ Racine de racine de racine de racine de quarré.

√ ③ Racine de cube.

√√ ③ Racine de racine de cube.

√ ④ Racine de quarte quantité.

√√ ④ Racine de racine de quarte quantité,&c.

Le charactere signifiant la separation entre le signe de racine & la quantité, duquel l'explication se trouve à la 34. definition, est tel.

χ, Comme √ 3 χ ② n'est pas le mesme que √ 3 ②, comme dict est à ladicte 34. definition.

Les characteres signifians plus & moins, comme à la 36 definition, sont tels :

\+ Plus.

— Moins.

Et pour expliquer la racine d'un multinomie (qu'aucuns appellent racine universelle) nous userons le vocable du multinomie, comme:

√ bino 2 + √ 3, c'est à dire racine quarrée de binomie, ou de la somme de 2 & √ 3.

√ trino √ 3 + √ 2 — √ 5, c'est à dire racine quarrée de trinomie, ou de la somme de √ 3 & √ 2 & — √ 5.

√ ③ bino √ 2 + √ 3, c'est à dire racine cubique de binomie √ 2 + √ 3.

√ bino 2 ② + 1 ①, c'est à dire racine quarrée de binomie 2 ② + 1 ①.

√ ③ bino 2 ② + 1 ①, c'est à dire racine cubique de binomie 2 ②, + 1 ①, &c.

FIN. DV I. LIVR.

LE SECOND LIVRE D'ARITHMETIQVE DE L'OPERATION.

PREMIERE PARTIE DE L'OPERATION *des nombres Arithmetiques.*

Premiere distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques entiers.

De l'addition des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME I.

ESTANT *donnez nombres Arithmetiques entiers a ajouster: Trouver leur somme.*

Explication du donné. Soyent les nombres donnez à ajouster tels 379, & 7692, & 4545. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On disposera les nombres donnez comme cy dessoubs; de sorte que leurs premieres characteres vers la dextre, correspondent l'un soubs l'autre, & que pareillement correspondent leurs deuxiesmes characteres, & autres ensuivants, tirant au dessoubs une ligne; Puis on ajoustera tous les characteres du premier rang vers la dextre, disant 9 & 2 font 11, & 5 font 16, desquels on mettera le 6 soubs le premier rang, & le 1 desdicts 16 ajoustera on au second rang, disant, 1 & 7 font 8, & 9 font 17, & 4 font 21, desquels on mettera le 1 soubs le second rang, & le 2 adjoustera on au troisiesme rang, disant 2 & 3 font 5, & 6 font 11, & 5 font 16, desquels on mettera le 6 soubs le troisiesme rang, & le 1 s'ajou-s'adjouſtera au quatrieſme, diſant 1 & 7 ſont 8, & 4 ſont 12, leſquels on mettera entierement ſoubs leur rang en ceſte ſorte.

Nombres	379
donnez	7692
	4545
Somme	12616

Ie di que 12616 eſt la ſomme requiſe. *Demonſtration.* Si des trois nombres donnez on ſoubſtraict les deux premiers donnez, reſtera le dernier nombre donné 4545, & ſi de la ſomme trouvée 12616 on ſoubſtraict auſſi les deux premiers nombres donnez, reſte auſſi 4545. Mais par le commun axiome; ſi de choſes egales on ſoubſtraict choſes egales, les reſtes ſeront egales, & au revers ſi les reſtes ſont egales aux reſtes, & choſes ſoubſtraictes au choſes ſoubſtraictes, leurs tous ſont egaux; Doncques 12616 eſt egal aux trois nõbres donnez, c'eſt doncques par la 86 definition leur ſomme; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques dõnez nombres Arithmetiques entiers à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME II.

E*Stant donné nombre Arithmetique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithmetique entier à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.*

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on ſoubſtraict 238754297 & nombre à ſoubſtraire 7157260 4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On mettera le nombre à ſoubſtraire ſoubs le nombre duquel il faut ſoubſtraire, ainſi que le 4 correſponde au 7, & le 0 au 0, & ainſi des autres, tirant une ligne entre les nombres donnez, & encore une autre ſoubs le nombre à ſoubſtraire, comme cy deſſoubs: Puis

Puis commençant à dextre, on soubstraira 4 de 7, reste 3, lequel on mettera 4 soubs le 4; Puis on dira 0 de 0 reste 0, le mettant soubs le 0, puis 6 de 2 qui estant impossible, on dira 6 de 12, reste 6, le mettant soubs le 6, puis 2 de 3 (il est vray que l'on diroit 2 de 4, n'eust este que de 4 on eust 1 emprunté, pour le precedent 2 faire valoir 12) reste 1, le mettant soubs le 2, & ainsi des autres, dont la disposition des characteres est telle.

Nombre duquel	238754207	Je di que
Nombre à soubstraire	71572604	167181603 est
Reste	167181603	la reste requise.

Demonstration. Ajoustant le reste 167181603 au nombre à soubstraire 71572604, leur somme sera egale au nombre duquel on soubstraict, parquoy 167181603, est la difference entre le nõbre duquel on soubstraict, & le nombre à soubstraire: doncques par la 89 definition elle est aussi leur reste; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion*. Estant doncques donné nombre Arithmetique entier duquel on soubstraict, & nombre Arithmetique entier à soubstraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME III.

Estant donné nombre Arithmetique entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné: Soit donné nombre à multiplier 546, & multiplicateur 37. *Explication du requis*. Il faut trouver leur produict. NOTA. Pour facilement solver ceste proposition, il convient de sçavoir par memoire, la multiplication des neuf simples characteres

1.2.3.4.5.6.7.8.9. entre eux: comme, que 5 fois 7 font 35, & que 9 fois 6 font 54, & ainſi des autres: Or pour facilité du meſme on prepare communement une table comme cy deſſoubs, vulgairement dicte la table Pythagorique. ſon uſage eſt tel: voulant ſçavoir le produict de deux characteres propoſez, on cherche l'un en la premiere colomne à la ſeneſtre, & l'autre en la ſuperieure ligne, & le nombre en l'angle commun demonſtre le produict. Par exemple voulant ſçavoir combien ſoit 8 fois 3, on cherche 8 en la premiere colomne à ſeneſtre, & 3 en la ſuperieure ligne, & en l'angle commun y a 24, qui denote 8 fois 3 faire 24, & ainſi des autres. *Conſtruction.* On mettera les nombres l'un ſoubs l'autre, tirant un traict comme cy deſſoubs; Puis on dira 7 fois 6 font 42, mettant 2 ſoubs le 7, & retenant (à cauſe des quatre dixaines) 4 à la memoire; puis 7 fois 4 font 28, & 4 qu'on tient à la memoire, font 32, deſquels on mettera le 2 ſoubs le 3, retenant 3; puis 7 fois 5 font 35, & 3 qu'on a retenu font 38; leſquels on mettera pareillement deſſoubs le traict: De meſme ſorte multipliera on les 546 par le 3 du multiplicateur, diſant 3 fois 6 font 18, mettant le 8 ſoubs le 3, & ainſi des autres: puis on tirera un traict ajouſtant par le 1 probleme tout ce qui eſt entre les deux lignes, en ceſte ſorte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Nom-

Nombre à multiplier	546	
Multiplicateur	37	
	3822	
	1638	
Produict	20202	

Ie di que 20202 est le produict requis. *Demonstration.* Le 20202 contient le 37 autant de fois, qu'il y a unitez en 546; Doncques par la 93 definition c'est multiplication legitime, & 20202 est leur produict; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmeticque entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la division des nombres Arithmeticques entiers.

PROBLEME IV.

Estant donné nombre Arithmeticque entier à diviser, & nombre Arithmeticque entier diviseur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné nombre à diviser 995, & diviseur 28. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On mettera le nombre à diviser & diviseur en ordre, tirant une ligne oblique comme cy dessoubs: disant combien de fois 2 en 9? faict 3 fois (il est vray qu'il en y a 4 fois restant 1, mais nous dirons cy dessoubs la raison pourquoy il faut dire seulement 3 fois) qui denote 3 pour premier charactere du quotient, lequel 3 on mettera derriere la ligne oblique, & le 3 restant sur le 9, trenchât le 2 & 9. Puis on multipliera le 8 du diviseur, par le 3 du quotient, faict 24, lequel soubstraict de 39 (icy appert l'occasion pourquoy nous avons dict cy dessus, que le 2 est en 9 seullement 3 fois, car si nous eussions dict 4 fois restant 1 sur le 9, & que nous eussions alors multiplié le 8 par tel 4, ce seroit 32, lequel seroit à soubſtraire de 19 reſtant par deſſus le diviſeur, ce qui ſeroit impoſſible, pourtant il faut touſiours mettre tel nombre à la ligne oblique, qu'on puiſſe ſubſtraire tel produict d'icelle reſte) reſte 15, leſquels on mettera deſſus le 39, trenchant & le 39, & le 8, & ſera alors la diſpoſition des characteres telle.

1
35
995 (3
28

Or pour trouver le ſecond charactere du quotient, il faut mettre autrefois le diviſeur ſoubs le nombre à diviſer, mettant le 8 du diviſeur ſoubs le 5, & le 2 ſoubs le 8 du premier diviſeur, diſant combien de fois 2 en 15? faict 5 fois (lequel 5 on mettera à la ligne oblique aupres le 3 pour ſecond charactere du quotient) reſte 5, lequel on mettera ſur le 5 deſdicts 15 trenchant les meſmes 15 & 2, puis on multipliera le 8 diviſeur, par le 5 du quotient, faict 40, qui ſoubſtraict de 55 reſte 15, leſquels on mettera deſſus le 55, trenchant le 55 & le 8, & diſtinguant le 15 reſtant par une ligne oblique; Puis on tirera une ligne aupres les 35 du quotient, mettant ſur icelle ledict reſtant 15, & deſſoubs la meſme le 28, qui eſt le diviſeur, dont la diſpoſition des characteres eſt telle.

(1
15
35
99(5 (35 $\frac{15}{28}$
288
2

Ie di que 35 $\frac{15}{28}$ eſt le quotient requis. *Demonſtration.* Les 35 $\frac{15}{28}$ contiennent autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviſer 995 contient le diviſeur 28; Doncques 35 $\frac{15}{28}$ eſt par la 97 definition leur quotient requis; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmeticque entier à diviſer, & nombre Arithmeticque entier diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Deuxieſ-

Deuxiesme distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompus, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PROBLEME V.

Estant donnez nombres Arithmeticques entiers: Trouver leur plus grande commune mesure.

Explication du donné. Soyent donnez nombres Arithmeticques entiers 91 & 117. *Explication du requis.* Il faut trouver leur plus grande commune mesure. *Construction.* On divisera le majeur nombre 117 par le moindre 91, donne reste (car du quotient ne prenons icy cure) 26. par les mesmes divisera on autrefois les 91, dõne reste 13, par les mesmes divisera on autrefois les 26, & ne reste rien. Ie di que 13, par ce qu'en la derniere division il n'y restoit rien (car pour reigle generale, le nombre qui en telle derniere division est diviseur, sera tousiours la plus grande commune mesure) est la plusgrande commune mesure requise. *Demonstration.* Si l'on mesure combien de fois il y a 13 en 91, (c'est à dire, si on divise 91 par 13) se trouve precisement 7 fois; Semblablement combien de fois lesdicts 13 sont en 117, se trouve precisement 9 fois. Doncques 13 (puis qu'il mesure & l'un & l'autre) est leur commune mesure. Aussi que c'est la plus grande, est manifeste, par ce que 7 & 9 sont nombres entr'eux premiers; ce qu'il falloit demonstrer. NOTA. Mais estant à trouver la plus grande commune mesure de plus que de deux nombres, comme (par exemple) de 18.12.4. On trouvera premierement la plus grande commune mesure des deux, comme de 18 & 12, qui est 6, puis de 6 & 4, qui est 2, pour le requis; & ainsi d'aultres nombres quelconques. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres Arithmeticques entiers, nous avons trouvé leur plus grande commune mesure; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VI.

E*Stant donné nombre Arithmetique rompu : Trouver son premier rompu.*

Explication du donné. Soit donné rompu $\frac{91}{117}$. *Explication du requis.* Il faut trouver son premier rompu. *Construction.* On trouvera la plus grande commune mesure de 91 & 117, laquelle par le 5 probleme sera 13, par les mesmes divisera on 91, donne quotient 7; lequel se mettera sur une ligne, puis on divisera les 117 par lesdicts 13, donne quotient 9, lequel on mettera dessoubs ladicte ligne en ceste sorte $\frac{7}{9}$. Ie di que $\frac{7}{9}$ est le premier rompu requis. *Demonstr.* Estant numerateur & nominateur de $\frac{7}{9}$ nombres entre eux premiers, par la 8 definition, ils seront le premier rompu du rompu donné $\frac{91}{117}$, par la 13 definition; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique rompu, nous avons trouvé son premier rompu; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VII.

E*Stant donné nombre Arithmetique entier & rompu : Trouver un rompu qui leur soit egal.*

Explication du donné. Soient donnez $4\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver un rompu qui leur soit egal. *Construction.* On multipliera les 4 par 3, font 12, ausquels s'adjoustera le 2 numerateur du rompu donné; font 14; soubs les mesmes mettera on le 3 nominateur du rompu donné en ceste sorte $\frac{14}{3}$. Ie di que $\frac{14}{3}$ est le rompu requis egal aux $4\frac{2}{3}$. *Demonstration.* Il est manifeste par le suivant

8 pro-

8 probleme, que $\frac{14}{3}$ vallent $4\frac{2}{3}$; ce quil falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique entier & rompu, nous avons trouvé un rompu qui leur est egal; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VIII.

Estant donnée fraction Arithmetique majeure que unité: Trouver combien des unitez, & plus quelle fraction moindre que unité, la fraction donnée contienne.

Explication du donné. Soit fraction donnée majeure que unité $\frac{14}{3}$. *Explication du requis.* Il fault trouver combien des unitez, & plus quelle fraction moindre que unité, ladicte fraction $\frac{14}{3}$ contienne. *Construction.* On divisera le numerateur 14, par le nominateur 3, donne quotient $4\frac{2}{3}$. Ie di que $4\frac{2}{3}$ est le nombre requis. *Demonstration.* Premierement que $4\frac{2}{3}$ sont quatre unitez, & plus fraction $\frac{2}{3}$ moindre que unité, est par soi manifeste: Au second, que les $4\frac{2}{3}$ sont egaux à $\frac{14}{3}$, appert par le 7 probleme; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnée fraction Arithmetique, &c. ce qu'il falloit faire.

PROBLEME IX.

Estant donnez nombres Arithmetiques rompuz d'inegaux nominateurs: Les reduire en rompuz de commun nominateur.

Explication du donné. Soient les rompuz donnez $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. *Explication du requis.* Il les faut reduire en nombres rompuz de commun nominateur, c'est à dire, qu'il faut trouver deux autres rompuz egaux aux donnez, & ayans egaux nominateurs. *Construction.* On multipliera le 4 par 3, faict 12, lequel se mettera sur le 4, semblablement on multipliera 2 par 5, faict 10, les mesmes mettera on sur le 2, puis 3 par 5 faict 15, lequel on mettera dessoubs en ceste sorte. Ie di que $\frac{10}{15}$ & $\frac{12}{15}$ sont les nombres requis, à sçavoir ayant un commun nominateur 15. *Demonstrat.* Que ces nombres trouvez ont 15 pour commun nominateur, est manifeste, & que les $\frac{10}{15}$ sont egales à $\frac{2}{3}$, apert en cela, que $\frac{2}{3}$ sont le premier rompu de $\frac{10}{15}$ par le 6 probleme; Semblablement sont les $\frac{12}{15}$ egales à les $\frac{4}{5}$; ce qu'il falloit demonstrer. *Autre exemple.* Si les nombres donnéz fussent plus que deux, comme par exemple ces trois $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$. On multipliera 3 par 5, faict 15, lesquels autrefois multipliez par 7 font pour commun nominateur requis 105; puis pour trouver le numerateur respondant aux $\frac{2}{3}$ donnez, on multipliera les 105 par les 2 des $\frac{2}{3}$ faict 210: les mesmes divisez par le 3 des mesmes $\frac{2}{3}$, donnent quotient 70, pour numerateur respondant à les $\frac{2}{3}$ donnez. Et par mesme moyen on trouvera que aux $\frac{4}{5}$ respondent 84 & aux $\frac{6}{7}$ 90; Doncques $\frac{70}{105}$ $\frac{84}{105}$ $\frac{90}{105}$ sont les trois nombres ayant un commun nominateur 105, comme il estoit requis, dont la demonstration depend de la precedente. Et la disposition des characteres de l'operation est telle. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres rompuz d'inegaux nominateurs, nous les avons reduict en rompuz de commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

10	12	
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	
15		

70	84	90
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{6}{7}$
	105	

De l'addition des nombres Arithmetiques rompuz.

PROBLEME X.

Estant donnés nombres Arithmetiques rompuz à ajouster: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent les nombres donnez à ajouster

ajouſter tels $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On mettera les deux rompuz donnez l'un chez l'autre, appliquant tel rompu des deux à dextre ou ſeneſtre comme il aviendra, les diſtinguant par une croix(laquelle denote qu'il faudra multiplier par croix) comme cy deſſoubs; puis on multipliera 3 par 4, font 12: leſquels on mettera joignant le 4, Semblablement ſe multipliera 2 par 5 font 10; puis on ajouſtera 12 & 10, font 22, ſoubs les meſmes tirera on une ligne, puis on multipliera 3 par 5, font 15, lequel on mettera ſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte. Je di que $\frac{22}{15}$ (qui vallet par le 8. probleme $1\frac{7}{15}$) eſt la ſomme requiſe. *Demonſtration.* Parce que le 3 multiplié par 4 faict 12, & le meſme 3 multiplié par 5 faict 15, il y aura, par la 18 propoſition du 7 livre d'Euclide, telle raiſon de 12 a 15, comme de 4 a 5; Doncques nous avons trouvé deux termes 12 & 15, leſquels diſpoſez ainſi $\frac{12}{15}$, donnent un rompu egal a $\frac{4}{5}$. Semblablement par ce que ledict 5 multiplié par 2 faict 10; & le meſme 5 par 3 faict 15; il y aura telle raiſon (par ladicte 18 propoſition du 7 Euclid.) de 10 a 15, comme de 2 a 3. nous avons doncques trouvé deux termes 10 & 15, leſquels diſpoſez ainſi $\frac{10}{15}$, font un rompu egal a $\frac{2}{3}$. parquoy la ſomme de $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$ eſt auſſi la ſomme de $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$: Mais douze quinzieſmes, & dix quinzieſmes, font vingt & deux quinzieſmes, doncques la ſomme de $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$, eſt $\frac{22}{15}$, & par conſequent $\frac{22}{15}$ eſt auſſi la ſomme de $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$; ce qu'il falloit demonſtrer.

$$\begin{array}{ccc} \frac{2}{3} & \times & \frac{4}{5} \quad \begin{array}{r} 12 \\ 10 \\ \hline 22 \\ \hline 15 \end{array} \end{array}$$

NOTA. Si les rompuz donnez euſſent egaux nominateurs, on pourra à cauſe de brieveté ajouſter les numerateurs, y ſuppoſant le nominateur. Comme par exemple eſtant à ajouſter $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$, on conjoindra 2 & 3, font 5, y mettant deſſoubs le nominateur 7, faict pour ſolution $\frac{5}{7}$.

$\frac{5}{7}$. Mais s'il y euſt à ajouſter entiers & rompus à entiers & rompus, on ajouſtera les entiers à part par le 1 probleme, & les rompuz par ce 10 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres Arithmetiques rompuz, nous avons trouvé leur ſomme, ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des nombres Arithmetiques rompuz.

PROBLEME XI.

Eſtant donné nombre Arithmetique rompu, duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithmetique rompu à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on ſoubſtraict $\frac{5}{6}$, & nombre à ſoubſtraire, $\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On mettera le nombre à ſoubſtraire $\frac{2}{3}$, à la feneſtre, & le nombre duquel on ſoubſtraict $\frac{5}{6}$, à la dextre, les diſtinguant par une croix, puis on multipliera, 3 par 5 faict 15, le mettant chez le 5, ſemblablement 2 par 6 faict 12, lequel on mettera chez le 6, & tirant une ligne entre 15 & 12, on levera les 12 des 15, reſte 3. puis on multipliera 3 (à ſçavoir 3 nominateur des $\frac{2}{3}$) par 6, font 18, les mettant ſoubs le 3 en ceſte ſorte. Ie di que $\frac{3}{18}$ (deſquels le premier rompu par le 6 probleme eſt $\frac{1}{6}$) eſt la reſte requiſe.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \qquad \begin{array}{r} 15 \\ \underline{12} \\ \underline{3} \\ 18 \end{array}$$

Demonſtration. Pour ce que le 3 multiplié par 5, faict 15, & le meſme 3 par 6 faict 18: il y aura, par la 18 propoſition du 7 livre d'Euclide, telle raiſon de 15 a 18, comme de 5 a 6; Doncques nous avons trouvé deux termes 15 & 18, leſquels diſpoſez ainſi $\frac{15}{18}$, font rompu egal a $\frac{5}{6}$; Semblablement parce que ledict 6 multiplié par 2 faict 12, & le meſme 6 par 3 faict 18, il y il y aura telle raison, par ladicte 18 proposition du 7 livre d'Euclide, de 12 a 18, comme de 2 a 3: Nous avons doncques trouvé deux termes 12 & 18, lesquels disposez ainsi $\frac{12}{18}$, font un rompu egal a $\frac{2}{3}$; parquoy la reste de la soubstraction de $\frac{12}{18}$ de $\frac{15}{18}$, est aussi la reste de la soubstraction de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$; mais soubstrahant douze dixethuictiesmes, de quinze dixethuictiesmes, restent trois dixethuictiesmes: doncques la reste de $\frac{12}{18}$, de $\frac{15}{18}$, est $\frac{3}{18}$, & par consequent $\frac{3}{18}$ est aussi la reste de $\frac{2}{3}$ soubstraicts de $\frac{5}{6}$; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

Si les rompus donnés eussent egaux nominateurs, on pourroit à cause de brieveté soubstraire le moindre numerateur du maieur, mettant soubs la reste leur commun nominateur. Comme estant à soubstraire $\frac{2}{7}$ de $\frac{5}{7}$ on levera 2 de 5, reste 3, soubs le mesme mis le 7, faict pour solution $\frac{3}{7}$. Mais s'il y eust à soubstraire entiers & rompus, d'entiers & rompus, & que le rompu à soubstraire fust moindre que celuy duquel on soubstraict; Alors on soubstraira le nombre entier, du nombre entier, par le 2 probleme, puis rompu de rompu, par cest 11 probleme.

Mais pour soubstraire rompu d'entier, on empruntera 1 de l'entier, lequel on partira en tant des parties que contient unitez le nominateur du rompu à soubstraire. Comme si de 4 on veult soubstraire $\frac{2}{3}$, on emprunte 1 de 4, lequel 1 se dict estre $\frac{3}{3}$ (parce que le nominateur du rompu à soubstraire est 3) puis de $\frac{3}{3}$ levant $\frac{2}{3}$, reste $\frac{1}{3}$, & sera toute la reste $3\frac{1}{3}$.

Mais si d'entiers & rompuz, on veult soubstraire entiers & rompuz, & que le rompu à soubstraire fust maieur que le rompu duquel il fault soubstraire, on empruntera 1 de l'entier, lequel 1 il faut partir en tant de parties, que contient unitez le nominateur du rompu duquel on ſoubſtraict, & l'ajouſter au meſme rompu, & d'iceluy ajouſtement lever le rompu à ſoubſtraire. Comme par exemple : voulant ſoubſtraire $3\frac{2}{3}$, de $7\frac{2}{5}$, on emprunte 1 du 7 l'appellant $\frac{5}{5}$, leſquels ajouſtez aux $\frac{2}{5}$, font $\frac{7}{5}$, deſquels ſoubſtraicts $\frac{2}{3}$, reſte (par ceſt 11 probleme) $\frac{11}{15}$, dont toute la reſte ſera $3\frac{11}{15}$. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmeticque rompu duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithmeticque rompu a ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmeticques rompuz.

PROBLEME XII.

Estant donné nombre Arithmeticque rompu à multiplier & nombre Arithmeticque rompu multiplicateur : Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre à multiplier $\frac{2}{3}$, & multiplicateur $\frac{7}{9}$. *Explication du requis.* Il fault trouver leur produict. *Conſtruction.* On mettera les deux nombres l'un chez l'aultre, & tel rompu des deux à dextre ou ſeneſtre comme il aviendra; Puis on multipliera 2 par 7, faict 14, les mettant joignant le 7; ſemblablement 3 par 9, faict 27, les mettant chez le 9 en ceſte ſorte. Ie di que $\frac{14}{27}$ eſt le produict requis. *Demonſtration.* Les $\frac{14}{27}$ contiennent les $\frac{2}{3}$ autant des fois qu'il y a des unitez en $\frac{7}{9}$ (car l'unité eſt en $\frac{7}{9}$ contenu ſeptneufieſme fois, auſſi eſt $\frac{2}{3}$ contenu en $\frac{14}{27}$ ſeptneufieſmefois) doncques par la 97 definition, c'eſt legitime multiplication, & par conſequent $\frac{14}{27}$ eſt le vray produict : ce qu'il falloit demonſtrer.

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{7}{9} \qquad \frac{14}{27}$$

NOTA. Si les nombres donnez fuſſent entiers & rompuz, comme $2\frac{1}{2}$ & $4\frac{2}{3}$, on trouvera deux rompuz egaux

egaux aux entiers & rompus donnez, par le 7 probleme. à sçavoir $\frac{5}{2}$ egaux à $2\frac{1}{2}$, & $\frac{14}{3}$ a $4\frac{2}{3}$, lesquels $\frac{5}{2}$ & $\frac{14}{3}$ multipliez comme en ce 12 probleme, font pour solution $\frac{70}{6}$, qui vallent par le 8 probleme $11\frac{4}{6}$, qui est par 6 probleme $11\frac{2}{3}$.

Mais si l'un nombre donné fust entier, & l'autre rompu, on mettera soubs l'entier tousiours 1, l'usant apres comme s'il fust rompu. Soyent par exemple $\frac{2}{7}$ à multiplier par 3, l'on mettera 1 soubs le 3, en ceste maniere $\frac{3}{1}$, puis multipliant $\frac{2}{7}$ par $\frac{3}{1}$, faict par ce probleme $\frac{6}{7}$. *Conclusion*. Estant donoques donné nombre Arithmetique rompu à multiplier, & nombre Arithmetique rompu multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la division des nombres Arithmetiques rompuz.

Probleme XIII.

Estant donné nombre Arithmetique rompu à diviser, & nombre Arithmetique rompu diviseur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné nombre à diviser $\frac{5}{7}$, & diviseur $\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On mettera le nombre à diviser $\frac{5}{7}$ à la dextre, & le diviseur à senestre, les distinguant par une croix, puis on multipliera 3 par 5, font 15, les mettant chez le 5, semblablement 2 par 7, font 14, les mettant joignant le 7 en ceste sorte. Ie di que $\frac{15}{14}$ (qui par le 8 probleme vallent $1\frac{1}{14}$) est le quotient requis. *Demonstration.* Les $\frac{15}{14}$ contiennent autant des fois l'unité, que le nombre à diviser $\frac{5}{7}$ contient le diviseur $\frac{2}{3}$ (car $\frac{15}{14}$ contiennent l'unité une & une quatorziesme fois, & autant de fois contiennent

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \cdot \frac{15}{14}$$

aussi

aussi les $\frac{5}{7}$ le diviseur $\frac{2}{3}$) doncques $\frac{15}{14}$ par la 97 definition, sont leur quotient; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Si les nombres donnez fussent entiers & rompuz, comme nombre à diviser $2\frac{2}{3}$ & diviseur $3\frac{1}{2}$, on trouvera deux rompuz egaux aux entiers & rompuz donnez par le 7 probleme; à sçavoir $\frac{8}{3}$ egales aux $2\frac{2}{3}$, & $\frac{7}{2}$ egales aux $3\frac{1}{2}$, lesquels $\frac{8}{3}$ divisés par $\frac{7}{2}$, donnent quotient & solution par ce probleme $\frac{16}{21}$.

Mais si l'un nombre donné fust entier, & l'autre rompu, on mettera tousiours soubs l'entier 1, l'usant apres comme s'il fust rompu: Soit par exemple nombre à diviser $\frac{3}{4}$, & diviseur 5; On mettera 1 soubs 5 en ceste sorte $\frac{5}{1}$, puis divisant par $\frac{5}{1}$ les $\frac{3}{4}$, donne quotient & solution $\frac{3}{20}$. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmeticque rompu à diviser, & nombre Arithmetique rompu diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Nous avons declaré jusques icy, les quatre computations des nombres Arithmeticques rompuz, la ou la disposition des characteres, a en chascun probleme esté telle, comme nous entendons que celuy doibt faire, qui suyvera nostre conseil; non seulement pour la facilité de ces rompuz Arithmetiques (combien que c'est chose assez importante) mais aussi des rompuz radicaux, & algebraiques, la ou nous tiendrons le mesme ordre que dessus. Quelle facilité il causera, je le mets au jugement de ceux qui l'auront bien experimenté. Mais à fin de declairer un peu, en quoy consiste ceste singuliereté, c'est principalement en cela, que de l'operation de la soubstraction & division, (parce que nous voulons que nombre

bre à soubstraire & diviseur soit tousiours mis à senestre) sorte tousiours necessairement le requis par une mesme maniere, sans inutilemēt descripre quelques lettres plusieurs fois, comme il avient les mettant autrement : Et cecy ne consiste pas en opinion, mais on ne peut donner bonne raison par les nombres entiers : car comme l'on y met tousiours le nombre à soubstraire & diviseur en certaine disposition: qui est dessoubs leurs nombres respondans (ce que la nature semble ainsi requerir, veu que le contraire causeroit confusion) semblablement comme il ne faut pas necessairement observer cecy en l'addition, & multiplication, car on met tel des nombres donnez, desus ou dessoubs comme il avient : Tout ainsi en les quatre computations de tous autres nombres de qualité quelconque.

Troisiesme distinction de la reigle de trois des nombres Arithmetiques.

PROBLEME XIIII.

Estant donnés trois termes de nombres Arithmetiques : Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent trois termes donnez 2.3.4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel; c'est à dire, en telle raison au troisiesme terme 4, comme le second 3 au premier 2. *Construction.* On multipliera le deuxiesme terme 3 par le troisiesme 4, donne produict 12, lequel divisé par le premier terme 2, donne quotient 6. Ie di que 6 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Il y a de 6 a 4 raison sesquialtere, & la mesme raison y a il aussi de 3 a 2, ou bien il y a de 2 a 3 raison subsesquialtere, & la mesme y a il aussi il aussi de 4 a 6, doncques 6 est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer. NOTA. Si les trois termes donnez fussent nombres rompuz, ou en partie rompuz, l'operation sera semblable à la precedante. Soyent par exemple les trois termes donnez tels, 3. $3\frac{1}{2}$. $2\frac{2}{3}$. On multipliera $3\frac{1}{2}$ par $2\frac{2}{3}$, faict par le 12 probleme $\frac{56}{6}$, lesquelles divisees par 3 premier terme, donnent quotient & solution $3\frac{1}{9}$. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres Arithmetiques, nous avons trouvé le quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Quatriesme distinction de la reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques.

PROBLEME XV.

P*Artir le nombre Arithmetique donné en parties proportionelles à nombres donnez.*

Explication du donné. Soit le nombre donné 18, & les nombres donnez 4.2.3. *Explication du requis.* Il faut partir le 18 en trois parties proportionelles aux trois nombres donnez 4.2.3. *Construction.* On ajoustera les nombres donnez, à sçavoir 4.2.3. font 9, puis on dira 9 donnent 4, combien 18? faict (par le 14 probleme) 8, pour le premier nombre requis; de mesme sorte on dira 9 donnent 2, combien 18? faict 4 pour le second nombre requis. Et finalement 9 donnent 3, combien 18? faict 6 pour le troisiesme nombre requis. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle. Ie di que 18 est parti en trois nombres 8.4.6. proportionels (à sça-

voir

voir en ternaire proportion) aux trois nombres donnez 4. 2. 3. comme il estoit requis. *Demonstration.* Comme 4 a 2, & 2 a 3, ainsi 8 a 4, & 4. a 6; Et la somme de 8. 4. 6 est 18, doncques ce sont les nombres requis; ce qu'il falloit demonstrer. Semblable sera aussi le progres par nombres rompuz, & de multitude de nombres donnez quelconque. *Conclusion.* Nous avons doncques parti le nombre donné, en parties proportionelles à nombres donnez, ce qu'il falloit faire.

4.	8.
2.	4.
3.	6.
9.	18.

NOTA.

Comme le precedant 14 probleme est tel en nombres, comme la 12 proposition du 6 livre d'Euclide en lignes; Ainsi est ce 15 probleme tel en nombre, comme la 10 proposition dudict 6 d'Euclide en lignes. Aussi comme cestuy-la est de grande consideration en la Geometrie, servant pour reigle generale à plusieurs operations Geometriques; Ainsi est cestuy-cy le semblable en l'Arithmeticque, commode à beaucoup des operations qui s'y rencontrent, comme en la reigle de faux, de compaignie, d'Alligation, & de plusieurs autres, comme apparoistra en la practique d'Arithmeticque chascun en son lieu.

Cincquiesme distinction de la reigle de faux des nombres Arithmeticques.

D'une faulse position.

PROBLEME XVI.

E*Stant proposée question qui se solve par une faulse position en nombres Arithmeticques: La solver par une faulse position.*

Explication du donné & requis. On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera. *Construction.* On posera quelque

que nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le vray nombre requis, soit 2: le mesme avec sa moitie qui est 1, faict 3: Or ce n'est pas 3 ce que nous voulons, mais 18; Donc la position de 2 estoit faulse, parquoy a fin d'avoir le vray requis, on dira, 3 viennent de 2, d'ou viendront 18? faict pour solution 12.

Mais a fin que demonstrons aussi la disposition, & ordre que nous tiendrons en la reigle des faux de quantitez, qui est en l'operation algebraique, nous donnerons icy semblable construction en ces nombres Arithmeticques.

AVLTRE CONSTRVCTION EN FORME ALGEBRAIQVE.

Soit le nombre requis nombre Arithmeticque quelconque comme

que comme . . .	4	12
Sa moitie. . . .	2	6
Leur somme . . .	6	18
Egal en valeur a . . .	18	

Or 6 vallent 18, ergo l'unité vault 3 (car disant, 6 vault ou donne 18, combien 1? faict 3) C'est à dire que chascune unité des nombres 4.2.6. vault 3; D'ou s'ensuit que le 4 vauldra 12 (car disant, 1 vault 3, combien 4? faict 12) Et pour mesme raison 2 vauldra 6, & le 6 vauldra 18, lesquels 12.6.18. on mettera derriere la ligne joignant leurs membres respondans, comme cy dessus. Or comme l'on cherchoit icy la valeur de l'unité, par lequel on vient à la cognoissance des nombres requis; Ainsi cherchera on tousiours en l'algebre la valeur de 1 ①, par laquelle on viendra de mesme sorte à la cognoissance des autres nõbres requis, & ne differera l'algebraique disposition en rien de ceste cy: car la ou nous aurons icy nombres Arith-

meti-

metiques, 4.2.6.18, nous aurons en l'algebre des quantitez algebraiques, comme le tout sera plus clair en son lieu par les exemples. Laquelle leur affinité avions proposé de declairer. Ie di doncques que 12 est le nombre requis. *Demonstration.* 12, avec sa moitie 6, faict 18, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposé question, qui se solve par une fausse position en nombres Arithmetiques, nous l'avons solvée par une fausse position; ce qu'il falloit faire.

De deux fausses positions.

PROBLEME XVII.

Estant proposée question qui se solve par deux fausses positions en nõbres Arithmetiques: La solver par deux fausses positions.

Explication du donné & requis. On veut sçavoir quel nõbre avec sa moitie sera 9. *Construction.* On posera pour premiere position quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2, le mesme avec sa moitie qui est 1, faict 3: Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais 9; Doncques la premiere position de 2 est fausse, & vient trop peu ou moins 6, ce que se notera en ceste sorte:

2 moins 6.

Puis on posera pour seconde position quelque autre nombre que n'est le 2 de la premiere position; comme s'il fust le nombre requis, soit 4, le mesme avec sa moitie qui est 2, faict 6. or ce n'est pas 6 que nous voulons, mais 9; Doncques la seconde position de 4 est aussi fausse, & vient trop peu ou moins 3, ce que se mettera soubs la premiere position, & sera leur disposition telle:

2 moins 6.
4 moins 3.

Puis on multipliera par croix, c'est à dire, 4 par 6, faict 24, le mesme mettera on chez le 6, puis 2 par 3 faict 6, lequel mis chez le 3, leur disposition sera alors telle:

2	moins	6.	24.
4	moins	3.	6.

Puis il faut considerer si les deux vocables comme plus & moins sont semblables: c'est à dire, tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils sont dissemblables, c'est à dire, l'un plus, & l'autre moins: car pour reigle generale:

Semblables requierent soubstraction,
Et dissemblables addition.

Or les vocables de cest exemple sont semblables: à sçavoir tous deux moins: il faut dõc soubstraire le moindre du majeur; à sçavoir 6 de 24, reste 18, & 3 de 6 reste 3; puis il faut diviser le 18, par le 3, donne quotient & solution 6. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle: Ie di que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* 6 avec sa moitie 3 faict 9 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

2	moins	6.	24
4	moins	3.	6
		3.	18 faict 6

NOTA. Si les deux vocables lesquels cy dessus sont moins, eussent esté tous deux plus, l'operation eust esté semblable à la precedente; mais si l'un eust esté plus, & l'autre moins, on eust fallu ajouster, comme appert en ceste disposition de characteres d'operation achevée telle: Toutes Questions que l'on solve par une fause position, se peuvent solver par deux, mais pas au contraire. Il faut aussi sçavoir, que les exemples que l'on propo-

2	moins	6.	60
10	plus	6.	12
		12.	72 faict 6.

propose à solver par reigle de faux, semblent aucunefois fort differens; toutesfois si l'on y prend bien regard, l'operation est en tous d'une mesme methode, comme apparoistra par les exemples que nous en donnerons en la practique d'Arithmeticque suyvante; la ou les nombres seront appliquez à quelques matieres. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par deux fausses positions en nombres Arithmeticques, Nous l'avons solvée par deux fausses positions; ce qu'il falloit faire.

SECONDE PARTIE DE L'OPERATION DES NOMBRES RADICAUX.

Premiere distinction des extractions des racines des nombres simples.

PROBLEME XVIII.

Estant donné nombre geometrique simple: Trouver sa racine requise.

NOTA.

Il faut premierement trouver, pour la generale construction de ce probleme, quelques nombres propres, en ceste sorte: On escrira 2, puis 3. 4. 5. 6. d'un & d'aultre costé dudict 2, & de poincts entre deux par forme de triangle en ceste sorte. Puis on adjoustera, 3 & 3 font 6, le mesme se mettera au poinct du milieu entre 4 & 4, puis on adjoustera ledict 6 & 4, font 10, les mesmes mettera on deux fois entre le 5 & 5, laissant un poinct entre chasques deux nombres;

```
        2
      3 . 3
    4 . . . 4
  5 . . . . . 5
6 . . . . . . . 6
```

bres;puis on ajoustera 10 & 10, font 20, le mettant au milieu entre 6 & 6, puis s'adjoustera 10 & 5, font 15, le mettant, d'un & d'autre costé aux poincts du milieu entre 20 & 6, puis on mettera chez chascun des characteres, 2.3. 4.5.6. à dextre o, & alors sera leur disposition telle.

				20					
			3	.	30				
		4	.	6	.	40			
	5	.	10	.	10	.	50		
6	.	15	.	20	.	15	.	60	

Or pour choisir les propres characteres servans à l'operation de l'extraction de chascune racine, il faut sçavoir, que la premiere ligne, comme 20, sert pour l'extraction de racine quarree, & la seconde ligne 3.30, pour l'extraction de racine cubique; & la troisiesme ligne 4.6.40, pour l'extraction de la racine de quarte quantité, & ainsi des autres. Mais lesdicts nombres requirent encore autre distinction telle.

Pour les racines quarrees servira 20.

Pour les racines cubiques, il faut mettre les 3.30 en deux parties telles:

300
30

Pour les racines de quarte quantité, il faut mettre les 4.6.40 en trois parties telles:

4000
600
40

Pour les racines de quinte quantité, il faut mettre les 5.10.10.50. en quatre parties telles:

50000
10000
1000
50

Pour

Pour les racines de sexte quantité, il faut mettre les 6. 15.20.15. 60 en cincq parties telles:

600000
150000
20000
1500
60

Et de mesme sorte pourra on proceder en infini, pour trouver nombres servans à l'extraction de racine quelconque, comme de septiesme, octave quantité, &c.

PRemier exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré 186624. *Explication du requis.* Il fault trouver sa racine quarrée. *Construction.* On tirera soubs le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes mettera on un poinct soubs le premier charactere à dextre, à sçavoir soubs le 4; semblablement un poinct soube le 6, laissant un charactere entre deux, puis un poinct soubs le 8, laissant pareillement un charactere entre deux; Et semblablement metteroit on d'avantage des poincts, s'il y eust plus de characteres. Et signifient ces trois poincts, les trois lieux des trois characteres, qui sortiront pour la racine requise, desquelles la disposition est telle. Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers de 18, au plus pres qu'on peult, & moindre, qui sera 4, le mettant au premier poinct soubs le 8, puis on soubstraira le quarré de 4, qui est 16, de 18, reste 2, le mettant sur le 8, & trenchant 16 & 18, & leur disposition sera alors telle.

1 8 6 6 2 4
—————————
  .   .   .
—————————

2
1 8 6 6 2 4
4 . .
1 6

Or pour trouver le second charactere de la racine, il faut mettre à part 20 (qui est le nombre servant generalement pour l'extraction de toute racine quarrée, comme nous avons dict cy dessus à la note de ce probleme) & au devant des mesmes 20, il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine; à sçavoir 4, multipliant les 20 par 4, font 80; par les mesmes fault il diviser les 266, & se trouve pour quotient 3, le mesme se mettera au second poinct entre les lignes, & aussi joignant les 20, qui sont mis apart: Aussi on mettera soubs le 3, son quarrée 9. & sera alors leur disposition telle. Puis il faut multiplier les 20 par les 4, font 80, & les mesmes par 3, font 240, lesquels on mettera chez le 3, y ajoustant encore le 9, & la somme sera 249,

4. 20. 3. 2
9. 1 8 6 6 2 4
4 3 .
1 6

laquelle se mettera aussi dessoubs les 266, les soubstrahant d'icelles, & resteront encore 17, & leur disposition sera alors telle. Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder de mesme sorte comme l'on a faict pour l'invention du second charactere. On mettera doncques autrefois apart le

4. 20. 3. 240. 1 1 7
9. 9. 1 8 6 6 2 4
249. 4 3 .
1 6 4 9
2

20 (à sçavoir le 20 servant generalement pour toute extraction de racine quarrée) & au devant des mesmes 20 on

on mettera ce qu'il y a venu pour racine; à sçavoir 43, multipliant le 20 par le 43, font 860, par les mesmes se divisera le 1734, & se trouve 2 pour quotient, le mesme mettera on au troisiesme poinct entre les lignes, & aussi joignant le 20, qui sont mis apart, aussi on mettera dessoubs lesdicts 2, son quarré 4, & sera alors la disposition telle.

4	20.	3.	240.	217
		9.	9.	186624
			249.	4 3 2
43.	20.	2.		1649
		4.		2

Puis on multipliera le 20 par 43, faict 860, & les mesmes par 2, faict 1720, lesquels on mettera chez le 2, y ajoustant encore le 4, & la somme sera 1724, laquelle on mettera aussi soubs les 1724 de l'extraction, les soubstrayant d'icelles, & ne restera rien, & sera alors la disposition achevée telle.

4.	20.	3.	240.	217
		9.	9.	186624
			249.	4 3 2
43.	20.	2.	1720.	164924
		4.	4.	217
			1724.	

Ie di que 432 est la racine requise. *Demonstration*. Multipliant 432 en soy, donne produict 186624 egal au nôbre quarré donné; doncques 432 est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Second exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine commensurable, d'autre maniere que par le precedent premier exemple.

NOTA.

L'extraction de racine quarrée, que nous avons descript au precedent premier exemple, descriprons nous autrefois en ce second exemple, mais par autre maniere d'operation, à ſçavoir comme nous l'uſons en la practique, & à mon advis plus facile que n'eſt la precedente, laquelle nous y avons ſeulement mis, pour demonſtrer par icelle, la generale methode des extractions de toutes eſpeces de racines, comme cubiques, de quarte quantité, de quinte quantite, &c. Car conferant l'extraction precedente, à ſemblables ſuyvantes, il apparoiſtra que c'eſt tout un meſme ordre.

Explication du donné. Soit donné autre fois nombre quarré 186624. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarree. *Conſtruction.* On tirera ſoubs le nombre donné deux lignes, & entre les meſmes mettera on trois poincts, comme nous avons faict au precedent premier exemple, en ceſte ſorte. Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers, de 18, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui ſera 4, le mettant au poinct ſoubs le 8, diſant 4 fois quatre font 16, de 18, reſte 2, le mettant ſur le 8, & trenchant le 18; puis il faut doubler ce qu'il y a entre les lignes, à ſçavoir le 4, faict 8, lequel mis ſoubs le 6, leur diſpoſition ſera alors telle. Puis il faut dire, cõbien de fois 8 en 26? ſe trouve 3 fois, lequel on mettera au poinct ſuyvant ſoubs le 6, diſant, 8 fois 3 font 24, de 26, reſte 2, lequel on mettera ſur le 6, trenchant 26; puis on multipliera 3 par ſoy, faict 9, qui ſoubſtraict de 26, reſte 17, lequel on mettera ſur le 26, trenchant les meſmes 26.

```
 186624
 ______
  .  .  .
 ______

 2
 ~~18~~6624
 ______
  4  .  .
 ______
    8
```

Et leur diſpoſition ſera alors telle. Or pour trouver le troiſieſme charactere de la racine, il faut proceder comme on a faict cy deſſus pour l'invention du ſecond charactere, car ſi l'on y prent bien regard, on ne trouvera en l'operation aucune difference. Il faut doncques doubler

1
227
186624
43
8

bler tout ce qu'il y a entre les lignes, à sçavoir 43, font 86, lequel on mettera soubs le 72; Puis il fault dire; combien de fois 8 en 17? & se trouve 2 fois, lequel on mettera au poinct restant entre les lignes, disant 8 fois 2 font 16, de 17 reste 1, lequel on mettera sur le 7, trenchant le 17; Puis on multipliera 6 par 2, font 12, lequel soubstraict de 12, & trenchant les mesmes 12, ne reste rien; Puis on multipliera le 2 entre les lignes par soy, faict 4, qui soubstraict de 4, & trenschant le mesme 4, ne reste rien; & sera alors leur disposition achevée telle. Semblable seroit l'operation, s'il y eust d'avantage des poincts entre les lignes. Je di que 432 est la racine quarrée requise; dont la demonstration est faicte au precedant premier exemple.

11
227
186624
432
886

Troisiesme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit le nombre entier à sa racine incommensurable 227. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* On dira pour solution que c'est $\sqrt{227}$; Dont la demonstration est manifeste.

Quatriesme exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre entier à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré entier à sa racine incommensurable 227. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée bien pres, & à nombre

Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine quarrée par le precedent 2 exemple, & sera 15, restant 2, lequel on mettera sur une ligne, & dessoubs la mesme tousiours le double de la racine plus 1, qui faict 31. Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle. Je di que $15\frac{2}{31}$ est la racine requise, à sçavoir bien pres de la vraye, & à nombre Arithmetique commensurable. *Demonstration.* Multipliant $15\frac{2}{31}$ par soy faict $226\frac{905}{961}$, qui faudroit estre pour l'avoir parfaictement 227; c'est doncques bien pres. Mais qu'elle est à son quarré commensurable, est manifeste; ce qu'il falloit demonstrer.

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & (2 \\ 2 & 2 & \cancel{7} \\ \hline 1 & & 5 \quad \frac{2}{31} \\ \hline & 2 & \end{array}$$

Aultre maniere d'approcher infiniment plus pres.

Mais si on vouloit la racine de 227 encore plus pres, que par le precedent quatriesme exemple, on multipliera 100 par soy, faict 10000, par les mesmes se multipliera 227, faict 2270000, duquel on extraira racine quarrée par le 4 exemple, & sera $1506\frac{1964}{3013}$, les mesmes divisez par 100 (parce que par 100 a esté multiplié) donne quotient bien du requis $15\frac{10021}{150650}$.

Mais si on voulust approcher encore beaucoup plus pres, on multipliera 1000, ou 10000, &c. en soy, & l'on fera par icelles, comme nous avons faict cy dessus par 100; De sorte que nous pouvons ainsi infiniment approcher à la vraye racine, mais j'amais n'y pouvons avenir par telle maniere; la raison est, que l'incommensurable ne peut estre commensurable.

Cinquiesme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré rompu

rompu à sa racine commensurable $\frac{4}{9}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* On extraira racine quarrée du numerateur 4, qui est 2, lequel on mettera sur une ligne, semblablement racine du nominateur 9, qui est 3, le mettant dessoubs ladicte ligne en ceste sorte $\frac{2}{3}$. Je di que $\frac{2}{3}$ est la racine quarrée requise. *Demonstration.* Multipliant $\frac{2}{3}$ par soy faict $\frac{4}{9}$, egal au nombre quarré donné; Doncques $\frac{2}{3}$ est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Sixiesme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre quarré rompu, à sa racine incommensurable $\frac{3}{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine. *Construction.* On dira pour solution que c'est $\sqrt{\frac{3}{7}}$; Dont la demonstration est manifeste.

Septiesme exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre quarré rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné le nombre quarré rompu à sa racine incommensurable $\frac{3}{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine quarrée bien pres de 3 par le 4 exemple, qui soit $1\frac{2}{3}$, les mettant sur une ligne; Et semblablement racine quarrée bien pres de 7, laquelle soit $2\frac{3}{5}$, les mettant dessoubs ladicte ligne en ceste sorte. qui vallent $\frac{25}{39}$. Je di que $\frac{25}{39}$ est la racine requise, à sçavoir bien pres de la vraye racine, & à nombre Arithmetique commensurable. *Demonstration.*

$$\frac{1\frac{2}{3}}{2\frac{3}{5}}$$

Multi-

Multipliant $\frac{25}{39}$ par soy, faict $\frac{625}{1521}$, & fauldroit estre pour l'avoir parfaictement $\frac{3}{7}$, parquoy il differe seulement en $\frac{188}{10647}$, c'est doncques bien pres. Mais qu'elle soit a nombre Arithmeticque commensurable, est manifeste; ce qu'il falloit demonstrer,

Autre maniere sur ce septiemse exemple.

Mais nous pouvons faire plus proprement, trouvant racine quarrée parfaicte respondante au numerateur ou nominateur en ceste sorte: On mettera le 3 sur une ligne, & la racine du produict de 3 par 7 (c'est à dire racine de 21, qui est assez pres $4\frac{5}{9}$) dessoubs ladicte ligne, qui sera rompu tel * vallant pour solution $\frac{27}{41}$, son quarré est $\frac{729}{1681}$, qui differe du vray seulement en $\frac{60}{11767}$.

$$* \quad \frac{3}{4\frac{5}{9}}$$

Ou autrement on pourra mettre 7 soubs la ligne, & les $4\frac{5}{9}$ trouvez cy devant dessus la ligne, & sera rompu tel * qui vaut pour solution $\frac{41}{63}$, son quarré est $\frac{1681}{3969}$, qui differe du vray (à sçavoir des $\frac{3}{7}$) seulement en $\frac{140}{27783}$.

$$* \quad \frac{4\frac{5}{9}}{7}$$

NOTA I.

Si le rompu donné ne fust pas rompu premier, on le trouvera par le 6. probleme; car il avient aucunefois, que de cestuy-là on ne pourra extraire racine à son quarré commensurable, mais bien de cestuy-cy. Par exemple, en $\frac{8}{18}$, chascun terme contient racine à son quarré incommensurable, mais son premier rompu $\frac{4}{9}$, tient en chasque terme la racine commensurable, à sçavoir $\frac{2}{3}$. On peut aussi en toutes ces extractions approcher infiniment au requis, par la doctrine du 4. exemple.

NOTA II.

Tout nombre entier n'ayant racine entiere, sera à sa

racine

racine incommensurable; la raison est que tout nombre rompu ne vallant nombre entier precisement, & multiplie en soy, ne peut donner produict qui soit en valleur nombre entier, le mesme s'entendra de racine d'espece quelconque.

HVictiesme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique à sa racine commensurable 34012224. *Explication du requis*. Il faut trouver sa racine cubique. *Construction*. On se preparera une table des potences des neuf characteres d'Arithmetique servant pour commencer l'extraction des racines de tous nombres cubiques, qui sera telle. Puis on tirera soubs le nombre donné deux lignes,

Racines.	Cubes.
1.	1
2.	8
3.	27
4.	64
5.	125
6.	216
7.	343
8.	512
9.	729.

mettant un poinct entre icelles soubs le premier charactere à dextre, puis un autre poinct soubs le 2 quatriesme charactere vers la senestre, laissant deux characteres entre deux poincts, & au dernier un poinct soubs le 4, laissant autre fois deux characteres entre deux poincts: Et semblablement procederoit on en la position des autres poincts, s'il eust plus des characteres, laissant tousiours deux characteres entre deux poincts. Ces trois poincts signifient les lieux des trois characteres qui sortiront pour racine requise. La disposition du susdict est telle. Puis il faut prendre la racine cubique en nombres

3 4 0 1 2 2 2 4
.   .   .

entiers de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera (par la table cy dessus) 3, le mettant au premier poinct; Puis on soubstraira 27 (qui est le cube de 3) de 34, de 34, reste 7, le mettant sur le 4, & trenchant 27 & 34; Dont la disposition sera alors telle. Or pour trouver le second charactere de la racine, il faut mettre à part 30 soubs 300 (qui sont les nombres servans generalement à l'extraction de toute racine cubique, comme nous avons dict à la note cy devant) & au devant de 30 il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 3, & le quarré de 3 qui est 9, sur le 3 chez le 300; Puis on multipliera 300 par 9, faict 2700, par le mesme divisé le 7012, se trouve 2 pour quotient, le mesme se mettera au second poinct entre les lignes, & aussi joignant les 300 qui sont mis à part; Puis on mettera soubs 2 son quarré qui est 4, & soubs le mesme, le cube dudict 2, qui est 8, & leur disposition sera alors telle.

7
~~3~~~~4~~012224
3 . .
~~27~~

Puis il faut multiplier les 300 par le 9, font 2700, & le mesme par 2, faict 5400, le mettant chez le 2; Semblablement se multipliera le 30 par le 3, font 90, les mesmes par le 4, faict 360, qui se mettera chez le 30; Puis on mettera autre fois le 8 soubs le 360, & la somme de ces trois parties sera 5768, laquelle on mettera aussi soubs les 7012, la soubstrahant d'icelles, & restera encore 1244; dont leur disposition sera alors telle.

9.300.2.	7
3. 30.4.	~~3~~~~4~~012224
8.	3 2 .
	~~27~~

Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder de mesme sorte comme nous avons faict

9.300.2.5400	1
3. 30.4. 360	~~7~~244
8. 8	~~3~~~~4~~~~0~~~~1~~~~2~~224
5768	3 2 .
	~~2~~~~7~~~~7~~~~6~~~~8~~
	~~8~~

faict pour l'invention du second, mettant autrefois à part en ordre le 300 & 30 (à sçavoir 300 & 30 servans generalement pour toute extraction de racine cubique) & au devant dudict 30, ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 32, & son quarré qui est 1024, sur les mesmes 32, joignant les 300; Puis on multipliera les 300 par 1024, font 307200, par les mesmes se divisera le 1244224, & se trouve 4 pour quotient, le mettant au troisiesme poinct entre les lignes, & aussi joignant le 300 qni est mis apart; Puis soubs 4, son quarré 16, & soubs le mesme le cube dudict 4, qui est 64, & leur disposition sera alors telle. Puis il faut multiplier le 300 par le 1024, faict 307200, le mesme par 4 faict 1228800, les mettãt joignant le 4; Semblablement se multipliera le 30 par le 32, faict 960, qui par 16 faict 15360, le mettant joignant le 16; Puis on mettera autre fois le 64 soubs le 15360, & la somme de ces trois parties sera 1244224, laquelle aussi mise soubs le 1244224 de l'extraction, les soubstrahant d'icelle, ne restera rien, & la disposition des characteres de la construction achevée sera alors comme s'ensuit. Je di que 324 est la racine requise.

9.	300.2.	5400.	1
3.	30.4.	360.	~~7~~244
	8.	8.	3~~4~~~~0~~~~1~~~~2~~224
		5768.	3 2 4
			~~2~~~~7~~~~7~~~~6~~~~8~~
			~~8~~

1024.	300.	4.
32.	30.	16.
		64.

Demon-

9. 300. 2. 5400
3. 30. 4. 360
8. 8
5768

1
7244
34012224
3 2 4
27768224
5244

1024. 300. 4. 1228800
32. 30.16. 15360
64. 64
1244224

Demonstration. Le cube de 324 est 34012224 egal au nombre cubique donné; Doncques 324 est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

N*Eufiesme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à sa racine commensurable, d'aultre maniere que par le precedant* 8. *exemple.*

Nota. l'Extraction de racine cubique, que nous avons descript au precedant 8 exemple, declarerons autrefois en ce neufiesme, mais par autre maniere d'operation, à sçavoir comme nous l'usons en la practique, & à mon advis plus facile que n'est la precedante, laquelle nous avons seulement descript, pour demonstrer par icelle, la generale methode des extractions de toutes racines. *Explication du donné.* Soit donné autre fois le nombre cubique à sa racine commensurable, 34012224. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On tirera soubs le nombre donné deux lignes, entre les mesmes mettera on trois poincts comme au precedant huictiesme exemple, en la sorte suivante. Puis pour avoir le premier charactere de la racine, il faut prendre la racine cubique de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera (ce qu'on trouve dans la table du huictiesme exemple)

34012224
. . .

exemple) 3, le mettant au premier poinct entre les lignes vers sa senestre ; puis disant 3 en soy faict 9, on le mettera soubs ledict 3; puis 3 fois 9 faict 27, de 34 reste 7, le mettant sur le 4, & trenchant 9 & 34; & leur disposition sera telle. Or pour trouver le second charactere de la racine, il faut multiplier ce qu'il y a venu pour premier charactere, à sçavoir 3, tousiours par 3, faict 9, lequel autrefois multiplié par 3, premier charactere de la racine, faict 27; soubs lequel on mettera autrefois le 9 du produict precedant, & la disposition sera alors telle.

7
~~34~~012224
3 . .
~~9~~ .

Du premier poinct	3.
Tousiours . .	3.
Produict . .	9.
Du premier poinct	3.
Produict	27.
Produict anteced.	9.
Du second poinct	.
Produict . .	.

7
~~34~~012224
3
~~9~~

Puis il faut mettre le 27 soubs le 70 disant ; combien de fois 2 (trenchant le 2) en 7 ? se trouve 2 fois, reste 3, lequel 2 on mettra au second poinct, & le reste 3 (trenchant le 7) sur le 7; Puis 7 fois 2 faict 14, de 30, reste 16, le mettant sur le 30, & trenchant 7 & 30; Puis on multipliera le 9 (auquel est escrit, Produict antecedant) par le 2 second poinct, faict 18; Et la disposition sera alors telle.

Du premier poinct	3.	1
Tousiours . .	3.	$\cancel{3}$
Produict . .	9.	$\cancel{7}6$
Du premier poinct	3.	$\cancel{3}\cancel{4}\cancel{0}12224$
Produict	27.	3 . 2 .
Produict antecedant	9.	$\cancel{9}\cancel{7}$
Du second poinct	2.	2
Produict	18.	

Puis il faut mettre ces 18 soubs le 61, disant 1 fois 2 (2 du second poinct) faict 2, de 6, reste 4, le mettant sur le 6, & trenchant 1 & 6; Puis 8 fois 2 font 16, de 141, reste 125, trenchant 8 & 141; Puis 2 du second poinct en soy faict 4, le mettant soubs le 2; puis 4 fois 2 faict 8, de 1252, reste 1244, trenchant 4, &c. Et la disposition sera alors telle.

Du premier poinct	3.	12
Tousiours . .	3.	$\cancel{3}\cancel{4}4$
Produict . .	9.	$\cancel{7}\cancel{6}\cancel{8}4$
Du priemier poinct	3.	$\cancel{3}\cancel{4}\cancel{0}\cancel{1}\cancel{2}224$
Produict . .	27.	3 2 .
Produict antecedant	9.	$\cancel{9}\cancel{7}8\cancel{4}$
Second poinct	2.	$2\cancel{2}$
Produict	18.	

Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder tout ainsi cõme on a fait cy dessus pour trouver le second, & ne se trouvera en l'operation aucune difference. Il faut doncques multiplier ce qu'il y a venu pour les deux premiers characteres de la racine: à sçavoir 32, tousiours par 3, faict 96, lequel autrefois multiplie par 32, donne produict 3072, soubs le mesme se mettra autrefois le 96 du produict antecedant; Dont la disposition sera alors telle.

Du

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Tousiours	3.	Tousiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27.	Produict	3072.
Produict antecedant	9.	Produict antecedant	96.
Second poinct	2.	Troisiesme poinct	.
Produict	18.	Produict	.

```
12
344
7684
3402224
-------
3  2  .
-------
9784
22
```

Puis il faut mettre 3072 soubs le 12442, disant, combien de fois 3 en 12 ? faict 4 fois, lequel se mettera au troisiesme poinct entre les lignes, trenchant le 12; Puis on dira, o fois 4 (trenchant o) faict o, de 4 reste 4, puis 7 fois 4 faict 28, de 44 (trenchant 7 & 44) reste 16, le mettant sur le 44, puis 2 fois 4 font 8 de 162 (trenchant 2 & 6) reste 154; Puis on multipliera les 96 (96 auquel est escript, Produict antecedant) par le 4 du troisiesme poinct, faict 384. Et la disposition sera alors telle.

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Tousiours	3.	Tousiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27.	Produict	3072.
Produict antecedant	9.	Produict antecedant	96.
Second poinct	2.	Du troisiesme poinct	4.
Produict	18.	Produict	384.

Puis on mettera ce 384 soubs le 1542, disant, 3 fois 4 faict 12, de 15 (trenchant le 3 & 15) reste 3 : puis 8 fois 4

```
  1215
  3446
  76544
 34012224
 ---------
  3  2  4
 ---------
  97842
  2107
   3
```

faict 32 de 34 reste 2, trenchant le 8 & 34 ; Puis 4 fois 4 faict 16 de 22 (trenchant 4 & 22) reste 6, puis 4 du troisiesme poinct en soy faict 16, le mettant soubs 64, & disant 1 fois 4 faict 4, de 6 (trenchant 1 & 6) reste 2, on le mettera sur le 6, puis multiplié 6 par 4, faict 24, qui soubstraict de 24 (trenchât 6 & 24) n'y reste rien; Et la disposition achevée sera alors telle.

Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Tousiours	3.	Tousiours	3.
Produict	9.	Produict	96.
Du premier poinct	3.	Du premier & 2. poinct	32.
Produict	27.	Produict	3072.
Produict antecedant	9.	Produict antecedant	96.
Du second poinct	2.	Du troisiesme poinct	4.
Produict	18.	Produict	384.

```
    3
  1215
  344622
  765446
 34012224
 ---------
  3  2  4
 ---------
  9784246
  210781
   3 3
```

Et semblable seroit le progres de l'operation, s'il y eust d'avantage des poincts entre les lignes. Ie di que 324 est la racine requise ; Dont la demonstration est faicte au precedant huictiesme exemple.

Dixiesme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à sa racine incommensurable.

Explica-

Explication du donné. Soit le nombre cubique entier à ſa racine incommenſurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* On dira pour ſolution que c'eſt ✓ ③ 600 ; Dont la demonſtration eſt manifeſte.

O*Nziesme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle ſoit à nombre Arithmetique commenſurable : De nombre cubique entier à ſa racine incommenſurable.*

Explication du donné. Soit donné le nombre cubique entier à ſa racine incommenſurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commenſurable. *Conſtruction.* On extraira racine cubique de 600 par le 9 exemple, & ſera 8, reſtant 88, le meſme ſe mettra pour numerateur ſur une ligne; Et pour trouver le nominateur, il faut faire ainſi:

Racine trouvée	8
A la quelle ajouſté touſiours	1
Faict en Somme	9
Le triple de la racine trouvée	24
Qui multiplié par ladicte ſomme faict	216
Auquel ajouſté touſiours	1
Faict	217

Le meſme 217 ſe mettera ſoubs le ſusdict 88 en ceſte ſorte $\frac{88}{217}$. Ie di que 8 $\frac{88}{217}$ eſt la racine cubique requiſe, à ſçavoir bien pres de la vraye racine, & à nombre Arithmeticque commenſurable.

NOTA.

Nicolas Tartaglia traictant curieuſement de ceſte reſte, n'ajouſte poinct ce dernier 1, comme nous (avec Iuan Peris de Moya) avons faict, & à mon avis, voulant donner reigle generale, il y a plus de raison de l'adjouster, que de le laisser. Il est vray qu'il y a aucuns exemples, ausquels nous approchons plus pres en le laissant, mais il y a aussi des autres esquels au contraire nous approchons plus pres en l'ajoustant. Comme la racine cubique de 9, omettant ce dernier 1, est $2\frac{1}{18}$, & sera plus pres au requis, qu'en l'ajoustant, comme $2\frac{1}{19}$, car le cube de $2\frac{1}{18}$, est $8\frac{3997}{5832}$, qui est plus pres au 9, que le cube de $2\frac{1}{19}$: Mais prennons maintenant la racine cubique de 7, selon l'une & l'autre maniere, & se trouvera qu'en adjoustant ledict 1, la racine sera $1\frac{6}{7}$, qui sera plus pres qu'en l'omettant, laquelle alors sera 2: Car le cube de $1\frac{6}{7}$, qui est $6\frac{139}{343}$, est plus pres au 7, que n'est le cube de 2, qui est 8. Or l'argument (tel qu'il est, car c'est d'un different de peu d'importance) par lequel je prefere ceste maniere à celle la, est, qu'il semble plus equitable, que la potence de racine trouvée, n'excede jamais au nombre donné: Comme nous voyons le semblable en extractions de racines quarrees, la ou le quarré de la racine n'excede jamais au nombre donné; un autre en pourra faire à sa fantasie. *Demonstration.* Le cube de $8\frac{88}{217}$ est $593\frac{8944615}{10218313}$, & faudroit estre, pour l'avoir precisement 600, c'est doncques bien pres; il appert aussi que c'est racine à nombre Arithmeticque commensurable; ce qu'il falloit demonstrer.

Autre maniere d'approcher infiniment plus pres.

Mais si on voulust la racine cubique de 600, encore plus pres, on pourra proceder comme nous avons faict au 4 exemple en ceste sorte: On prendra le cube de 100. qui est 1000000. par le mesme se multipliera 600, faict 600000000, du mesme extraira on racine cubique par ceſt 11 exemple, & ſera 843 $\frac{922893}{2134477}$, les meſmes diviſera on par 100 (par ce que par 100 a eſté multiplié) & donné quotient 8 $\frac{927053404}{213447700}$, qui eſt plus pres du requis que n'eſt la precedante premiere ſolution.

Mais ſi on vouluſt approcher encore beaucoup plus pres, on prendra le cube de 1000, ou 10000, &c. & on fera par iceluy, comme nous avons faict cy deſſus par le cube de 100. De ſorte qu'on peult ainſi infiniment approcher au vray, mais jamais n'y peult on avenir par telle maniere: dont la raiſon eſt (comme nous avons auſſi dict de la racine quarrée au 4 exemple) que l'incommenſurable ne peult eſtre commenſurable.

Douzieſme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique rompu à ſa racine commenſurable $\frac{8}{27}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* On extraira racine cubique du numerateur 8, qui eſt 2, le mettant ſur une ligne: Puis racine cubique du nominateur 27, qui eſt 3, le mettant ſoubs ladicte ligne, en ceſte ſorte $\frac{2}{3}$. Ie di que $\frac{2}{3}$ eſt la racine cubique requiſe. *Demonſtration.* Le cube de $\frac{2}{3}$, eſt $\frac{8}{27}$, qui ſont egales au nombre cubique donné; Doncques $\frac{2}{3}$ eſt la vraye racine requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

Trezieſme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à ſa racine incommenſurable.

Explication du donné. Soit donné nombre rompu à ſa racine incommenſurable $\frac{9}{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* On dira pour ſolution que c'eſt $\sqrt{}$ ③ $\frac{9}{28}$; Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Quatorziesme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre cubique rompu à sa racine incommensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre cubique rompu à sa racine incommensurable $\frac{9}{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commensurable. *Construction.* On extraira racine cubique bien pres de 9, par le 11 exemple, qui soit $2\frac{1}{19}$, les mettant sur une ligne ; Et puis racine cubique bien pres de 28, qui soit $3\frac{1}{37}$, les mettant soubs ladicte ligne en ceste sorte.

$$\frac{2\frac{1}{19}}{3\frac{1}{37}}$$

qui vaillent $\frac{1443}{2128}$. Je di que $\frac{1443}{2128}$ est la racine cubique requise; à sçavoir bien pres. dont la demonstration sera semblable aux precedantes.

Autre maniere sur ce quatorziesme exemple.

Mais nous ferons plus proprement, trouvant racine cubique parfaicte, respondant au numerateur ou nominateur, ainsi: On mettera le 9 sur une ligne, puis se multipliera le 28 par 9, faict 252, le mesme autre fois par 9, faict 2268, duquel la racine cubique assez pres $13\frac{71}{547}$, lesquels on mettra soubs ladicte ligne, & sera rompu tel:

$$\frac{9}{13\frac{71}{547}}$$

qui vault $\frac{547}{798}$.

Ou autrement, on pourra mettre le 28 soubs la ligne, multipliant le 28 par 9, faict 252, le mesme autrefois par 28, faict 7056, duquel la racine cubique, par le 11 exemple, assez pres est $19\frac{197}{1141}$, lesquels on mettra dessus la ligne en ceste sorte.

$$\frac{19\frac{197}{1141}}{28}$$

qui vaillent $\frac{5469}{7984}$.

NOTA. Si le rompu donné, ne fust pas rompu premier, on le trouvera par le 6 pro-

6 probleme: car il avient aucunefois, que de cestuy-la on ne pourra extraire racine à son cube commensurable, mais bien de cestui-cy; par exemple, de $\frac{24}{81}$, chascun terme tient racine cubique à son cube incommensurable. Mais son premier rompu $\frac{8}{27}$, tient chascun terme à sa racine commensurable, comme $\frac{2}{3}$.

Quinziesme exemple de l'extraction de racine de quarte quantité de nombre entier à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné nombre de quarte quantité à sa racine commensurable 11019960576; *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine de quarte quantité.

NOTA. Nous pourrions pour solution de ceste proposition, extraire racine quarrée du nombre donné, qui est 104976, & de la mesme autre fois racine quarrée, qui est pour solution 324, & est ceste operation plus facile que la suivante: Mais à fin que nous demonstrions ceste generale reigle, de l'extraction de toutes especes de racines, nous le ferons par icelle. *Construction.* On se preparera premierement une table des potences de quarte quantité, des neuf characteres de l'Arithmetique telle:

Racines	Potences
1.	1
2.	16
3.	81
4.	256
5.	625
6.	1296
7.	2401
8.	4096
9.	6561

Puis on tirera soubs le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes se metteront des poincts, de quatriesme en quatriesme charactere, commençant à la dextre, comme sont les trois poincts soubs les characteres 0.6.6. en ceste sorte:

```
11019960576
-----------
 .   .   .
-----------
```

Puis il faut prendre la racine de quarte quantité en nombres entiers de 110 au plus pres qu'on peut, & moindre, qui ſera par la ſuſdicte table 3, le mettant au premier poinct: Puis ſe ſoubſtraira 81 (qui eſt la potence de quarte quantité de 3) de 110, reſte 29, les mettant ſur le 10, & trenchant 110, & 81, dont la diſpoſition ſera telle:

```
 29
~~110~~19960576
-------------------
   3     .     .
-------------------
 ~~81~~
```

Or pour trouver le ſecond character de racine, il faut mettre à part, & en ordre, 4000, & 600, & 40 (qui ſont les nombres ſervans generalement à toute extraction de racine de quarte quantité, comme nous avons dict cy deſſus) & au devant de 40, ſe mettra ce qu'il y a venu pour racine, à ſçavoir 3, & ſa potence quarré 9, ſur le meſme 3 joignant 600: Puis le cube de 3 qui eſt 27, joignant 4000, puis ſe multipliera le 4000, par le 27, faict 108000, par le meſme ſe diviſera 291996, & ſe trouve 2 pour quotient, le meſme ſe mettra au ſecond poinct, entre les lignes, & auſſi pres 4000, qui ſont mis à part: Puis on mettra ſoubs 2 ſon quarré 4, & ſoubs le meſme le cube dudict 2, qui eſt 8, & ſoubs le meſme la potence de quarte quantité de 2 qui eſt 16, dont leur diſpoſition ſera alors telle:

```
27.  4000.  2.     29
 9.   600.  4.   ~~110~~19960576
 3.    40.  8.   -------------------
           16.      3     2     .
                 -------------------
                  ~~81~~
```

Puis il faut multiplier le 4000, par 27, dõne produict 108000, & le meſme par 2, donne produict 216000, lequel ſe multipliera par le 2: Semblablement ſe multipliera 600 par 9, faict 5400, le meſme par 4, faict 21600, lequel ſe mettra pres le 4: Semblablement ſe multipliera 40, par 3, faict 120, le meſme par 8, faict 960, lequel ſe mettra joignant

nant 8 : Puis on mettra autre fois le 16, ſoubs le 960, & la ſomme de ces quatre parties ſera 238576, laquelle ſe mettra auſſi ſoubs le 291996, la ſoubſtrayant d'icelle, & reſtera encore 53420; Dont la diſpoſition ſera alors telle :

27.	4000.	2.	216000.	5
9.	600.	4.	21600.	253420
3.	40.	8.	960.	11019960576
		16.	16.	3 2 .
			238576.	818876
				25

Or pour trouver le troiſieſme charactere de la racine, il faut proceder tout de meſme ſorte, comme nous avons faict pour l'invention du ſecond charactere; On mettera doncques autrefois apart & en ordre le 4000, & 600, & 40 (qui ſont les nombres ſervans generalement pour toute extraction de racine de quarte quantité) & au devant dudict 40 ſe mettra ce qu'il y a venu pour racine, à ſçavoir 32, & ſon quarré 1024, ſur le meſme 32, joignant 600, puis le cube dudict 32, qui eſt 32768, ſe mettra ſur le 1024, joignant 4000; Puis on multipliera le 4000, par le 32768, faict 131072000, par le meſme faut il diviſer le 728600576, & ſe trouve pour quotient 4, le meſme ſe mettra au troiſieſme poinct entre les lignes, & auſſi joignant 4000, qui ſont mis à part; Puis on mettra ſoubs 4, ſon quarré 16, & ſoubs le meſme, le cube dudict 4, qui eſt 64, & ſoubs le meſme la quarte quantité dudict 4, qui eſt 256. Et leur diſpoſition ſera alors telle :

27.	4000.	2.	216000.	5
9.	600.	4.	21600.	293420
3.	40.	8.	960.	11019960567
		16.	16.	3 2 4
			238576.	818576
32768.	4000.	4.		23
1024.	600.	16.		
32.	40.	64.		
		256.		

Puis il faut multiplier le 4000, par le 32768, faict 131072000, le mesme par 4, faict 524288000, lequel se mettra joignant 4; Semblablement se multipliera 600, par 1024, faict 9830400, lequel se mettra pres le 16; Semblablement 40, par 32, faict 1280, & le mesme par 64, faict 81920, puis on mettra autrefois le 256 soubs le 81920, & la somme de ces quatré parties sera 534200576, laquelle se mettra aussi soubs le 534200576 de l'extraction, les soubstrayant d'icelle, & ne restera rien. Et la disposition achevée sera alors telle :

27.	4000.	2.	216000.	8
9.	600.	4.	21600.	293420
3.	48.	8.	960.	11019960576
		16.	16.	3 2 4
			238576.	8185760576
				233420
				8

32768.	4000.	4.	524288000.
1024.	600.	16.	9830400.
32.	40.	64.	81920.
		256.	256.
			534200576.

Ie

Je di que 324 est la racine de quarte quantité requise. *Demonstration.* La potence de quarte quantité de 324, est 1019960576, laquelle est egale au nombre donné, doncques 324 est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

S*Eiziesme exemple de l'extraction de racine de quinte quantité, de nombre entier à sa racine commensurable.*

Explication du donné. Soit donné nombre de quinte quantité *a sa racine commensurable* 3570467226624.

Explication du requis. Il faut trouver sa racine de quinte quantité. *Construction.* Premierement on se preparera une table de potences de quinte quantité des neuf characteres des cyffres telle:

Racines	Potences
1.	1.
2.	32.
3.	243.
4.	1024.
5.	3125.
6.	7776.
7.	16807.
8.	32768.
9.	59049.

Quant au reste, veu que nous avons assez amplement demonstré aux precedans exemples, l'ordre qu'il faut tenir en les extractions de toutes especes de racines, nous ne ferons de ceste construction aucune explication verbale, mais seulement la disposition des characteres de l'operation achevée en telle sorte:

81.	50000.	2.	8100000.
27.	10000.	4.	1080000.
9.	1000.	8.	72000.
3.	50.	16.	2400.
		32.	32.
			9254432.

21
21458240
3570467226624
3 2 4
2435443226624
9258240
21

1048576.	50000.	4.	20971520000.
32768.	10000.	16.	524288000.
1024.	1000.	64.	65536000.
32.	50.	256.	409600.
		1024.	1024.
			215024026624.

Je di que le 324 eſt la racine de quinte quantité requiſe. *Demonſtration.* La potence de quinte quantité de 324 eſt 3570467226624, qui eſt egale au nombre donné; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA I.

Il appert aſſez aux precedans exemples, quel ſera l'infini progres de toutes les autres extractions de racines, comme de ſexte, ſeptieſme quantitez, &c. Les avertiſſemens des exemples precedans, ſe peuvent auſſi appliquer à ces deux derniers; à ſçavoir de l'extraction de racines à leurs quarrez incommenſurables; Et de l'infini approchement au requis; Et de l'extraction de racines de nombres rompuz.

NOTA II.

Quant aux extractions des racines de racines, les meſmes ſont par les precedantes aſſez manifeſtes: car la voulant extraire de 16, ſa premiere racine quarrée ſera 4, & autrefois racine quarrée de 4, eſt 2; Doncques 2 eſt racine quarrée de racine quarrée de 16. Et de meſme ſorte nous dirons que racine quarrée de racine quarrée de 9, eſt √ 3, mais de 7 eſt √√ 7. Auſſi que la racine cubique de racine cubique de 512, eſt 2, & de 8 eſt √ ③ 2, & de 10 eſt √√ ③ 10. Semblablement que la racine quarrée de la racine cubique de 729 eſt 3, &c. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre geometrique ſimple, nous avons trouvé ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

Deuxieſme

Deuxiesme distinction des quatre numerations de racines entieres simples, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PROBLEME XIX.

Estant donnees deux racines d'especes differentes: les reduire en racines d'une mesme espece.

Explication du donné. Soyent donnees deux racines d'especes differentes telles, √②5, & √③6. *Explication du requis.* Il les faut reduire en racines d'une mesme espece, c'est à dire, qu'il faut trouver deux autres racines d'une mesme espece, & egales à les donnees.

NOTA. Ceste construction se trouve semblable à celle du 9 probleme, de la reduction des nombres Arithmetiques rompuz à un commun nominateur. *Construction.* On prendra la potence de seconde quantité (de seconde quantité, par ce que l'une racine donnee est de seconde quantité) ou quarrée de 6 (6 de la √③6 donnée) qui est 36: Semblablement la potence de tierce quantité (de tierce quantité, par ce que l'autre racine donnée est de tierce quantité) ou cubique de 5 (de 5 de la √②5 donnée) qui est 125: Or pour trouver leur commune quantité, on multipliera les nominateurs des racines donnees, qui sont ② & ③, l'un par l'autre, disant, ② fois ③ faict ⑥, doncques la sexte quantité est aux 36, & 125 la commune quantité: c'est à dire, que √⑥125, & √⑥36, sont les racines requises, à sçavoir d'une mesme espece, & egales à les racines donnees; Dont la disposition des characteres de l'operation achevée est telle: *Demonstration.* Que les racines trouvees sont d'une mesme espece de ⑥. Aussi que √⑥ 125 est (par le 18 probleme) √②5. Item que √⑥36 vault √③

$$\sqrt{\textcircled{6}}\,125 \qquad \sqrt{\textcircled{6}}\,36$$

$$\sqrt{\frac{5}{\textcircled{2}}} \times \sqrt{\frac{6}{\textcircled{3}}}$$

$$\textcircled{6}$$

$\sqrt{\textcircled{3}}\ 6$, est manifeste; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnees deux racines d'especes differantes, nous les avons reduict en racines d'une mesme espece, ce qu'il falloit faire.

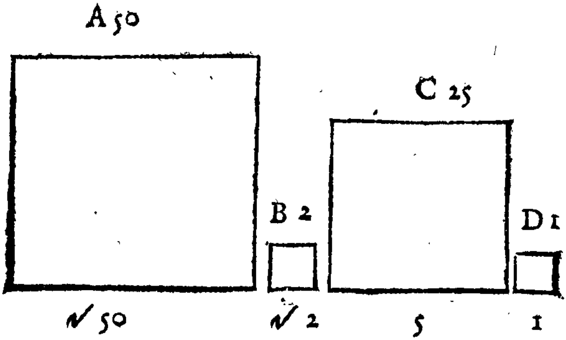
PROBLEME XX.

Estant donnees deux racines: Trouver s'elles sont commensurables ou incommensurables.

Exemple 1. de racines quarrées.

Explication du donné. Soyent données deux racines quarrees telles, $\sqrt{}\ 50$, & $\sqrt{}\ 2$. *Explication du requis.* Il faut trouver s'ils sont commensurables, ou incommensurables. *Construction.* La generale reigle en toutes racines est, que l'on divisera la potence de la maieure racine, par la potence de la moindre, & si le quotient contient racine (à sçavoir telle espece de racine quelle sont les racines donnees) à luy commensurable, on dira, que les racines donnees sont commensurables; Mais si tel quotient ne tient point racine à luy commensurable, on dira, que les racines donnees sont incommensurables: Suivant donc ceste reigle, il faut diviser 50 (qui est la potence quarrée de $\sqrt{}\ 50$) par 2 (qui est la potence quarrée de $\sqrt{}\ 2$) & donnent quotient 25, duquel la racine quarrée (racine quarrée, parce que les donnees sont racines quarrees; car s'elles fussent racines cubiques, il faudroit extraire racine cubique, &c.) est 5, qui est au 25 commensurable; Dont se conclud, que les racines donnees sont commensurables: Et le contraire se concluroit, si le contraire avenoit. *Preparation de la demonstration.* Soit le quarré A de 50, & le quarré B de 2, puis divisons le quarré A, par le quarré B, & se trou-

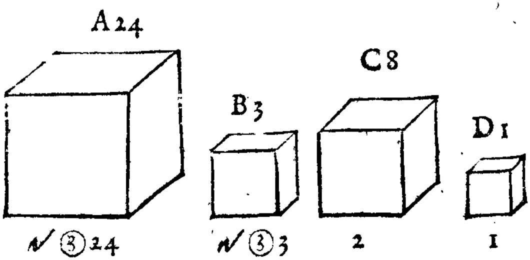
trouvera pour quotient 25, desquels soit descript le quarré C; Soit aussi descript le quarré D, duquel la quantité soit 1.



Demonstration. Puis que A B C sont termes de division, & D unité, s'ensuit que comme le quarré de C, au quarré de D, ainsi le quarré A, au quarré B, & par la 22 proposition du 6 livre d'Euclide, comme le costé de C 5, au costé de D 1, ainsi le costé de A √ 50, au costé de B √ 2; Mais 5, est a 1 quincuple; Doncques √ 50, est a √ 2 quincuple; Mais les quantitez en raison quincuple, sont entre eux commensurables; Doncques √ 50 est a √ 2 commensurable; ce qu'il falloit demonstrer. Semblable sera aussi la demonstration des racines incommensurables, laquelle nous passons oultre à cause de brieveté.

Exemple II. *de racines cubiques.*

Explication du donné. Soyent donnees deux racines cubiques telles, √③ 24, & √③ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver s'ils sont commensurables ou incommensurables. *Construction.* Il faut diviser (suivant la reigle du precedant premier exemple) 24 (qui est potence cubique de √③ 24) par 3 (qui est potence cubique de √③ 3) donne quotient 8, à sa racine cubique 2 commensurable; Dont se conclud que les racines donnees sont commensurables, & le contraire se concluroit, si le contraire fust avenu, & semblable sera l'operation en toute autre espece de racine quelconque. *Preparation de la demonstration.* Soit le cube A de 24, & le cube B de 3, puis divisons le cube A, par le cube B, & selon le quotient 8, soit descript le cube C, puis un autre cube D, duquel la quantité soit 1.



Demonstration. Comme le cube C, au cube D, ainsi le cube A, au cube B, & par la 37 proposition de 11 livre d'Euclide, comme le costé de C 2, au costé de D 1, ainsi le costé de A √③ 24, au costé de B √③ 3; Mais 2 est a 1 en raison duple, doncques √③ 24 est a √③ 3 en raison duple, & les quantitez qui sont en raison duple, sont entre eux commensurables; Ergo √③ 24 est a √③ 3 commensurable; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux racines, nous avons trouvé s'ils sont commensurables, ou incommensurables; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXI.

E*stant donnees deux racines: Trouver leur raison.*

Expli-

Explication du donné. Soyent quelques deux racines donnees telles, $\sqrt{}$ 50, & $\sqrt{}$ 2. *Explication du requis*. Il faut trouver leur raison. *Construction*. On verra par le precedant 20 probleme, si les racines donnees sont commensurables, ou incommensurables; S'elles fussent incommensurables, on diroit que leur raison est comme de $\sqrt{}$ 50 à $\sqrt{}$ 2: Mais il se trouve qu'elles sont commensurables, il faut donc proceder en ceste sorte: l'invention de leur commensurance, nous a demonstré, que la racine du quotient de leurs potences quarrees, est 5, d'ou on conclura, comme 5 a l'unité, ainsi $\sqrt{}$ 50 a $\sqrt{}$ 2, mais 5 est a 1 en raison quincuple, ergo di-je, $\sqrt{}$ 50, est a $\sqrt{}$ 2 en raison quincuple, ce qui estoit requis, dont la demonstration est notoire par celle du 20 probleme.

NOTA. Mais si de deux raisons incommensurables, on voulust cognoistre la majeure, on disposera les raisons en forme de rompu, les multipliant par croix, selon la maniere du 9 probleme. Par exemple, il y a deux raisons, l'une de 2 a $\sqrt{}$ 7, l'autre de $\sqrt{}$ 5 a 3, desquelles on veut cognoistre la majeure; Ie les dispose comme cy dessoubs, multipliant par croix, & mettant sur chascun son produict, mais $\sqrt{}$ 36 est majeure que $\sqrt{}$ 35, je concluz doncques, que la raison de 2 a $\sqrt{}$ 7 est majeure que de $\sqrt{}$ 5 a 3.

$$\overset{\sqrt{}36.}{\frac{2}{\sqrt{}7}} \times \overset{\sqrt{}35}{\frac{\sqrt{}5}{3}}$$

Mais si ces produicts fussent egaux, je les conclurois estre egales, comme en ceste exemple.

$$\overset{4}{\frac{4}{\sqrt{}2}} \times \overset{4}{\frac{\sqrt{}8}{1}}$$

Conclusion. Estant doncques donnees deux racines, nous avons trouvé leur raison.

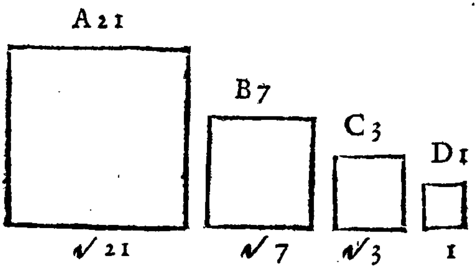
De la multiplication de racines simples.

PROBLEME XXII.

Estant donné racine simple à multiplier, & racine simple multiplicateur: Trouver leur produict.

Exemple 1.

Explication du donné. Soit donnée racine à multiplier √ 7, & racine multiplicateur √ 3. *Explication du requis.* Il fault trouver leur produict. *Construction:* On multipliera 7 (qui est la potence de √ 7) par 3 (qui est la potence de √ 3) faict 21, sa racine quarrée (racine quarrée parce que les racines donnees sont quarrees) est √ 21. Ie di, que √ 21, est le produict requis. *Preparation de la demonstration.* Soyent descripts quatre quarrez, à sçavoir A 21, & B 7, & C 3, & D 1, & leurs costez seront, √ 21, & √ 7, & √ 3, & 1.

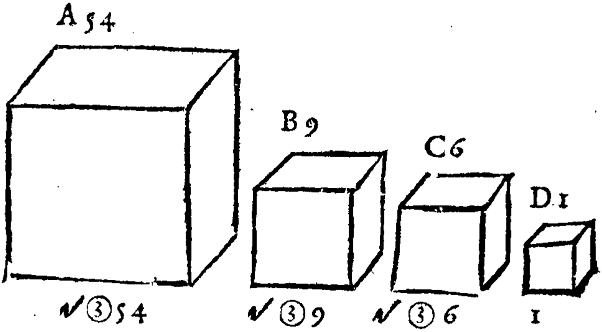


Demonstration. Comme le quarré A, au quarré B, ainsi le quarré C, au quarré D; Doncques par la 22 proposition du 6 livre d'Euclide, comme le costé de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire, comme √ 21, a √ 7, ainsi √ 3, a 1: Nous avons donc trouvé le nombre √ 21, contenant autant de fois le premier donné √ 7, qu'il y a des unitez au nombre second donné

donné √ 3; c'est doncques par la 93 definition, legitime multiplication,& par conſequant le produict √ 21, eſt le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple 11.

Explication du donné. Soit donnée racine à multiplier √ ③ 9, & racine multiplicateur √ ③ 6. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On multipliera 9 (qui eſt le cube de √ ③ 9) par 6 (qui eſt le cube de √ ③ 6) faict 54, duquel la racine cubique eſt √ ③ 54. Ie di qu'elle eſt le produict requis. *Preparation de la demonſtration.* Soyent deſcripts quatre cubes, à ſçavoir A de 54, & B de 9, & C de 6, & D de 1, & leurs coſtez ſeront, √ ③ 54, & √ ③ 9, & √ ③ 6, & 1.



Demonſtration. Comme le cube A, au cube B, ainſi le cube C, au cube D, doncques par la 37 propoſition de 11 livre d'Euclide, comme le coſté de A, au coſté de B, ainſi le coſté de C, au coſté de D, ceſt à dire, comme la √ ③ 54, a √ ③ 9, ainſi √ ③ 6, a 1; nous avons donc trouvé le nombre √ ③ 54, contenant autant de fois le premier donné √ ③ 9, qu'il y a d'unitez au nombre ſecond donné √ ③ 6; c'eſt donc par la 93 definition legitime

 multi-

multiplication, & par consequent, √ ③ 54, est le vray produict requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA I. De mesme sorte nous dirons, que √ ④ 2, multiplié par √ ④ 3, donne produict √ ④ 6, & ainsi de quinte, sexte quantité, &c.

Item que 2, multiplié par √ 3, donne produict √ 12.

Item que √ 3, multiplié par √ 12, donne produict 6.

Et √ $\frac{3}{5}$, multiplié par √ $\frac{7}{8}$, donne produict √ $\frac{21}{40}$.

Itẽ que √ ③ 32, multipliée par √ ③ 2, donne produict 4.

Item que √ ③ $\frac{2}{3}$, multipliee par √ ③ $\frac{2}{5}$, donne produict √ ③ $\frac{4}{15}$.

Item que √√ 3, multiplié par √√ 2, donne produict √√ 6.

Item que √ ③ 2, multiplié par √ ④ 3, donne produict √ ⑫ 432. car les differences especes de racines, converties à une mesme espece de racine, par le 19 probleme, sont √ ⑫ 16, & √ ⑫ 27, lesquelles multipliees font comme dessus √ ⑫ 432: Et ainsi des autres.

NOTA II. Il est manifeste par ce probleme, comment on trouvera la Potence requise à tout simple nombre donné, veu que c'est autant, comme si nombre à multiplier, & multiplicateur, fussent donnez egaux. Par exemple, pour trouver le quarré de 2, on multipliera 2 en soy, faict 4; Et pour avoir le cube de 2, on multipliera ledict 4 autrefois par 2, faict pour solution 8. Et pour la potence de ④ de 2 on multipliera ledict 8 par 2, faict pour solution 16. Et semblablement le quarré de √ 3 est 3, & son cube √ 27. Aussi le quarré de √√ 5 est √ 5, & son cube √√ 125; & ainsi des autres. Mais si l'on requeroit la potence de quantité bien haulte, par exemple potence de ⑧ de 3, parce qu'il seroit ennuieus, de multiplier tant de fois, il y a compendie (que les autres appellent improprement reigle de progression geometrique) tel: On multipliera

tipliera ① 3 en soy (il est vray qu'il n'y a point de ① au 3 donné, mais nous posons cōme par reigle, que 3 soit la valeur de 1 ①) faict ② 9 (la raison pourquoy ① multiplié par ① faict ②, & ② par ② faict ④, & ④ par ③ faict ⑦, &c. sera demonstré au theoreme devant le 49 probleme: Nous le demonstrerions icy, mais estant cecy seulement comme appendice de ce probleme, ce ne sera pas son lieu) le mesme en soy faict ④ 81, le mesme en soy faict pour la potence de ⑧ requise 6561. Et si on eust requis la potence de ⑨ dudict 3, on multiplieroit les ⑧ 6561, par ledict ① 3, faict pour solution ⑨ 19683; Ou autrement, pour trouver ladicte potence de ⑨ de 3, on pourroit multiplier ① 3 en soy, faict ② 9, le mesme par ① 3, faict ③ 27, le mesme en soy, faict ⑥ 729, le mesme par ledict ③ 27, faict pour solution, comme dessus ⑨ 19683. & ainsi d'autres semblables. *Conclusion.* Estant doncques donnée racine simple à multiplier, & racine simple multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la division de racines simples.

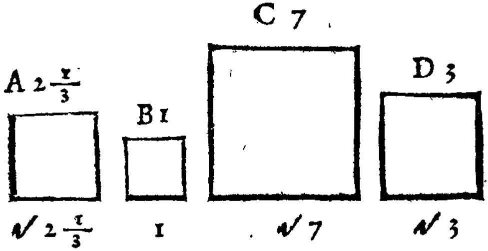
PROBLEME XXIII.

Estant donnée racine simple à diviser, & racine simple diviseur: Trouver leur quotient.

Exemple 1. *de racines quarrees.*

Explication du donné. Soit donné racine à diviser $\sqrt{7}$, & racine diviseur $\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera 7 (qui est le quarré de $\sqrt{7}$) par 3 (qui est le quarré de $\sqrt{3}$) donne quotient $2\frac{1}{3}$, desquelles la racine quarrée (racine quarrée par ce que les racines donnees sont quarrees) est $\sqrt{2\frac{1}{3}}$: Je di, que $\sqrt{2\frac{1}{3}}$, est le quotient requis.

Preparation de la demonſtration. Soyent deſcripts quatre quarrez, à ſçavoir, A de $2\frac{1}{3}$, & B de 1, & C de 7, & D de 3, & leurs coſtez ſeront, $\sqrt{2\frac{1}{3}}$, & 1, & $\sqrt{7}$, & $\sqrt{3}$. *Demonſtration*. Comme le quarré A, au quarré B, ainſi le quarré C, au quarré D; doncques par la 22 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme le coſté

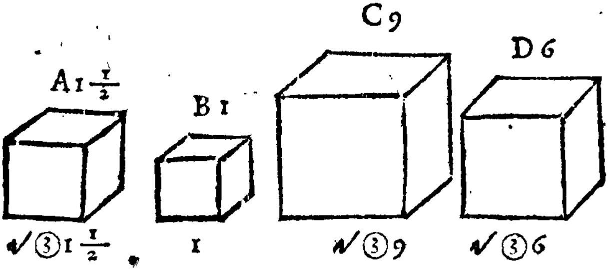


de A, au coſté de B, ainſi le coſté de C, au coſté de D; c'eſt à dire, comme $\sqrt{2\frac{1}{3}}$, a 1, ainſi $\sqrt{7}$, a $\sqrt{3}$; nous avons doncques trouvé le nombre $\sqrt{2\frac{1}{3}}$, contenant autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviſer, contient le diviſeur; c'eſt doncques par la 97 definition legitime diviſion, & par conſequent le quotient $\sqrt{2\frac{1}{3}}$, eſt le vray quotient requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Exemple II. *de racines cubiques*.

Explication du donné. Soit donné racine à diviſer √③ 9, & diviſeur √③ 6. *Explication du requis*. Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction*. On diviſera 9 (qui eſt le cube de √③ 9) par 6 (qui eſt le cube de √③ 6) donne quotient $1\frac{1}{2}$, ſa racine cubique eſt √③ $1\frac{1}{2}$: Je di, que √③ $1\frac{1}{2}$, eſt le quotient requis. *Preparation de la demonſtration*. Soyent deſcripts quatre cubes, à ſçavoir A de $1\frac{1}{2}$, & B de 1, & C de 9, & D de 6, & leurs coſtez ſeront, √③ $1\frac{1}{2}$, & 1, & √③ 9, & √

&√③ 6. *Demonstration*. Comme le cube A, au cube B, ainsi le cube C, au cube D, doncques par la 37 pro-



position du 11 livre d'Euclide, comme le costé de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire, comme √③ 1 $\frac{1}{2}$, à 1, ainsi √③ 9, à √③ 6; nous avons doncques trouvé le nombre √③ 1 $\frac{1}{2}$, contenant autant de fois l'unité, quantes fois le nombre à diviser contient le diviseur; doncques par la 97 definition, c'est legitime division, & par consequent, le quotient √③ 1 $\frac{1}{2}$, est le vray quotient requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Nous dirons par mesme raison, que √④ 10, divisée par √④ 2, donne quotient √④ 5, & ainsi de quinte, sexte quantité, &c.

Item, que √ 12, divisée par 2, donne quotient √ 3.

Item, que √ 12, divisée par √ 3, donne quotient 2.

Item, que √ $\frac{2}{3}$, divisée par √ $\frac{3}{4}$, donne quotient √ $\frac{8}{9}$.

Item, que √③ 54, divisée par √③ 2, donne quotient 3.

Item, que √③ $\frac{3}{4}$, divisée par √③ $\frac{2}{3}$, donne quotient √③ $\frac{9}{8}$.

Item, que √√ 18, divisée par √√ 3, donne quotient √√ 6.

Item, que √④ 3, divisée par √③ 2, donne quotient √(12) 1 $\frac{11}{16}$: car les differentes especes converties, &c.

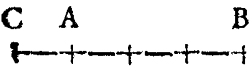
 Conclu-

Concluſion. Eſtant doncques donnée racine ſimple à diviſer, & racine ſimple diviſeur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Tout quotient plus un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la ſomme du nombre à diviſer & diviſeur.

Explication. Soit 10 diviſé par 2, le quotient eſt 5, au meſme ajouſté 1, faict 6, qui multiplié par le diviſeur 2 faict 12, egal à la ſomme de 10 & 2, ſelon le theoreme. *Autre explication geometrique.* Soit la ligne à diviſer A B, triple au diviſeur A C, & diviſons



A B, par A C, le quotient ſera 3, auquel ajouſté 1, par reigle, faict 4, multiplions par le meſme C A, & fera quatrefois C A, qui eſt C B, ſomme des deux quantitez donnees. *Concluſion.* Tout quotient donc plus un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la ſomme du nombre à diviſer & diviſeur; ce qu'il falloit demonſtrer.

De l'addition des racines ſimples.

PROBLEME XXIV.

Eſtant donnees racines ſimples à ajouſter : Trouver leur ſomme.

Exemple 1. des racines quarrées.

Explication du donné. Soyent les racines à ajouſter donnees telles, $\sqrt{}$ 8, & $\sqrt{}$ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme.

NOTA.

Avant que nous venons à la conſtruction, il faut noter pour reigle generale, que tous nombres à ajouſter incommenſurables, ſe ſolvent par +, comme la ſomme de $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, est $\sqrt{3} + \sqrt{2}$. Mais les commensurables, comme sont ces nombres donnez (laquelle commensurance se cognoit par le 20 probleme) se solveront par les manieres suivantes.

Premiere construction du premier exemple.

La majeure racine donnée $\sqrt{8}$.
La moindre $\sqrt{2}$.
Leur quotient est 2, auquel adjousté 1, par reigle, faict 3, qui vault $\sqrt{9}$.
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\sqrt{2}$, faict $\sqrt{18}$.
Ie di, que $\sqrt{18}$, est la somme requise.

Nota. Nous pourrions aussi mettre en la construction la majeure racine dessoubs la moindre (combien qu'il est plus commode la mettant dessus pour eviter fraction) & nous aurions la mesme somme. par exemple:
La moindre racine donnée $\sqrt{2}$.
La majeure $\sqrt{8}$.
Leur quotient est $\frac{1}{2}$, auquel ajousté 1 par reigle, faict $1\frac{1}{2}$, qui vaut $\sqrt{\frac{9}{4}}$.
Laquelle multipliée par la $\sqrt{8}$ donnée, faict comme dessus $\sqrt{18}$.

Premiere demonstration.

Tout quotient plus un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la somme du nombre à diviser & du diviseur, par le precedant theoreme.

Nostre quotient plus un (qui est $\sqrt{9}$) est multiplié par le diviseur qui est $\sqrt{2}$, donnant produict $\sqrt{18}$.

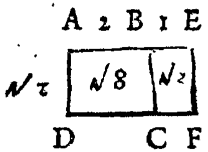
Ergo $\sqrt{18}$, est egale à la somme du nombre à diviser $\sqrt{8}$, & du diviseur qui est $\sqrt{2}$.

C'est à dire, que $\sqrt{18}$, est la somme de $\sqrt{8}$ & $\sqrt{2}$, ce qu'il falloit demonstrer.

Prepa-

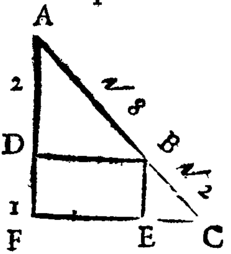
Preparation d'aultre ſeconde demonſtration.

Soit deſcript le rectangle A B C D, duquel la quantité ſoit $\sqrt{8}$. puis le rectangle B E F C, duquel la quantité ſoit $\sqrt{2}$. Il nous faut demonſtrer, que tout le rectangle A F faict $\sqrt{18}$. *Seconde demonſtration.* Comme le rectangle A C, au rectangle B F, ainſi la ligne A B, à la B E, par la 1 propoſition du 6 livre d'Euclide : Mais A C $\sqrt{8}$, eſt à B F $\sqrt{2}$ duple, par le 21 probleme. Doncques A B, eſt à B E duple ; Soit donc A B quelque nombre, comme 2, double à B E 1, puis diviſons A C $\sqrt{8}$, par A B 2, donne quotient pour la ligne A D $\sqrt{2}$, le meſme multiplié par A E 3, donne produict pour tout le rectangle A F $\sqrt{18}$; Doncques $\sqrt{8}$ & $\sqrt{2}$ font enſemble $\sqrt{18}$; ce qu'il falloit demonſtrer.



Preparation d'autre troiſieſme demonſtration.

Soit deſcript la ligne A B $\sqrt{8}$, & B C $\sqrt{2}$; Et de la ligne A B, ſoit deſcript le triangle rectangle iſoſcele A B D, tel que AB ſoit l'hypothenuſe; Soit ſemblablement deſcript de la ligne B C, le triangle rectangle iſoſcele B E C, tel que B C ſoit l'hypothenuſe, puis ſoyent produictes A D & C E, s'entrecoupans en F. Il nous faut demóſtrer que toute la ligne A C faict $\sqrt{18}$. *Troiſieſme demonſtration.* Le quarré de la ligne A B, eſt 8, & par la 47 propoſition du premier livre d'Euclide, le quarré de D A, ſera la moi-



la moitie de 8, à sçavoir 4. duquel la racine pour A D, est 2, & de mesme sorte se demonstrera que B E est 1, & par consequent que D F, egale à B E, est aussi 1; Doncques A F est 3, & par consequent F C aussi 3, parquoy le quarré de A F sera 9, & semblablement sera le quarré de F C 9, lesquels quarrez ensemble sont 18, le quarré doncques de A C, par ladicte 47 proposition du 1 livre d'Euclide, est 18, & par consequant son costé A C, sera $\sqrt{}$ 18; ce qu'il falloit demonstrer.

Seconde construction du premier exemple, d'autre maniere.

Racines donnees $\left\{\begin{matrix}\sqrt{}\,8\\ \sqrt{}\,2\end{matrix}\right\}$ leur raison par le 21 probl. $\left\{\begin{matrix}2\\ 1\end{matrix}\right.$

Leur somme 3

Puis 2 donne 3, combien $\sqrt{}$ 8, fait par le 44 probl. pour solution $\sqrt{}$ 18

Ou autrement.

1 donne 3, combien $\sqrt{}$ 2, faict comme dessus $\sqrt{}$ 18. Dont la demonstration est faicte cy devant, toutesfois pour plus grande evidence, nous y ajousterons encore ceste cy, conforme à sa construction. *Demonstration. Article* 1. Comme $\sqrt{}$ 8 à $\sqrt{}$ 2, ainsi 2 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison duple. *Article* II. Doncques par transformée ou composée proportion, comme $\sqrt{}$ 8 + $\sqrt{}$ 2, à $\sqrt{}$ 2, ainsi 2 + 1, à 1, c'est à dire ainsi 3 a 1. *Article* III. Comme $\sqrt{}$ 18 à $\sqrt{}$ 2, ainsi 3 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison triple; Doncques $\sqrt{}$ 8 + $\sqrt{}$ 2 & $\sqrt{}$ 18, ont à un mesme la mesme raison, (car il est aussi demonstré au second article, que comme $\sqrt{}$ 8 + $\sqrt{}$ 2, à $\sqrt{}$ 2, ainsi 3, à 1) parquoy $\sqrt{}$ 8 + $\sqrt{}$ 2, est egale à $\sqrt{}$ 18, mais $\sqrt{}$ 8 + $\sqrt{}$ 2, est la somme des nombres donnez: donc-

doncques √ 18 est aussi la somme des nombres donnez; ce qu'il falloit demonstrer.

Troisiesme construction du premier exemple d'autre maniere.

L'ordre de ceste construction ensemble de la quatriesme construction suyvante, n'est pas universelle en les additions de toutes autres especes de racines, comme sont les deux ordres precedans.

Les potences des racines donnees sont	8
	2
Leur produict est	16
Sa racine quarrée est	4
Son double par reigle generale est	8
Qui ajousté à la somme des potences des racines donnees faict	18
Sa racine pour solution est	√ 18

Quatriesme construction du premier exemple d'aultre maniere.

Les potences des racines donnees sont	8
	2
Leur produict est	16
Son quadruple pour reigle generale est	64
Sa racine quarrée est	8
Qui ajousté à la somme des potences des racines donnees faict	18
Sa racine pour solution est	√ 18

Dont la demonstration est amplement faicte cy dessus.

Exemple II. de racines cubiques.

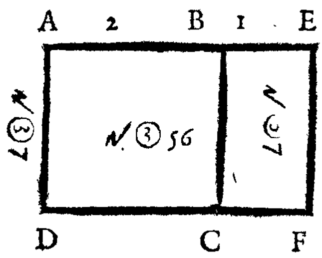
Explication du donné. Soyent donnees racines cubiques à ajouster √③56, & √③7. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme.

Pre-

Premiere construction du second exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La majeure racine donnée $\sqrt[3]{56}$
La moindre $\sqrt[3]{7}$
Leur quotient est 2, auquel ajousté 1 par la reigle, faict 3, qui vaut $\sqrt[3]{27}$
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\sqrt[3]{7}$ faict $\sqrt[3]{189}$

Je di, que $\sqrt[3]{189}$, est la somme requise. *Preparation de la demonstration.* Soit descript le rectangle ABCD, duquel la quantité soit $\sqrt[3]{56}$, puis le rectangle BEFC, duquel la quantité soit $\sqrt[3]{7}$. Il nous faut demonstrer, que tout le rectangle AF, faict $\sqrt[3]{189}$. *Demonstration.*



Comme le rectangle AC, au rectangle BF, ainsi la ligne AB, à la BE, par la 1. proposition du 6. livre d'Euclide: Mais AC $\sqrt[3]{56}$, est à BE $\sqrt[3]{7}$, en raison double, par le 21 probleme, doncques AB est à BE double; Soit AB quelque nombre, comme 2, double à BE 1, puis divisons AC $\sqrt[3]{56}$, par AB 2, donne quotient pour AD $\sqrt[3]{7}$, le mesme multiplié par AE 3, donne produict pour tout le rectangle AF $\sqrt[3]{189}$. Doncques $\sqrt[3]{56}$, & $\sqrt[3]{7}$, font $\sqrt[3]{189}$; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. La maniere de la premiere & troisiesme demonstration du precedant premier exemple, se peut aussi appliquer à ce second.

Seconde construction du second exemple semblable à la seconde construction du 1. exemple.

Racines données $\left\{\begin{matrix} \sqrt{③}\,56 \\ \sqrt{③}\,7 \end{matrix}\right\}$ leur raison par le 21. pro. $\left\{\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}\right.$
Leur somme. 3
Puis 2 donne 3, combien $\sqrt{③}\,56$, faict par
le 44. probleme pour solution $\sqrt{③}\,189$

Ou autrement.

1. donne 3, combien $\sqrt{③}\,7$, faict comme
dessus, $\sqrt{③}\,189$

Dont la demonstration est faicte cy dessus; toutesfois pour plus grande evidence nous y ajousterons encore ceste cy conforme à sa construction. *Demonstration. Article* I. Comme $\sqrt{③}\,56$, à $\sqrt{③}\,7$, ainsi 2, à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison duple. *Article* II. Doncques par composée ou transformée proportion, comme $\sqrt{③}\,56 + \sqrt{③}\,7$, à $\sqrt{③}\,7$, ainsi $2 + 1$, à 1, c'est à dire, ainsi 3 à 1. *Article* III. Comme $\sqrt{③}\,189$, à $\sqrt{③}\,7$, ainsi 3 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison triple. Doncques $\sqrt{③}\,56 + \sqrt{③}\,7$, & $\sqrt{③}\,189$, ont à un mesme la mesme raison (car il est aussi demonstré au second article, que comme $\sqrt{③}\,56 + \sqrt{③}\,7$, à $\sqrt{③}\,7$, ainsi 3 à 1) parquoy $\sqrt{③}\,56 + \sqrt{③}\,7$, est egale à ③189; Mais $\sqrt{③}\,56 + \sqrt{③}\,7$, est la somme des nombres donnez, doncques $\sqrt{③}\,189$ est la somme des nombres donnez; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple III. *de racines de racines.*

Explicacion du donné. Soyent données racines de racines telles, $\sqrt{\sqrt{}}\,32$, & $\sqrt{\sqrt{}}\,2$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme.

Pri-

Premiere construction du troisiesme exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La maieure racine donnée $\sqrt[4]{32}$
La moindre $\sqrt[4]{2}$
Leur quotient est 2, auquel ajousté 1 par reigle,
faict 3, qui vaut $\sqrt[4]{81}$
Laquelle multipliée par la moindre racine donnee $\sqrt[4]{2}$, faict $\sqrt[4]{162}$
Je di que $\sqrt[4]{162}$ est la somme requise.

Seconde construction du troisiesme exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.

Racines donnees $\left\{\begin{matrix}\sqrt[4]{32}\\ \sqrt[4]{2}\end{matrix}\right\}$ leur raison par le 21 prob. $\left\{\begin{matrix}2\\ 1\end{matrix}\right.$
Leur somme 3
Puis 2 donne 3, combien $\sqrt[4]{32}$. faict par le 44 probleme pour solution $\sqrt[4]{162}$.

Ou autrement.

1 donne 3, combien $\sqrt[4]{2}$? faict comme dessus $\sqrt[4]{162}$.

Je di, que $\sqrt[4]{162}$, est la somme requise, dont la demonstration sera semblable aux precedantes.

NOTA. S'il y eust à ajouster des racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz par les doctrines de la 2 distinction, & au reste comme dessus. Soyent par exemple à ajouster $\sqrt{\frac{2}{3}}$, & $\sqrt{\frac{1}{6}}$, leur operation & disposition selon la precedante premiere, sera telle :

La majeure racine donnée $\sqrt{\frac{2}{3}}$
La moindre $\sqrt{\frac{1}{6}}$
Leur quotient est 2, auquel ajousté 1 par reigle,
faict 3, qui vaut $\sqrt{9}$
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\sqrt{\frac{1}{6}}$, faict pour solution $\sqrt{1\frac{1}{2}}$

Et ſemblablement pourra on ſolver ceſte queſtion, par les autres manieres citées cy deſſus.

Mais s'il y euſt à ajouſter deux racines egales, il ſera plus bref de multiplier l'une par 2, par le 22. probleme, & s'il y euſt trois racines egales, alors multiplier par 3, &c. *Conclusion.* Eſtant doncques donnees racines ſimples à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Les aucuns deſcrivent exemples de l'addition de racines incommenſurables, deſquelles la ſomme eſt racine de quelque binomie, qu'ils appellent racine univerſelle: Soit par exemple à ajouſter $\sqrt{}$ 3 à $\sqrt{}$ 2, & ſelon la troiſieſme conſtruction du precedant premier exemple, l'operation ſera telle:

Les potences des racines donnees ſont	$\left\{\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\right.$
Leur produict eſt	6
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{}$ 6
Son double par reigle generale eſt	$\sqrt{}$ 24
Qui ajouſté à la ſomme des potences des racines donnees, faict	$\sqrt{}$ 24 + 5
Sa racine pour ſolution eſt	$\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 24 + 5

Or il eſt certain que ceſte ſolution eſt veritable, nous aſſeurant de la generalité des reigles de ces cõſtructions; Mais quant au reſte, telle addition eſt inutile, par ce que la ſolution ſera plus claire, & commode, diſant que c'eſt $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2. Car ſi l'on dict que la ſolution eſt $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 24 + 5, c'eſt à dire, qu'on doibt tirer racine de tel binomie, & que alors l'on aura le requis: Mais en extrayant la racine par le 39 probleme, on la trouvera de $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2; Il eſt donc plus convenable de dire au premier coup, ſans faire tant de peine perdue; que c'eſt $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2. Auſſi on ne trouve pas ſeulement tel binomie par icelle addi-

addition,mais auſſi par la multiplication de $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ en ſoy, qui faict $\sqrt{24} + 5$, duquel la racine eſt comme deſſus $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{24} + 5$. Mais à fin de demonſtrer plus apertement telle inutile addition par quelque exemple, poſons le cas, comme ſi 9 & 8 fuſſent incommenſurables, & que pour expliquer leur ſomme, quelqu'un diſt, que c'eſt $\sqrt{}$ *bino.* $145 + 144$, un autre que c'eſt $9 + 8$, à ſçavoir mon quelle explication de ces deux eſt la plus claire & commode; vrayement c'eſt la derniere: Et tout ainſi nous expliquons plus clairement la ſomme de $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, diſant que c'eſt $\sqrt{3} + \sqrt{2}$, que de dire que c'eſt la racine de leur potence. C'eſt avertiſſement ſe pourra auſſi appliquer à la ſoubſtraction du probleme ſuivant.

THEOREME.

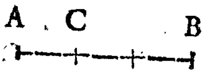
Tout quotient moins un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la reſte de la ſoubſtraction du diviſeur de nombre à diviſer.

EXPLICATION.

Soit 8 diviſé par 2, le quotient eſt 4, du meſme ſoubſtraict 1, reſte 3, qui multiplié par le diviſeur 2, faict 6, egal à la reſte de la ſoubſtraction de 2 de 8, ſelon le theoreme.

Autre explication Geometrique.

Soit la ligne à diviſer A B, triple au diviſeur A C, & diviſons A B, par A C, le quotient ſera 3, duquel ſoubſtraict 1 par reigle, reſte 2, par le meſme multiplié C A, ſera deux fois C A, qui eſt C B, reſte de la ſoubſtraction des donnez, à ſçavoir C A, de A B. *Concluſion*. Tout quotient doncques moins un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la reſte de la ſoubſtraction du diviſeur de nombre à diviſer; ce qu'il falloit demonſtrer.



De la ſoubſtraction des racines ſimples.

PROBLEME XXV.

Estant donnée racine ſimple de laquelle on ſoubſtraict, & racine ſimple à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Exemple 1. des racines quarrees.

Explication du donné. Soit donnée racine de laquelle on ſoubſtraict $\sqrt{32}$, & racine à ſoubſtraire $\sqrt{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte.

NOTA. Avant que nous venons à la conſtruction, il faut noter pour reigle generale, que tous nombres à ſoubſtraire incommenſurables, ſe ſolveront par —; comme eſtant à ſoubſtraire $\sqrt{4}$, de $\sqrt{7}$, la reſte ſera $\sqrt{7} - \sqrt{4}$. Mais les commenſurables, comme ſont ces nombres donnez (laquelle commenſurance ſe cognoit par le 20 probleme) ſe ſolveront par les manieres ſuivantes.

Premiere conſtruction du premier exemple.

La maieure racine donnée	$\sqrt{32}$
La moindre	$\sqrt{2}$
Leur quotient eſt 4, duquel ſoubſtraict 1 par reigle, reſte 3, qui vaut	$\sqrt{9}$
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\sqrt{2}$, faict	$\sqrt{18}$

Je di que $\sqrt{18}$ eſt la reſte requiſe.

Premiere demonſtration.

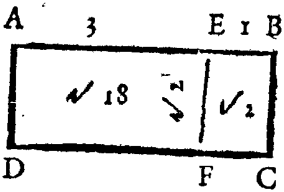
Tout quotient moins un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la reſte de la ſoubſtraction du diviſeur de nombre à diviſer, par le precedant theoreme.

Noſtre quotient moins un (qui eſt $\sqrt{9}$) eſt multiplié par le diviſeur $\sqrt{2}$, donnant produict $\sqrt{18}$.

Ergo $\sqrt{18}$, eſt egale à la reſte de la ſoubſtraction du diviſeur $\sqrt{2}$, du nombre à diviſer $\sqrt{32}$.

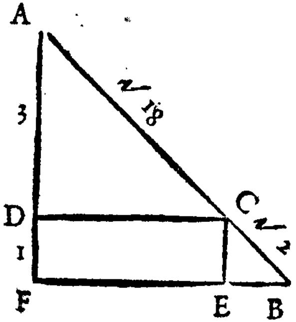
C'eſt

C'est à dire, que √ 18, est la reste requise; ce qu'il falloit demonstrer. *Preparation d'autre seconde demonstration.* Soit descript le rectangle ABCD, duquel la quantité soit √ 32, & du mesme soit coupé le rectangle EBCF, duquel la quantité soit √ 2. Il faut demonstrer que le rectangle restant AF, sera √ 18.



Demonstrat. Comme le rectangle AC, au rectangle EC, ainsi la ligne AB, à la ligne EB, par la 1. proposition du 6 livre d'Euclide; Mais AC √ 32 est à EC √ 2 en raison quadruple, par le 21 probleme, doncques AB est à EB quadruple; & par consequent, AE est à EB triple; Soit doncques AE quelque nombre, comme 3, triple à EB 1, puis divisons EC √ 2, par EB 1, donne quotient pour la ligne EF √ 2, le mesme multiplié par AE 3, faict pour le rectangle AF √ 18; Doncques de AC √ 32, soubstraict EC √ 2, reste AF √ 18; ce qu'il falloit demonstrer.

Preparation d'autre troisiesme demonstration.



Soit descript la ligne AB √ 32, & de la mesme soit coupée la ligne CB √ 2, & de la ligne AC soit descript le triangle rectangle isoscele ACD, tel que AC soit l'hypothenuse, semblablement soit descript de la ligne CB, le triangle

 gle

gle rectangle isoscele C B E, tel que C B soit l'hypotheneuse, puis soyent produictes A D, & B E, s'entrecoupans en F: Il faut demonstrer que la ligne A C, faict $\sqrt{18}$. *Troisiesme demonstration*. Le quarré de la ligne A B est 32, & par la 47 proposition du 1 livre d'Euclide, le quarré de A F sera la moitie de 32, à sçavoir 16, desquelles la racine pour A F est 4; Et de mesme sorte se demonstrera, que C E est 1, & par consequent, D F (egale à la C E,) est aussi 1; doncques A D est 3, & D C aussi 3; parquoy le quarré de A D sera 9, & semblablement sera le quarré de D C 9; lesquels quarrez ensemble font 18; le quarré donc de A C (par ladicte 47 proposition du 1 livre d'Euclide) est 18, & par consequent son costé A C $\sqrt{18}$. Doncques de A B $\sqrt{32}$, coupée C B $\sqrt{2}$, reste A C $\sqrt{18}$; ce qu'il falloit demonstrer.

Seconde construction du premier exemple d'autre maniere.

Racines donnees $\left\{\begin{array}{l}\sqrt{32}\\ \sqrt{2}\end{array}\right\}$ leur raison par le 21 probl. $\left\{\begin{array}{l}4\\ 1\end{array}\right.$

Desquels la reste 3

Puis 4 donne 3, combien $\sqrt{32}$? faict par le 44 probleme pour solution $\sqrt{18}$

Ou autrement.

1 donne 3, combien $\sqrt{2}$? faict comme dessus $\sqrt{18}$.

Demonstration conforme à ceste construction. Article 1. Comme $\sqrt{32}$ à $\sqrt{2}$, ainsi 4 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quadruple. *Article* II. Doncques par transformée ou disioincte proportion, comme $\sqrt{32} - \sqrt{2}$ à $\sqrt{2}$, ainsi $4 - 1$ à 1, c'est à dire ainsi 3 à 1. *Article* III. Comme $\sqrt{18}$ à $\sqrt{2}$, ainsi 3 à 1, par le 21 probleme: car l'une & l'autre est raison triple, doncques $\sqrt{32} - \sqrt{2}$, & $\sqrt{18}$, ont à un mesme la mesme raison (car il est aussi demonstré au second article, que comme

comme $\sqrt{}$ 32 — $\sqrt{}$ 2 à $\sqrt{}$ 2, ainſi 3 à 1) parquoy $\sqrt{}$ 32 — $\sqrt{}$ 2, eſt egale à $\sqrt{}$ 18. Mais $\sqrt{}$ 32 — $\sqrt{}$ 2 eſt la reſte requiſe, doncques $\sqrt{}$ 18 eſt auſſi la reſte requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

Troiſieſme conſtruction du premier exemple d'autre maniere.

L'ordre de ceſte conſtruction, enſemble de la quatrieſme conſtruction ſuivante, n'eſt pas univerſelle en ſoubſtractions de toutes autres eſpeces de racines, comme ſont les deux ordres precedans.

Les potences des racines donnees ſont	{ 32 2
Leur produict	64
Sa racine quarrée eſt	8
Son double par reigle eſt	16
Qui ſoubſtraict de la ſomme des potences de racines donnees reſte	18
Sa racine pour ſolution eſt	$\sqrt{}$ 18

Quatrieſme conſtruction du premier exemple d'autre maniere.

Les potences de racines donnees ſont	{ 32 2
Leur produict	64
Son quadruple par reigle eſt	256
Sa racine quarrce eſt	16
Qui ſoubſtraict de la ſomme des potences des racines donnees reſte	18
Sa racine pour ſolution	$\sqrt{}$ 18

Dont la demonſtration eſt amplement faicte cy deſſus.

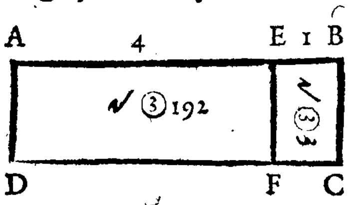
Exemple II. *de racines cubiques.*

Explication du donné. Soit donnée racine de laquelle on soubstraict, √③375, & racine à soubstraire √③3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste.

Premiere construction du second exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La maieure racine donnée	√③375
La moindre	√③3
Leur quotient est 5, duquel soubstraict 1 par reigle, reste 4, qui vaut	√③64
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée √③3, faict	√③192

Je di, que √③192, est la reste requise. *Preparation de la demonstration.* Soit descript le rectangle A B C D, duquel la quantité soit √③375. & du mesme soit coupé le rectangle E B C F, duquel la quantité soit √③3. Il faut demonstrer que le rectangle restant A F, faict √③192. *Demonstration.* Comme le rectangle A C, au rectangle E C, ainsi la ligne A B, à la ligne E B, par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide; mais A C √③375, est à E C √③3 en raison quincuple, par le 21 probleme: doncques A B, est à E B quincuple, & par consequant A E, à E B, quadruple: Soit donc A E quelque quantité, comme 4, quadruple à E B 1, puis divisons E C √③3, par E B 1, donne quotient pour la ligne E F √③3, la mesme multipliée par A E 4, donne produict pour le rectangle A F √③192; Doncques de A C √375, soubstraict E C √③3, reste A F √③192; ce qu'il falloit demonstrer.



NOTA.

NOTA. La maniere de la premiere & troisiesme demonstration, du precedant premier exemple, se peut aussi appliquer à ce second.

Seconde construction du second exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.

Racines dõnees { √③375, √③ 3 } leur raison par le 21 pr. { 5, 1 }
Desquels la reste 4
Puis 5 donne 4, combien √③375, faict par le 44 probleme pour solution √③192

Ou autrement.

1 donne 4, combien √③3 ? faict comme dessus √③192

Dont la demonstration est faicte cy dessus, toutesfois en plus grande evidence nous y ajousterons encore ceste cy, conforme à la construction. *Demonstration. Article* I. Comme √③375 à √③3, ainsi 5 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quincuple. *Article* II. Ergo par transformée ou disioincte proportion, comme √③375—√③3, à √③3, ainsi 5—1, à 1, c'est à dire, ainsi 4 à 1. *Article* III. Comme √③192, à √③3, ainsi 4 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quadruple; Doncques √③375—√③3, & √③192, ont à un mesme la mesme raison (car il est aussi demonstré au second article, que comme √③375—√③3, à √③3, ainsi 4 à 1) parquoy √③375—√③3, est egale à √③192; Mais √③375—√③3, est la reste requise; Doncques √③192, est aussi la reste requise; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple III. *de racines de racines.*

Explication du donné. Soit donné racine de laquelle on soubstraict √√3888, & racine à soubstraire √√3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste.

Premiere construction du troisiesme exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.

La majeure racine donnée ℛ 3888
La moindre ℛ 3
Leur quotient est 6, duquel soubstraict 1 par reigle, reste 5, qui vaut ℛ 625
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ℛ 3, faict ℛ 1875
Je di, que ℛ 1875 est la reste requise.

Seconde construction de ce troisiesme exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.

Racin. don. $\left\{\begin{array}{l} ℛ\ 3888 \\ ℛ\ 3 \end{array}\right\}$ leur raison par le 21 probl. $\left\{\begin{array}{l} 6 \\ 1 \end{array}\right.$
Desquels la reste 5
Puis 6 donne 5, combien ℛ 3888? faict par le 44 probleme pour solution ℛ 1875.

Ou autrement.

1 donne 5 combien ℛ 3? faict comme dessus; ℛ 1875.
Je di, que ℛ 1875, est la reste requise, dont la demonstration sera semblable aux precedantes.

NOTA. S'il y eust à soubstraire par quelques racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz, par les doctrines de la 2 distinction, & au reste comme dessus. Soit par exemple racine de laquelle il faut soubstraire ℛ $\frac{50}{63}$, & racine à soubstraire ℛ $\frac{2}{7}$, leur operation & disposition selon la precedante premiere construction sera telle:

La majeure racine donnée ℛ $\frac{50}{63}$
La moindre ℛ $\frac{2}{7}$
Leur quotient $\frac{5}{3}$, duquel soubstraict 1, par reigle, reste $\frac{2}{3}$, qui vaut ℛ $\frac{4}{9}$

Laquel-

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée $\sqrt{\frac{2}{7}}$, faict pour solution $\sqrt{\frac{8}{63}}$

Et semblablement on pourra solver ceste question par les autres manieres declarees cy dessus. *Conclusion.* Estant donc donnée racine simple de laquelle on soubstraict, & racine simple à soubstraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Nous avons descrit diverses manieres des constructions, aux deux problemes precedans, à fin de rendre bien notoire le subject: mais pour dire de la plus commode, nous usons en la practique la premiere de chascun exemple, comme estant generale, & aussi la plus facile. Car ayant seulement à la memoire les theoremes qui sont descrits devãt lesdicts problemes, l'on aura une generale reigle pour toutes additions & soubstractions quelconques, tant de racines de multinomies radicaux, & de racines de multinomies algebraiques (comme en son lieu donnerons leurs exemples) que pour les precedantes racines simples. Veu doncques que l'utilité desdicts theoremes est si grande, nous les comprendrons succinctement ensemble, à fin qu'elles demeurent plus facilement à la memoire, en ceste sorte:

Quotiẽt $\left\{\begin{array}{l}\text{plus}\\ \text{moins}\end{array}\right\}$ un, multiplié par diviseur, dõne $\left\{\begin{array}{l}\text{sõme}\\ \text{reste}\end{array}\right\}$ des dõnez.

Troisiesme distinction des quatre numerations de multinomies radicaux entiers.

THEOREME.

Plus multiplié par plus, donne produict plus, & moins multiplié par moins, donne produict plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplie par plus, donne produict moins.

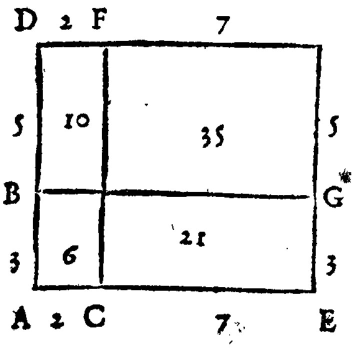
Explication du donné. Soit 8 — 5 multiplié par 9 — 7, en ceste sorte; — 7 fois — 5 font + 35 (+ 35, par ce que, comme

comme dict le theoreme, — par —, faict +) Puis — 7 fois 8 faict — 56 (— 56, par ce que, comme dict eſt au theoreme, — par +, faict —) Et ſemblablement ſoit 8 — 5, multiplie par le 9, & donneront produicts 72 — 45; Puis ajouſtez + 72 + 35, font 107. Puis ajouſtez les — 56 — 45, font — 101; Et ſoubſtraict le 101 de 107 reſte 6, pour produict de telle multiplication. De laquelle la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

8 — 5
9 — 7
— 56 + 35
72 — 45
6

Explication du requis. Il faut demonſtrer par ledict donné, que + multiplié par +, faict +, & que — par —, faict +, & que + par —, ou — par +, faict —. *Demonſtration.* Le nombre à multiplier 8 — 5, vaut 3, & le multiplicateur 9 — 7 vaut 2; Mais multipliant 2 par 3, le produict eſt 6; Doncques le produict cy deſſus auſſi 6, eſt le vray produict: Mais le meſme eſt trouvé par multiplication, là ou nous avons dict que + multiplié par +, donne produict +, & — par — donne produict +, & + par —, ou — par +, donne produict —, doncques le theoreme eſt veritable.

Autre demonſtration geometrique.



Soit A B 8 — 5 (à ſçavoir A D 8 — D B 5) Puis A C 9 — 7 (à ſçavoir A E 9 — E C 7) leur produict ſera C B: ou bien ſelon la multiplication precedante E D 72 — E F 56 — D G 45 + G F 35, Leſquelles

les nous demonstrerons estre egales à C B en ceste sorte. De tout le E D + G F, soubstraict E F, & D G, reste C B. *Conclusion.* Plus doncques multiplié par plus, donne produict plus. & moins multiplié par moins, donne produict plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donne produict moins; ce qu'il falloit demonstrer.

De la multiplication des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVI.

Estant donnée multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné multinomie à multiplier $\sqrt{}\ 7 + \sqrt{}\ 5 - \sqrt{}\ 6$, & multinomie multiplicateur $\sqrt{}\ 4 - \sqrt{}\ 8 + \sqrt{}\ 3$. *Explication du requis:* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On disposera les donnees en ordre, comme dessus, disant, $+ \sqrt{}\ 3$ fois $- \sqrt{}\ 6$, faict $- \sqrt{}\ 18$; car + multiplié par —, donne produict —, par le precedant theoreme. Et ainsi des autres. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle.

$$\begin{array}{r}
\sqrt{}\ 7 + \sqrt{}\ 5 - \sqrt{}\ 6 \\
\sqrt{}\ 4 - \sqrt{}\ 8 + \sqrt{}\ 3 \\
\hline
+ \sqrt{}\ 21 + \sqrt{}\ 15 - \sqrt{}\ 18 \\
- \sqrt{}\ 56 - \sqrt{}\ 40 + \sqrt{}\ 48 \quad\quad \\
\sqrt{}\ 28 + \sqrt{}\ 20 - \sqrt{}\ 24 \quad\quad\quad\quad \\
\hline
\end{array}$$

$$\sqrt{}\ 28 + \sqrt{}\ 20 - \sqrt{}\ 24 - \sqrt{}\ 56 - \sqrt{}\ 40 + 48 + \sqrt{}\ 21 + \sqrt{}\ 15 - \sqrt{}\ 18$$

Ie di, que ledict produict, est le produict requis; & s'il y eust quelques noms commensurables, on les pourroit ajou-adjouster, par le 24 probleme. Dont la demonstration sera semblable à celle du 22 probleme.

NOTA. Semblable sera l'operation de racine d'espece quelconque. car si tous les noms donnez fussent racines cubiques, le produict seroit de racines cubiques, & ainsi des autres : Mais s'il y eust à multiplier multinomies de diverses especes de racines, on les convertira à une mesme espece, par le 19 probleme, & puis comme dessus. on pourra aussi appliquer cest avertissement aux trois problemes suyvans. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur, nous avons trouvé leur produict ; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus divisé par plus, donner quotient plus, & moins divisé par moins, donner quotient plus, & plus divisé par moins, ou moins divisé par plus, donner quotient moins.

Explication du donné. Soyent 72—101+ 35, divisez par 9 — 7, en ceste sorte : Combien de fois 9 en 72 ? faict + 8 fois (+8 parce que, comme dict le theoreme, + divisé par + donne quotient +) Puis —7 fois 8 font—56, de 101, reste — 45. Puis mettant autrefois le diviseur, & disant ; combien de fois 9 en — 45 ? faict — 5 fois (—5 par ce que, comme dict le theoreme, — divisé par +, donne quotient —) Puis —7 fois — 5 faict + 35, de +35, ne reste rien ; Doncques le quotient de telle division sera 8—5. Dont la disposition des characteres de l'operation est telle :

Explication du requis. Il faut demonstrer par ledict donné, que + divisé par +, donne quotient +, & que — par — donne +, & que + par —, ou — par +, don-

ne—

$$\begin{array}{cccccccccl}
 & & & & \cancel{4} & \cancel{5} & & & & \\
\cancel{7} & \cancel{2} & - & \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{1} & + & \cancel{3} & \cancel{5} & (8 - 5 \\
 & \cancel{9} & - & & & \cancel{7} & - & & \cancel{7} & \\
 & & & & & \cancel{9} & & & &
\end{array}$$

ne —. *Demonstration.* Le nombre à diviser 72 — 101 + 35, vaut 6. Et le diviseur 9 — 7, vaut 2; Mais divisant 6 par 2, le quotient est 3; Doncques le quotient cy dessus 8 — 5, qui vault aussi 3, est le vray quotient: Mais le mesme est trouvé par division, la ou + divisé par +, se dict donner quotient +, & — par — donner +, & + par — ou — par +, donner —; doncques le theoreme est veritable.

Autre demonstration Geometrique.

Soit au theoreme precedant E D 72 — E F, avec — D G 101 + G F 35, à diviser par A E 9 — C E 7 (qui est autant à dire, comme soit C B à diviser par A C) & le quotient, selon la division precedant, sera A D 8 — D B 5, le mesme est egal à B A 3. Doncques (car B A est le quotient de C B, divisé par A C) c'est le vray quotient requis. *Conclusion.* Plus doncques divisé par plus, donne quotient plus, & moins divisé par moins donne quotient plus, & plus divisé par moins, ou moins divisé par plus, donne quotient moins; ce qu'il falloit demonstrer.

De la division des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVII.

Estant donné multinomie radical entier à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

Premier exemple, la ou le diviseur est d'un nom.

Explication du donné. Soit donné multinomie à diviser

viser $\surd 15 + \surd 18 - \surd 12$, & diviseur $\surd 3$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera la $\surd 15$ par $\surd 3$, faict, par le 23 probleme, $\surd 5$; Item la $\surd 18$ par la mesme $\surd 3$, faict $\surd 6$, & la $- \surd 12$ par la mesme $\surd 3$, faict $- \surd 4$. Ie di que le trinomie $\surd 5 + \surd 6 - \surd 4$ est le quotient requis.

Second exemple là ou le diviseur est multinomie.

Pour diviser par diviseur qui soit multinomie, il faut considerer deux poincts; Le premier est, que multinomie se peut convertir en simple nom, par multiplication de son respondant contraire; binomie $\surd 3 + \surd 2$, multiplié par son respondant contraire $\surd 3 - \surd 2$, ou $- \surd 3 + \surd 2$, donne produict simple nom 1, ou -1. Item trinomie $\surd 3 + \surd 2 + 1$, multiplié par son respondant contraire $\surd 3 + \surd 2 - 1$, donne produict $4 + \surd 24$, qui autrefois multiplié par son respondant contraire $- 4 + \surd 24$, donne produict simple nom 8. L'on pourroit aussi multiplier trinomie $\surd 3 + \surd 2 + 1$, par autre respondant contraire quelconque. comme par $\surd 3 - \surd 2 + 1$, ou par $- \surd 3 - \surd 2 + 1$, &c. & nous parviendrons à une mesme fin. Item le quadrinomie, comme $\surd 5 + \surd 4 + \surd 3 + \surd 2$, multiplié par son respondant contraire $\surd 5 + \surd 4 - \surd 3 - \surd 2$, donne produict trinomie, & puis comme dessus.

Le second poinct est, que si nombre à diviser & diviseur sont multipliez par nombres egaux, les produicts divisez l'un par l'autre, donnent le mesme quotient, que les nombres donnez. Soit par exemple nombre à diviser 6, & diviseur 2; Puis multiplions l'un & l'autre par 4, les produicts seront 24, & 8, desquels le quotient 3, est egal au quotient de 6 & 2 donné. Et si autrefois nous multiplions 24 & 8, par nombres egaux, soit par 5, les pro-

produicts seront 120, & 40, desquels le quotient est autrefois 3.

Lesquels deux points entenduz, ne reste que de convertir le multinomie donné en simple nom, par multiplication, comme nous avons dict cy dessus au premier poinct. Puis par les mesmes nombres, par lesquels en la conversion le diviseur a esté multiplié, aussi multiplier le nombre à diviser; Et ainsi on aura le nombre à diviser multinomie, & le diviseur simple nom, desquels le quotient se trouve par le precedent premier exemple, qui pour les raisons que dessus, sera aussi le quotient des nombres donnez.

Soit par exemple $\surd 8 + \surd 6$, à diviser par $\surd 4 + \surd 2$: On multipliera premierement le diviseur $\surd 4 + \surd 2$, par son respondant contraire $\surd 4 - \surd 2$, donne produict 2; puis multiplié aussi $\surd 8 + \surd 6$, par $\surd 4 - \surd 2$, donne produict $\surd 32 + \surd 24 - \surd 16 - \surd 12$, qui divisé par 2, ou par $\surd 4$, donne par le premier exemple pour quotient requis $\surd 8 + \surd 6 - 2 - \surd 3$.

Semblable sera aussi l'operation par diviseur trinomie; Soit par exemple nombre à diviser $\surd 8$, & diviseur $\surd 3 + \surd 2 + 1$; On multipliera premierement le diviseur par son respondant contraire, soit par $\surd 3 + \surd 2 - 1$, donne produict $4 + \surd 24$; Qui autrefois multiplié par son respondant contraire $- 4 + \surd 24$, donne produict 8: Or veu qu'on a multiplié le diviseur premierement par $\surd 3 + \surd 2 - 1$, & le produict autrefois par $- 4 + \surd 4$, faudra pour les raisons que dessus multiplier le nombre à diviser $\surd 8$, premierement par $\surd 3 + \surd 2 - 1$, donne produict $\surd 24 + 4 - \surd 8$, puis le mesme par $- 4 + \surd 24$, donne produict $8 + \surd 128 - \surd 192$; De sorte qu'au lieu des nombres donnez $\surd 8$, & $\surd 3 + \surd 2 + 1$, nous avons autres nombres entre eux en la mesme raiſon; à ſçavoir nombre à diviſer $8 + \sqrt{128} - \sqrt{192}$, & diviſeur 8, deſquels le quotient requis par le premier exemple, eſt $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$, & ainſi d'autres ſemblables.

NOTA. L'on pourroit auſſi donner ſolution, par fraction de multinomie, mettant le nombre à diviſer $\sqrt{8}$ ſur une ligne, & le diviſeur deſſoubs, en ceſte ſorte, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$, lequel ſe dict auſſi le quotient requis, & eſt egal à l'autre quotient $1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$. *Demonſtration.* Chaſcun des precedens quotiens, contient autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviſer contient le diviſeur; Car comme le quotient à l'unite, ainſi le nombre à diviſer au diviſeur; c'eſt doncques legitime diviſion, par la 97 definition, & les quotiens ſont les vrais quotiens requis. Ou autrement, on pourroit multiplier le diviſeur par le quotient. Et par ce que le produit eſt egal au nombre à diviſer donné, nous concluons comme devant, que les ſolutions ſont vrayes; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné, multinomie entier à diviſer, & multinomie entier diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus adjouſté à plus, donner ſomme plus, & moins ajouſté à moins, donner ſomme moins, & moins ajouſté à plus, à lors la difference des nombres, avec le ſigne du majeur nombre; eſtre la ſomme.

Explication du donné. Soyent $15 - 3 - 4 - 5$, & $6 - 2 + 8 + 3$, ajouſtez en ceſte ſorte; $+ 15$ & $+ 6$ font $+ 21$ (car le theoreme dict, que $+$ ajouſté à $+$, donne ſomme $+$) Puis $- 3$ & $- 2$ font $- 5$ (car le theoreme dict, que $-$ ajouſté à $-$, donne ſomme $-$) Puis $- 4$ & $+ 8$ font ſont 4 (car le theoreme dict, que — adjouſté à +, à lors leur difference avec le ſigne du majeur nombre, donne la ſomme) Et de meſme ſorte — 5 avec + 3 fera — 2.

Nombres à ajouſter	15 — 3 — 4 — 5
	6 — 2 + 8 + 3
Somme	21 — 5 + 4 — 2

Explication du requis. Il faut demonſtrer par ledict donné, que + ajouſté à +, donne ſomme + & le reſte du theoreme. *Demonſtration.* Les 15 — 3 — 4 — 5 vallent 3; Et les 6 — 2 + 8 + 3 vallent 15, deſquels 3 & 15, la ſomme eſt 18, pour la ſomme des donnez; Auſſi vaut 18 la ſomme de 21 — 5 + 4 — 2; Doncques 21 — 5 + 4 — 2 eſt la vraye ſomme; Mais elle eſt trouvée par operation conforme au theoreme; parquoy le theoreme eſt veritable. *Concluſion.* Doncques plus ajouſté à plus, donne ſomme plus, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

De l'addition des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXVIII.

Estant donnez multinomies radicaux entiers : Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent multinomies radicaux entiers à ajouſter $\sqrt{}$ 8 — $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 20 — $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2; Et $\sqrt{}$ 2 — $\sqrt{}$ 12 — $\sqrt{}$ 5 + $\sqrt{}$ 27 — $\sqrt{}$ 18. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On ajouſtera les nombres, obſervant les reigles de + & —, contenues au theoreme cy devant. Or doncques ajouſtez $\sqrt{}$ 8 à $\sqrt{}$ 2, faict, par le 24 probleme, + $\sqrt{}$ 18 (+ $\sqrt{}$ 18 par ce que + avec + ſelon le theoreme faict +) ainſi des autres: la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

Nomb. à ajouster	$\sqrt{8}-\sqrt{3}+\sqrt{20}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$
	$\sqrt{2}-\sqrt{12}-\sqrt{5}+\sqrt{27}-\sqrt{18}$
Somme	$\sqrt{18}-\sqrt{27}+\sqrt{5}+\sqrt{12}-\sqrt{8}$

Ie di, que la dicte somme, est la somme requise; Dont la demonstration est manifeste, par celle du theoreme precedent. *Conclusion.* Estant doncques donnez multinomies radicaux entiers à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Plus avec moindre nombre, soubstraict de plus avec majeur nombre, donner reste plus; & moins avec moindre nombre, soubstraict de moins avec majeur nombre, donner reste moins; & plus avec majeur nombre, soubstraict de plus avec moindre nombre, doncq la difference des nombres avec moins estre la reste; & moins avec majeur nombre, soubstraict de moins avec moindre nombre, adonc leur difference avec plus, estre la reste; & plus de moins, ou moins de plus, adonc la somme des nombres, avec le signe du nombre duquel on soubstraict, estre la reste.

Explication du donné. Soyent $12-2+5-8+4-8$, soubstraicts de $20-6+2-3-2+3$, en ceste sorte: $+12$ de $+20$ donne reste $+8$ (car le theoreme dict, que $+$ avec moindre nombre, soubstraict de $+$ avec majeur nombre, donne reste $+$) & le suyvant selon le theoreme.

Nombre duquel	$20-6+2-3-2+3$
Nombre à soubstraire	$12-2+5-8+4-8$
Reste	$8-4-3+5-6+11$

Explication du requis. Il faut demonstrer par ledict donné, que $+$ avec moindre nombre, soubstraict de $+$ avec majeur nombre, donne reste $+$, & le suyvant du theo-

reme.

reme. *Demonstration.* Le nombre donné duquel il faut soubstraire, vaut 14, & le nombre à soubstraire vaut 3, & soubstraict 3 de 14 reste 11; Aussi vaut 11 la reste 8 — 4 — 3 + 5 — 6 + 11; Doncques c'est la vraye reste; mais elle est trouvé par operation conforme au theoreme, comme il appert en l'explication du donné; parquoy le theoreme est veritable. *Conclusion.* Doncques plus avec moindre nombre, soubstraict de + avec maieur nombre, donne reste +, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

De la soubstraction des multinomies radicaux entiers.

PROBLEME XXIX.

Estant donné multinomie radical entier duquel on soubstraict, & multinomie radical entier à soubstraire: Trouver leur reste.

Explication du donné. Soit donné multinomie radical duquel on soubstraict $\surd 18 - \surd 20 + \surd 3 - \surd 3 + \surd 8 - \surd 2$; Et à soubstraire $\surd 2 - \surd 5 + \surd 12 - \surd 27 - \surd 2 + \surd 8$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On soubstraira les donnez, observant les reigles de + & — contenues au precedent theoreme: Or doncques soubstraict $+ \surd 2$, de $+ \surd 18$, reste, par le 25 probleme, $+ \surd 8$ ($+ \surd 8$, parce qu'au theoreme est dict, que + avec moindre nombre, soubstraict de + avec majeur nombre, donne reste +) & ainsi des autres; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

Multi. duq.	$\surd 18 - \surd 20 + \surd 3 - \surd 3 + \surd 8 - \surd 2$
Mult. à soub.	$\surd 2 - \surd 5 + \surd 12 - \surd 27 - \surd 2 + \surd 8$
Reste	$\surd 8 - \surd 5 - \surd 3 - \surd 12 + \surd 18 - \surd 18$

Dont la demonstration est manifeste, par celle du 25 probleme,& par le precedent theoreme. *Conclusion.* Estât doncques donné multinomie radical entier duquel on soubstraict & multinomie radical entier à soubstraire, nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

Quatriesme distinction des quatre numerations des multinomies radicaux rompuz.

De la multiplication des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXX.

Estant donné multinomie radical rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné multinomie rompu à multiplier $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$, & multiplicateur $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}}$.

Explication du requis. Il faut trouver leur produict.

NOTA. Celuy qui aura bien entendu les quatre numerations des multinomies entiers, & la disposition des characteres des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompuz, comme sont celles du 10. 11. 12. & 13. probleme; il pourra facilement entendre ces quatre numerations de multinomies rompuz; veu que c'est la mesme methode. *Construction.* On multipliera les numerateurs $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, & $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, l'un par l'autre, font par le 26 probleme $\sqrt{6}+\sqrt{18}+\sqrt{8}+\sqrt{24}$, lequel abbrevié, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$ (car $\sqrt{6}$ & $\sqrt{24}$ font $\sqrt{54}$, & $\sqrt{18}$ avec $\sqrt{8}$ font $\sqrt{50}$) Puis on multipliera les nominateurs $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, & $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, l'un par l'autre, font par ledict 26 probleme $\sqrt{16}+\sqrt{32}+\sqrt{4}+\sqrt{8}$, lequel abbrevié, faict $6+\sqrt{72}$ (car $\sqrt{16}$, & $\sqrt{4}$, font 6, & $\sqrt{32}$ avec $\sqrt{8}$ font $\sqrt{72}$) Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle:

$\sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{54}+\sqrt{50}}{6+\sqrt{72}}$$

Je di que $\frac{\sqrt{54}+\sqrt{50}}{6+\sqrt{72}}$ est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par icelle du 22 probleme, & par le theoreme devant le 26 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la division des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXXI.

Estant donné multinomie radical rompu à diviser, & multinomie rompu diviseur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné multinomie à diviser $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ & diviseur $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On multipliera par croix, à sçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict (estant abbrevié) $6+\sqrt{72}$. Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$; Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \cdot \frac{6+\sqrt{72}}{\sqrt{54}+\sqrt{50}}$$

Ie di que $\frac{6+\sqrt{72}}{\sqrt{54}+\sqrt{50}}$ est le quotient requis. dont la demonstration est manifeste par celle du 23 probleme, & par le theoreme devant le 27 probleme. *Conclusion.* Estant donques donné multinomie radical rompu à diviser, & multinomie rompu diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXXII.

Estant donnez multinomies rompuz à ajouster: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent donnez multinomies rompuz à ajouster, $\frac{\surd 2 + \surd 6}{\surd 2 + \surd 4}$, & $\frac{\surd 8 + \surd 2}{\surd 3 + \surd 4}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On suyvera la methode de la construction du 10 probleme en ceste sorte: On multipliera en croix, à sçavoir $\surd\ 2 + \surd\ 4$, par $\surd 8 + \surd\ 2$, faict $6 + \surd\ 72$: Puis $\surd\ 2 + \surd\ 6$, par $\surd 3 + \surd\ 4$, faict $\surd\ 54 + \surd\ 50$: Puis on ajoustera ces deux produicts, à sçavoir $6 + \surd\ 72$, avec $\surd\ 54 + \surd\ 50$, font par le 26 probleme $6 + \surd\ 54 + \surd|242$: Puis on multipliera $\surd\ 2 + \surd\ 4$, par $\surd\ 3 + \surd\ 4$, faict $\surd\ 6 + \surd\ 12 + \surd 8 + 4$, Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\surd 2 + \surd 6}{\surd 2 + \surd 4} \times \frac{\surd 8 + \surd 2}{\surd 3 + \surd 4} \qquad \begin{array}{r} 6 + \surd 72. \\ \surd 54 + \surd 50. \\ \hline 6 + \surd 54 + \surd 242. \\ \hline \surd 6 + \surd 12 + \surd 8 + 4. \end{array}$$

Je di, que $\frac{6 + \surd 54 + \surd 242}{\surd 6 + \surd 12 + \surd 8 + 4}$, est la somme requise; Dont la demonstration est manifeste par celle du 22 & 24 probleme, & par les theoremes devant le 26 & 28 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donnez multinomies rompuz à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De

De la soubstraction des multinomies radicaux rompuz.

PROBLEME XXXIII.

Estant donné multinomie radical rompu duquel on soustraict, & multinomie radical rompu à soubstraire: Trouver leur reste.

Explication du donné. Soit donné multinomie rompu duquel on soubstraict $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$; Et multinomie à soubstraire $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On suyvera la methode de la construction de 11 probleme en ceste sorte: On multipliera par croix, à sçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict $6+\sqrt{72}$: Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$: Puis on soubstraira $\sqrt{54}+\sqrt{50}$ de $6+\sqrt{72}$, & resté (par le 29 probleme) $6+\sqrt{2}-\sqrt{54}$: Puis on multipliera $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4$. Et la disposition des characteres de l'operation achevée sera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \qquad \begin{array}{r} 6+\sqrt{72}. \\ \hline \sqrt{54}+\sqrt{50}. \\ \hline 6+\sqrt{2}-\sqrt{54}. \\ \hline \sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4. \end{array}$$

Je di que $\frac{6+\sqrt{2}-\sqrt{54}}{\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4}$ est la reste requise. dont la demonstration est manifeste, par celle du 22 & 25 probleme, & par les theoremes devant le 26 & 29 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical rompu duquel on soubstraict, & multinomie radical rompu a soubstraire; Nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

NOTA II. Semblable sera l'operation des quatre numerations des multinomies d'aultres especes de racines quelconques. Et s'il y euſt à multiplier, diviſer, ajouſter, ou ſoubſtraire, par differentes eſpeces de racines, on les convertira à une meſme eſpece, par le 19 probleme, & puis comme deſſus.

NOTA II. Il avient aucunefois, que de deux multinomies radicaux, l'on veult cognoiſtre le maieur; Il eſt vray, que la ſoubſtraction des incommenſurables par —, donne la reſte, mais nous ne cognoiſſons pas encore le maieur, nous en ferons doncques prob. tel:

PROBLEME XXXIV.

Estant donnez deux multinomies radicaux: Trouver quel eſt le maieur.

Explication du donné. Soyent donnez deux multinomies radicaux tels: le premier 3 + √ 8, le ſecond 8 — √ 5. *Explication du requis.* Il faut trouver quel des deux eſt le maieur. *Conſtruction.*

Soubſtraict de chaſcune partie 3, reſtera
du premier √ 8, du ſecond 5 — √ 5.
Puis prins le quarré de chaſque nombre,
le premier ſera 8, le ſecond 30 — √ 500.
Puis ſoubſtraict de chaſque partie 8, reſtera
du premier 0, du ſecond 22 — √ 500.
Puis ajouſté à chaſque partie √ 500,
le premier ſera √ 500, le ſecond 22 qui vault
√ 484.

Doncques le premier nombre donné 3 + √ 8 eſt maieur que le ſecond nombre donné 8 — √ 5.

Demonſtration. La demonſtration eſt manifeſte par commune ſentence; Si à inegaux on ajouſte ou ſoubſtraict egaux, le maieur demeure le maieur. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez deux multinomies radicaux,

nous

nous avons trouvé quel est le maieur, ce qu'il falloit faire.

Cincquiesme distinction de l'invention des douze especes de binomies, & autres computations y appartenantes.

Probleme XXXV.

Trouver deux nombres quarrez, à leurs racines commensurables, & desquels la somme soit aussi à sa racine commensurable.

Construction. On prendra quelques deux produicts inegaux; de deux termes de nombres Arithmetiques, de deux raisons egales. Comme 4. 2. & 2. 1. sont deux raisons egales, & le produict des termes de l'une raison est 8, & de l'autre 2; Les mesmes soyent disposez en ceste sorte:

Produicts inegaux desdictes raisons egales	$\begin{cases} 8 \\ 2 \end{cases}$
Leur reste	6
Sa moitie	3
Sa potence quarrée	9
Le produict de 8 & 2 est	16

Je di, que le cincquiesme & sixiesme en l'ordre, à sçavoir 9 & 16, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 9 & 16 sont les deux nombres quarrez, à leurs racines commensurables, car la racine de l'un est 3, & de l'autre est 4; Aussi leur somme 25, est quarré, à sa racine 5 commensurable; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons doncques trouvez deux nombres, à leurs racines commensurables, & desquels la somme est aussi à sa racine commensurable; ce qu'il falloit faire.

PRO-

PROBLEME XXXVI.

TRouver deux nombres quarrez, à leurs racines commensurables, & desquels la somme soit à sa racine quarrée incommensurable.

Construction. Les produicts inegaux de deux raisons egales, par la doctrine de la construction du precedent

35 probleme, sont	8, 2
Leur reste	6
Sa moitie	3
De laquelle soubstraict 1 par reigle, reste	2
Son quarré	4
Le produict du 8 & 2 est	16

Je di, que 4 & 16, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 4 & 16, sont deux quarrez, à leurs racines commensurables; car la racine de l'un est 2, & de l'autre 4: Aussi leur somme, à sçavoir 20, est nombre quarré, à sa racine $\sqrt{}$ 20 incommensurable; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé deux nombres quarrez, à leurs racines commensurables, & desquels la somme est à sa racine incommensurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVII.

TRouver deux nombres, desquels la somme divisée par chascun d'iceux, le quotient soit quarré à sa racine incommensurable.

Construction.

On prendra quelque nombre à sa racine commensurable, comme 9, le mesme se divisera en quelques deux parties, comme 6 & 3, chascune à sa racine quarrée incommensurable: Je di que 6 & 3 sont les nombres

bres requiz. *Demonstration.* La somme de 6 & 3 est 9, laquelle divisée par 3, donne quotient 3, qui est à sa racine quarrée incommensurable : Semblablement le mesme 9 divisé par 6, donne quotient 1 $\frac{1}{2}$, qui est aussi à sa racine incommensurable selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé deux nombres, desquels la somme divisé par chascun d'iceux, le quotient est quarré, à sa racine incommensurable; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XXXVIII.

Trouver les douze especes de binomies.

Construction du premier binomie.

Quelques deux nombres de la qualité du 35. prob.	$\begin{cases} 8 \\ 2 \end{cases}$
Leur reste	6
Quelque nombre Arithmetique	3
Son quarré	9
Puis ledict 8 donne ledict 6, combien ledict 9? faict	$6 \frac{3}{4}$
Sa racine quarrée est	$\sqrt{} 6 \frac{3}{4}$

Je di, que le quatriesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $3 + \sqrt{} 6 \frac{3}{4}$, font le premier binomie requis.

Construction du second binomie.

Quelques deux nombres de la qualité du 35 prob.	$\begin{cases} 8 \\ 2 \end{cases}$
Leur reste	6
Quelque nombre Arithmetique	3
Puis ledict 6, donne ledict 8, combien ledict 9? faict	12
Sa racine quarrée est	$\sqrt{} 12$

Je di, que le quatriesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $3 + \sqrt{} 12$, font le second binomie requis.

Con-

Construction du troisiesme binomie.

Quelques deux nombres de laqualité du 35 prob. $\begin{cases} 8 \\ 2 \end{cases}$

Leur reste 6

Auquel adjousté par reigle 1

Leur somme (laquelle doibt estre à sa racine incommensurable) est 7

Quelque nombre Arithmetique comme 3

Son quarré 9

Puis ledict 7, donne ledict 8, combien ledict 9? faict $10\frac{2}{7}$

Sa racine est $\sqrt{}\,10\frac{2}{7}$

Puis ledict 8 donne ledict 6, combien ledict $10\frac{2}{7}$? faict $7\frac{5}{7}$

Sa racine est $\sqrt{}\,7\frac{5}{7}$

Je di, que le neufiesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $\sqrt{}\,10\frac{2}{7} + \sqrt{}\,7\frac{5}{7}$, font le troisiesme binomie requis.

Construction du quatriesme binomie.

Quelques deux nombres de la qualité du 37 prob. $\begin{cases} 6 \\ 3 \end{cases}$

Leur somme 9

Quelque nombre Arithmetique 2

Son quarré 4

Puis ledict 9, donne ledict 6, combien ledict 4? faict $2\frac{2}{3}$

Sa racine est $\sqrt{}\,2\frac{2}{3}$

Je di, que le quatriesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $2 + \sqrt{}\,2\frac{2}{3}$, font le quatriesme binomie requis.

Construction du cincquiesme binomie.

Quelques deux nombres de la qualité du 37. prob. $\begin{cases} 6 \\ 3 \end{cases}$

Leur

Leur somme 9
Quelque nombre Arithmetique 2
Son quarré 4
Puis ledict 6, donne ledict 9, combien ledict 4? faict 6
Sa racine ✓6

Je di, que le quatriesme & dernier en l'ordre, à sçavoir 2 + ✓6, font le cincquiesme binomie requis.

Construction du sixiesme binomie.

On prendra quelque nombre Arithmetique, à sa racine incommensurable, soit 12, le mesme partirons en deux parties entre eux premieres, comme { 7, 5
Leur somme 12
Le quarré de quelque nombre Arithmetique 9
Quelque nombre Arithmetique 6
Son quarré 36
Puis ledict 9, donne ledict 12, combien ledict 36? faict 48
Sa racine est ✓48
Puis ledict 12, donne ledict 7, combien ledict 48? faict 28
Sa racine est ✓28

Je di, que le huictiesme & dernier en l'ordre, à sçavoir ✓48 + ✓28, font le sixiesme binomie requis.

Construction du septiesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du premier binomie, les disioignant par —: Soyent 3 — ✓ $6\frac{3}{4}$. Je di qu'il est le septiesme binomie requis.

Construction du huictiesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedante cedente construction, du second binomie, les disioignant par —: Soyent √ 12 — 3. Je di qu'il est le huictiesme binomie requis.

Construction du neufiesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du troisiesme binomie, les disioignant par —: Soyent √ 10 $\frac{2}{7}$ — √ 7 $\frac{5}{7}$. Je di qu'il est le neufiesme binomie requis.

Construction du dixiesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction du quatriesme binomie, les disioignant par —: Soyent 2 — √ 2 $\frac{2}{3}$. Je di qu'il est le dixiesme binomie requis.

Construction de l'onziesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du cincquiesme binomie, les disioignant par —: Soyent √ 6 — 2. Je di qu'il est l'onziesme binomie requis.

Construction du douziesme binomie.

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente construction, du sixiesme binomie, les disioignant par —: Soyent √ 48 — √ 28. Je di qu'il est le douziesme binomie requis. *Demonstration.* La demonstration de la premiere construction, à sçavoir que 3 + √ 6 $\frac{3}{4}$, soit un premier binomie, est manifeste, parce qu'il a les conditions de la 45 definition: & du second binomie par la 46 definition: & ainsi des autres chascun par sa respondante definition; Dont l'origine se peut colliger des 35. 36. 37. problemes precedans; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé les douze especes de binomies; ce qu'il falloit faire.

Sixies-

Sixiesme distinction des extractions des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XXXIX.

Estant donné multinomie radical: Trouver sa racine requise.

Exemple I. de l'extraction de racine quarrée de binomie premier.

Explication du donné. Soit donné binomie premier $7 + \sqrt{48}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée.

Construction.

Le quarré du maieur nom donné est	49
Duquel soubstraict le quarré du moindre nom donné	48
Reste	1
Son quart par reigle est	$\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée	$\frac{1}{2}$
A laquelle ajousté la moitié du maieur nom donné	$3\frac{1}{2}$
Faict	4
Sa racine quarrée	2
La moitié du maieur nom donné	$3\frac{1}{2}$
Du mesme soubstraict le cincquiesme en l'ordre	$\frac{1}{2}$
Reste	3
Sa racine est	$\sqrt{3}$

Je di, que le huictiesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $\sqrt{3} + 2$, est la racine requise.

NOTA I. La ligne respondante à ceste racine de premier binomie, s'appelle par Euclide proposition 36 livre 10. selon le commentateur Zambertus, *linea ex binis nominibus*.

NOTA II. Il est vray que l'ordre des extractions des racines quarrees, des onze eſpeces de binomies ſuivantes, eſt en chaſcune ſemblable à l'ordre precedent, toutesfois en plus grande evidence nous mettrons leurs conſtructions au long, comme la precedente, à fin de demonſtrer plus clairemẽt, quelle eſpece de racine tient chaſcun binomie, & à quelle ligne elle ſe refere au dixieſme livre d'Euclide.

Exemple II. *de l'extraction de racine quarree, de binomie ſecond.*

Explication du donnè. Soit donnè binomie ſecond $\surd 18 + 4$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du majeur nom donné eſt	18
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné	16
Reſte	2
Son quart par reigle	$\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée eſt	$\surd \frac{1}{2}$
A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné	$\surd 4\frac{1}{2}$
Faict	$\surd 8$
Sa racine	$\surd\surd 8$
La moitie du majeur nom donné	$\surd 4\frac{1}{2}$
Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre	$\surd \frac{1}{2}$
Reſte	$\surd 2$
Sa racine eſt	$\surd\surd 2$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\surd\surd 8 + \surd\surd 2$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſecond binomie, s'appelle par Euclide propoſition 37 livre 10. *linea ex binis mediis prima*, & eſt telle, que le rectangle contenu

tenu ſoubs ſes noms (qu'Euclide appelle *rationale*) s'explique par nombre Arithmetique, car le produict de $\sqrt{\sqrt{8}}$ par $\sqrt{\sqrt{2}}$ eſt 2.

Exemple III. *de l'extraction de racine quarrée de binomie troiſieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie troiſieſme $\sqrt{20} + \sqrt{15}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du majeur nom donné eſt	20
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné	15
Reſte	5
Son quart par reigle	$1\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{1\frac{1}{4}}$
A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné	$\sqrt{5}$
Faict	$\sqrt{11\frac{1}{4}}$
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{\sqrt{11\frac{1}{4}}}$
La moitie du majeur nom donné	$\sqrt{5}$
Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre	$\sqrt{1\frac{1}{4}}$
Reſte	$\sqrt{\frac{5}{4}}$
Sa racine eſt	$\sqrt{\sqrt{\frac{5}{4}}}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{\sqrt{11\frac{1}{4}}} + \sqrt{\sqrt{\frac{5}{4}}}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine troiſieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 38. livre 10. *Linea ex binis mediis ſecunda*, & eſt telle, que le rectangle contenu ſoubs ces noms (lequel rectangle Euclide appelle *medium*) s'explique par racine à ſon quarré incommēſurable, car le produict de $\sqrt{\sqrt{11\frac{1}{4}}}$ par $\sqrt{\sqrt{\frac{5}{4}}}$ eſt $\sqrt{\frac{15}{4}}$.

Exemple IV. *de l'extraction de racine quarree de binomie quatrieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie quatrieſme

$5 + \sqrt{12}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée.

Construction.

Le quarré du majeur nom donné	25
Duquel soubstraict le quarré du moindre nom donné	12
Reste	13
Son quart par reigle	$3\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée	$\sqrt{3\frac{1}{4}}$
A laquelle ajousté la moitie du majeur nom donné	$2\frac{1}{2}$
Faict	$2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$
Sa racine est	$\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$
La moitie du majeur nom donné	$2\frac{1}{2}$
Du mesme soubstraict le cincquiesme en l'ordre	$\sqrt{3\frac{1}{4}}$
Reste	$2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$
Sa racine est	$\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$

Je di, que le huictiesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}} + \sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$, est la racine requise.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de quatriesme binomie, s'appelle par Euclide proposit. 39. livre 10. *linea major*, & a deux proprietez; la premiere, que le rectangle contenu soubs les deux parties, de laquelle la ligne est composée, sera *medium*; c'est à dire, que ce sera une superfice, de laquelle la quantité s'expliquera, par quelque racine à son quarré incommensurable, qui est en cest exemple $\sqrt{3}$, lequel se prouve en multipliant $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$ (qui se refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$ (qui se refere à l'autre partie de ladicte ligne) desquels le produict, par le 40 probleme, est $\sqrt{3}$, comme dessus. La seconde proprieté de ceste *linea major*, est, que le rectangle composé des deux quarrez, descripts desdictes ses deux parties, faict une super-

ſuperfice, qu'Euclide appelle *rationale*; c'eſt à dire, que le nombre l'explicant ſera nombre Arithmetique, car il eſt en ceſt exemple 5, lequel ſe prouve ainſi: Le quarré de l'une partie $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \sqrt{}\,3\frac{1}{4}$, eſt $2\frac{1}{2} + \sqrt{}\,3\frac{1}{4}$, & le quarré de l'autre partie $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \sqrt{}\,3\frac{1}{4}$, eſt $2\frac{1}{2} - \sqrt{}\,3\frac{1}{4}$, leſquels deux quarrez enſemble, par le ſuivant 42 probleme, font 5, comme deſſus.

Exemple V *de l'extraction de racine quarrée de binomie cincquieſme.*

Explication du donné. Soit donné binomie cincquieſme $\sqrt{}\,6 + 2$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Conſtruction.

Le quarré du maieur nom donné	6
Duquel ſoub. le quarré du moindre nom donné	4
Reſte	2
Son quart par reigle eſt	$\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée eſt	$\sqrt{}\,\frac{1}{2}$
A laquelle ajouſté la moitie du maieur nom donné	$\sqrt{}\,1\frac{1}{2}$
Faict	$\sqrt{}\,1\frac{1}{2} + \sqrt{}\,\frac{1}{2}$
Sa racine eſt	$\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}\,1\frac{1}{2} + \sqrt{}\,\frac{1}{2}$
La moitie du maieur nom donné	$\sqrt{}\,1\frac{1}{2}$
Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre	$\sqrt{}\,\frac{1}{2}$
Reſte	$\sqrt{}\,1\frac{1}{2} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$
Sa racine	$\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}\,1\frac{1}{2} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}\,1\frac{1}{2} + \sqrt{}\,\frac{1}{2} + \sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}\,1\frac{1}{2} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de cincquieſme binomie, s'appelle, par Euclide propoſition 40 livre 10, *linea rationale mediumque potens*, & a deux pro-

 prietez

prietez conformes au nom d'icelle: desquelles la premiere est, que le rectangle contenu soubs les deux parties, de laquelle elle est composée, sera *rationale*; c'est à dire, que le nombre l'explicant, sera nombre Arithmetique; car il est en cest exemple 1, lequel se prouve, en multipliant $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{} 1\frac{1}{2} + \sqrt{} \frac{1}{2}$ (qui se refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{} 1\frac{1}{2} - \sqrt{} \frac{1}{2}$ (qui se refere à l'autre partie de ladicte ligne) desquels le produict, par le 40 probleme suivant, est 1, comme dessus: La seconde proprieté est, que le rectangle composé des deux quarrez, descripts desdictes deux parties desquelles elle est composée, est une superfice, laquelle Euclide appelle *medium*, c'est à dire, qu'elle s'expliquera par quelque nombre qui sera racine à son quarré incommensurable, car il est en ceste exemple $\sqrt{} 6$, lequel se prouve ainsi: Le quarré de l'une partie $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{} 1\frac{1}{2} + \sqrt{} \frac{1}{2}$, est $\sqrt{} 1\frac{1}{2} + \sqrt{} \frac{1}{2}$, & le quarré de l'autre partie $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{} 1\frac{1}{2}, - \sqrt{} \frac{1}{2}$, est $\sqrt{} 1\frac{1}{2} - \sqrt{} \frac{1}{2}$, lesquels deux quarrez emsemble (par le 42 probleme) font $\sqrt{} 6$, comme dessus.

Exemple VI *de l'extraction de racine quarrée de binomie sixiesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie sixiesme $\sqrt{} 5 + \sqrt{} 3$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée.

Construction.

Le quarré du maieur nom donné	5
Duquel soubst. le quarré du moindre nom donné	3
Reste	2
Son quart par reigle est	$\frac{1}{2}$
Sa racine quarrée est	$\sqrt{} \frac{1}{2}$
A laquelle ajousté la moitie du maieur nom donné	$\sqrt{} 1\frac{1}{4}$

Faict

Faict $\sqrt{}\,1\frac{1}{4} + \sqrt{}\,\frac{1}{2}$

Sa racine quarrée est $\sqrt{}\,bino\ \sqrt{}\,1\frac{1}{4} + \sqrt{}\,\frac{1}{2}$

La moitie du majeur nom donné $\sqrt{}\,1\frac{1}{4}$

Du mesme soubstraict le cincquiesme en l'ordre $\sqrt{}\,\frac{1}{2}$

Reste $\sqrt{}\,1\frac{1}{4} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$

Sa racine est $\sqrt{}\,bino.\ \sqrt{}\,1\frac{1}{4} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$

Je di, que le huictiesme & dernier en l'ordre, à sçavoir $\sqrt{}\,bino.\ \sqrt{}\,1\frac{1}{4} + \sqrt{}\,\frac{1}{2} + \sqrt{}\,bino.\ \sqrt{}\,1\frac{1}{4} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$, est la racine requise.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de sixiesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 41 livre 10. *Linea bina media potens*, & a deux proprietez, conformes au nom d'icelle, desquels est la premiere, que le rectangle contenu soubs les deux parties, de laquelle elle est composée, sera *medium*, c'est à dire, que le nombre l'explicant, sera racine à son quarre incommensurable, car il est en cest exemple $\sqrt{}\,\frac{3}{4}$, lequel se prouve en multipliant $\sqrt{}\,bino.\ \sqrt{}\,1\frac{1}{4} + \sqrt{}\,\frac{1}{2}$ (qui se refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\sqrt{}\,bino.\ \sqrt{}\,1\frac{1}{4} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$ (qui se refere à l'autre partie de ladicte ligne) desquels le produict, par le 40 probleme suivant, est $\sqrt{}\,\frac{3}{4}$ comme dessus: La seconde proprieté est, que le rectangle cõposé des deux quarrez, descripts desdictes deux parties, de laquelle elle est composee, est aussi *medium*, car il est en cest exẽple $\sqrt{}\,5$, lequel se prouve ainsi: Le quarré de l'une partie, qui est $\sqrt{}\,bino.\ \sqrt{}\,1\frac{1}{4} + \sqrt{}\,\frac{1}{2}$, est $\sqrt{}\,1\frac{1}{4} + \sqrt{}\,\frac{1}{2}$, & le quarré de l'autre partie, qui est $\sqrt{}\,bino.\ \sqrt{}\,1\frac{1}{4} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$, est $\sqrt{}\,1\frac{1}{4} - \sqrt{}\,\frac{1}{2}$, lesquels deux quarrez ensemble (par le 42 probleme suyvant) font $\sqrt{}\,5$, comme dessus.

Exemple VII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie septiesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie septiesme

$3 - \sqrt{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* La construction sera semblable à celle du premier exemple, excepté que ceste racine sera binomie disioinct tel $\sqrt{2\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, lequel je di estre la racine requise.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de septiesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 73 livre 10 *Apotome.*

Exemple VIII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie huictiesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie huictiesme $\sqrt{18} - 4$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* La construction sera semblable à celle du second exemple, excepté que ceste racine sera binomie disioinct tel, $\sqrt{8} - \sqrt{2}$.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de huictiesme binomie, s'appelle par Euclide proposit. 74. livre 10 *mediæ Apotome prima*, & ses noms reçoyvent aussi la propriete de la note du second exemple.

Exemple I X. *de l'extraction de racine quarrée de binomie neufiesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie neufiesme $\sqrt{20} - \sqrt{15}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* La construction sera semblable à celle du troisiesme exemple, excepté que ceste racine sera binomie disioinct tel, $\sqrt{11\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{1}{4}}$.

NOTA.

La ligne respondante à ceste racine de neufiesme binomie, s'appelle par Euclide proposit. 75. livre 10. *media Apotome secunda*, & ses noms reçoyvent aussi la proprieté de la note du troisiesme exemple.

Exem-

Exemple X. *de l'extraction de racine quarrée de binomie dixiesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie dixiesme $5 - \surd 12$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* La construction sera semblable à celle du quatriesme exemple, excepté que ceste racine sera de deux racines de binomies entre eux disioinctes telle, $\surd$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \surd 3\frac{1}{4} - \surd$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \surd 3\frac{1}{4}$.

NOTA.

La ligne respondante à ceste racine de dixiesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 76 livre 10. *linea minor*, & ses noms reçoyvent aussi les proprietez de la note du quatriesme exemple.

Exemple XI. *de l'extraction de racine quarrée de binomie onziesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie onziesme $\surd 6 - 2$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* La construction sera semblable à celle du cincquiesme exemple, excepté que ceste racine sera de deux racines de binomies entre eux disioinctes telle, $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{2} + \surd \frac{1}{2} - \surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{2} - \surd \frac{1}{2}$.

NOTA.

La ligne respondante à ceste racine de onziesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 77 livre 10. *linea cum rationali medium totum efficiens*, & ses noms reçoyvent aussi les proprietez de la note du cinquiesme exemple.

Exemple XII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie douziesme.*

Explication du donné. Soit donné binomie douziesme

$\surd$ 5 — $\surd$ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* La construction sera semblable à celle du sixiesme exemple, excepté que ceste racine sera de deux racines de binomies entre eux disjointes telle, $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{4} + \surd\, \frac{1}{2}$ — $\surd$ *bino.* $\surd\, 1\frac{1}{4} - \surd\, \frac{1}{2}$.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de douziesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 78. livre 10. *Linea cum medio medium totum efficiens*, & ses noms reçoivent aussi les proprietez de la note du sixiesme exemple.

DE L'ORIGINE DES PRECEDENTES DOVZE CONSTRVCTIONS.

Pour declarer l'origine de l'invention des precedentes operations, il faut sçavoir, qu'estant donné un binomie, son quarré a tousiours le maieur nom, composé de la somme des quarrez des noms du binomie donné, & son moindre nom, est tel que son quarré, à telle difference au quarré du maieur nom, comme il y a entre les quarréz des noms du quarre du binomie donné. Soit par exemple binomie donné 2 + $\surd$ 3, son quarré est 7 + $\surd$ 48: Il appert donc, que le maieur nom 7 est composé, ou egal, aux deux quarrez de 2 & $\surd$ 3, dont l'occasion est notoire, par les characteres procedans de la multiplication de 2 + $\surd$ 3 en soy. Item la difference des quarrez de 2 & $\surd$ 3, qui est 1, est egale à la difference des quarrez de 7 & $\surd$ 48: Lequel estant reigle generale, & voulant trouver la racine de 7 + $\surd$ 48 l'on se propose question telle: *Trouvons deux nombres tels, que leurs quarrez facent* 7 (7 pour le maieur nom donné) *& que l'un quarré soubstraict de l'autre, il y en reste* 1, à sçavoir un, pour la difference des quarrez de 7 & $\surd$ 48: Et de l'algebraique

operation

operation de ceste question, est colligé ladicte construction du precedant probleme; laquelle origine nous avions proposé de declarer. Mais comment ladicte question se solve, ce n'est pas icy le lieu pour le declarer, parce que les antecedans necessaires à telle operation, ne sont encore descrites, aussi ne sont telles causes point necessaires sceues aux apprentifs, qui seront venuz jusques icy, mais on trouvera telle operation au 81 probleme, là ou elle est la 3 question: Et de mesme sorte nous descrirons les naissances de diverses constructions suivantes, là ou il viendra à poinct.

Autre maniere de construction.

Il y a des autres manieres de construction que la precedante, desquelles nous descrirons celle, qui nous a códuict à l'invention de l'extraction de racine des autres multinomies, cóme quadrinomies, sixnomies, septinomies, &c. en ceste sorte: Soit (comme au precedent premier exemple) à trouver la racine quarrée de $7 + \sqrt{}48$.

Construction.

Moitie du maieur nom donné	$\frac{7}{2}$
Son quarré	$12\frac{1}{4}$
Du mesme soubstraict le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui est 12, reste	$\frac{1}{4}$
Sa racine	$\frac{1}{2}$
Qui ajousté au premier en l'ordre, faict 4, sa racine	2
Et ledict $\frac{1}{2}$ soubstraict du premier en l'ordre, reste 3, sa racine	$\sqrt{}3$

Et sont lesdictes $2 + \sqrt{}3$ la racine requise, comme au premier exemple.

Soit autrefois (comme au precedant second exemple) à trouver la racine quarrée de $\sqrt{}18 + 4$.

Con-

Construction.

Moitie du maieur nom donné $\sqrt{\frac{18}{4}}$

Son quarré $4\frac{1}{2}$

Du mesme soubstraict le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui est 4, reste $\frac{1}{2}$

Sa racine $\sqrt{\frac{1}{2}}$

Laquelle ajoustée au premier en l'ordre, faict $\sqrt{8}$, sa racine est $v\sqrt{8}$

Et ladicte $\sqrt{\frac{1}{2}}$ soubstraict du premier en l'ordre, reste $\sqrt{2}$, sa racine $v\sqrt{2}$

Et sont lesdictes $v\sqrt{8} + v\sqrt{2}$ la racine requise, comme au precedant second exemple. Et le semblable se pourroit faire de tous les autres binomies.

DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE MANIERE DE CONSTRVCTION.

Il y a autre proprieté entre le binomie & sa racine, de laquelle le theoreme est tel: *Le moindre nom de binomie, est le double du produict des deux parties, desquelles se compose sa racine: Et le maieur nom, est egal aux deux quarrez desdictes deux parties.* Par exemple, du binomie cy dessus $7 + \sqrt{48}$, le moindre nom $\sqrt{48}$, est le double du produict des deux parties de sa racine; c'est à dire, le double du produict de 2 par $\sqrt{3}$. Item le maieur nom 7, est egal aux deux quarrez des deux parties de la racine, car les quarrez de 2 & $\sqrt{3}$ font 7. D'ont l'occasion est manifeste, en les characteres procedans de la multiplication de $2 + \sqrt{3}$ en soy: Or à cause de tel theoreme, l'on se peut proposer question telle: *Trouvons deux nombres tels, que le double de leur produict soit $\sqrt{48}$, & la somme de leurs quarrez* 7. Et ceste question est la 4 du 81 probleme: Par l'operation de laquelle est colligée ceste seconde maniere de re de conſtruction; Laquelle origine nous avions propoſé de declarer.

NOTA. Nous avons declaré aux precedans exemples, l'extraction de racine quarrée de binomies, s'enſuit maintenant à demonſtrer noſtre invention, de l'extraction de racine quarrée de multinomies, de plus de noms que de deux, qui ſera ſeulement des multinomies, qui ſont potences quarrees de quelques multinomies. Quant aux racines des autres multinomies, on dira pour ſolution, que c'eſt la racine du donné: laquelle ſolution eſt plus claire & commode, qu'aucune autre, qu'on pourroit trouver en ſon lieu, comme auſſi en les binomies. Par exemple, eſtant queſtion de trouver la racine de binomie quatrieſme (du premier, ſecond, & troiſieſme binomie il y a d'aultre raiſon) comme de $5 + \surd 12$, il eſt notoire, que $\surd$ *bino.* $5 + \surd 12$ eſt plus commode, pour en faire quelque Arithmetique operation (comme pour les multiplier, ou diviſer, par quelques autres nombres) que de dire ſelon le precedant quatrieſme exemple, que c'eſt $\surd$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \surd 3\frac{1}{4} + \surd$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \surd 3\frac{1}{4}$: Tellement que ceſte extraction, ſert plus pour demonſtrer les proprietez des lignes du dixieſme livre d'Euclide, qu'autre commodité qui en ſorte; Lequel eſtant ainſi, & n'eſtant les proprietez des trinomies & quadrinomies, encore par quelqu'un deſcrites, & diſtinguees, comme des binomies, telle extraction ſeroit de peu de conſequence. Nous demonſtrerons doncques les extractions d'iceux multinomies, qui ſont potence quarrée de quelque autre multinomie, & qui ſeroyent (ſi leurs differences fuſſent diſtinguees, comme des binomies) multinomies premiers, & ſeconds. Or le premier multinomie, ayant racine ſervant à noſtre propos, qui ſe peut rencontrer apres le binomie, c'eſt le

qua-

quadrinomie; Car le trinomie ne l'a point, parce qu'il ne peut estre potence quarrée de trinomie, ou binomie: Nous commencerons doncques au quadrinomie, duquel la racine peut estre trinomie, ou quadrinomie.

Exemple XIII. *de l'extraction de racine quarrée de quadrinomie, de laquelle la racine est trinomie.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie tel: 10 — $\sqrt{}$ 60 + $\sqrt{}$ 40 — $\sqrt{}$ 24. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée.

NOTA. Si les termes donnez ne fussent pas disposez, ainsi que le majeur fust tousiours devant, on les disposera ainsi; car autrement on ne se pourroit servir de nostre generale reigle.

Construction.

Moitie du second nom donné	— $\sqrt{}$ 15
Moitie du troisiesme nom donné	$\sqrt{}$ 10
Le double de leur produict (à sçavoir de — $\sqrt{}$ 15 par $\sqrt{}$ 10) est	— $\sqrt{}$ 600
Qui divisé par le dernier nom donné — $\sqrt{}$ 24, donne quotient 5, sa racine pour le premier nom de la racine requise	$\sqrt{}$ 5
Par le mesme se divisera — $\sqrt{}$ 15 premier en l'ordre, donne quotient pour le second nom de la racine requise	— $\sqrt{}$ 3
Et par ladicte $\sqrt{}$ 5, divisé $\sqrt{}$ 10 second en l'ordre, donne quotient pour le troisiesme nom de la racine requise	$\sqrt{}$ 2

Puis on verra si les trois quarrez de ces trois noms trouvez, comme $\sqrt{}$ 5, & — $\sqrt{}$ 3, & $\sqrt{}$ 2, font ensemble le premier nom donné, à sçavoir 10, & se trouve qu'ouy; on conclura doncques, que $\sqrt{}$ 5 — $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2, est la racine requise: Mais si ces trois quarrez, ne fussent pas egaux audict

audict premier nom, alors ledict trinomie ne seroit pas la racine desirée : Parquoy l'on pourroit encore veoir, par la 1 note à la fin de ce probleme, si on la pourroit extraire ; Mais s'il ne se pouvoit faire ainsi, nous conclurons absolutement, que le quadrinomie donné, n'a point de racine selon nostre intention.

DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRUCTION, & DE CELLE DU XIIII EXEMPLE SUIVANT.

Pour declarer l'origine de ceste construction, il faut sçavoir que nous avons multiplié en soy $\surd 5 - \surd 3 + \surd 2$, laquelle multiplication nous descrirons, pour plus grande evidéce, en ceste sorte:

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & \surd 5 & -\surd 3 & +\surd 2 \\
 & & \surd 5 & -\surd 3 & +\surd 2 \\
\hline
 & & +\surd 10 & -\surd 6 & +\ 2 \\
 & -\surd 15 & +\ 3 & -\surd 6 & \\
5 & -\surd 15 & +\surd 10 & & \\
\hline
10 & -\surd 60 & +\surd 40 & -\surd 24 &
\end{array}$$

Or nous avons veu, que le second nom du produict $-\surd 60$, est le double du produict du premier nő donné $\surd 5$ par le second nom $-\surd 3$; Item que $\surd 40$, est le double du produict de $\surd 5$ par $\surd 2$; Item que $-\surd 24$, est le double du produict de $-\surd 3$ par $\surd 2$; parquoy je propose question algebraique telle : *Trouvons trois nombres tels, que le double du produict du premier & second, soit* $-\surd 60$. *Et le double du produict du premier par le troisiesme, soit* $\surd 40$; *Et le double du produict du second par le premier soit* $-\surd 24$. Qui est la cincquiesme question, du 81 probleme, par la construction de laquelle il est notoire estre colligée la reigle de ceste construction. Laquelle origine nous avions proposé à declarer.

Exemple

Exemple XIIII *de l'extraction de racine quarrée de quadrinomie, de laquelle la racine est trinomie, duquel les noms sont racines de racines.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie tel $\surd\,72 - \surd\,48 + \surd\,24 - 4$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée.

Construction semblable à la precedante.

Moitie du second nom donné — $-\surd\,12$
Moitie du troisiesme nom donné — $\surd\,6$
Le double de leur produict (à sçavoir de $-\surd\,12$ & $\surd\,6$) est — $-\surd\,288$
Qui divisé par le dernier nom donné -4, donne quotient $\surd\,18$, sa racine pour le premier nom de la racine requise — $\surd\surd\,18$
Par le mesme se divisera $-\surd\,12$ premier en l'ordre, donne quotient, pour le second nom de la racine requise, — $-\surd\surd\,8$
Et par ladicte $\surd\surd\,18$, divisé le second en l'ordre $\surd\,6$, donne quotient pour le troisiesme nom de la racine requise — $\surd\surd\,2$

Puis on verra si les trois quarrez de ces trois noms trouvés, comme $\surd\surd\,18$, & $-\surd\surd\,8$, & $\surd\surd\,2$, font ensemble le premier nom donné, à sçavoir $\surd\,72$, & se trouve qu'ouy: Je conclus doncques, que $\surd\surd\,18 - \surd\surd\,8 + \surd\surd\,2$, est la racine requise.

Exemple XV *de l'extraction de racine quarrée de septinomie, de laquelle le produict des deux noms moiens de la racine, est moindre que le produict des extremes.*

NOTA. Quand le septinomie tient racine selon nostre intention, le produict des moiens noms de la racine pourra

pourra aucunefois estre moindre, que le produict des extremes; autrefois maieur, qui ont quelque petite difference en l'operation: pourtant nous en descrirons de chascune maniere un exemple; à fin que si la racine ne se trouve par la maniere du premier, on la puisse chercher par celle du second.

Explication du donné. Soit donné septinomie tel: 13 + √ 84 + √ 56 — √ 28 + √ 24 — √ 12 — √ 28. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée.

Construction.

Moitie du second nom donné	√ 21
Moitie du troisiesme nom donné	√ 14
Moitie du quatriesme nom donné	— √ 7
Le produict du premier & second en l'ordre, √ 294, son double	√ 1176
Le mesme divisé par le cinquiesme nom donné √ 24, donne quotient 7, sa racine pour le premier nom de la racine requise	√ 7
Par la mesme √ 7, divisé √ 21, premier en l'ordre, donne quotient pour le second nom de la racine requise	√ 3
Et par ladicte √ 7, divisé √ 14, second en l'ordre, donne quotient, pour le troisiesme nom de la racine requise	√ 2
Et par ladicte √ 7, divisé — √ 7, troisiesme en l'ordre, donne quotient pour le quatriesme nom de la racine requise	— 1

Puis on verra, si les quatre quarrez de ces quatre noms trouvez, comme de √ 7, & √ 3, & √ 2, & — 1, font ensemble le premier nom donné; à sçavoir 13: & se trouve qu'ouy: Je concluz doncques que √ 7 + √ 3 + √ 2 — 1, est la racine requise.

Exemple XVI de l'extraction de racine quarrée de septinomie, de laquelle le produict des deux noms moiens de la racine est maieur que le produict des extremes.

Explication du donné. Soit donné septinomie tel: $17 + \sqrt{140} + \sqrt{84} + \sqrt{60} - \sqrt{56} - \sqrt{40} - \sqrt{24}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée.

Construction.

Moitie du second nom donné $\sqrt{35}$
Moitie du troisiesme nom donné $\sqrt{21}$
Moitie du cincquiesme nom donné $-\sqrt{14}$
Le produict du premier & second en l'ordre, est $\sqrt{735}$, son double $\sqrt{2940}$
Le mesme divisé par le quatriesme nom donné $\sqrt{60}$, donne quotient 7, sa racine pour le premier nom de la racine requise $\sqrt{7}$
Par le mesme $\sqrt{7}$ divisé $\sqrt{35}$ premier en l'ordre, donne quotient pour le second nom de la racine requise $\sqrt{5}$
Et par ladicte $\sqrt{7}$, divisé $\sqrt{21}$ second en l'ordre, donne quotient pour le troisiesme nom de la racine requise $\sqrt{3}$
Et par ladicte $\sqrt{7}$, divisé $-\sqrt{14}$ troisiesme en l'ordre, donne quotient pour le quatriesme nom de la racine requise $-\sqrt{2}$

Puis on verra, si les quatre quarrez de ces quatre noms trouvez, comme de $\sqrt{7}$, & $\sqrt{5}$, & $\sqrt{3}$, & $-\sqrt{2}$, font ensemble le premier nom donné, à sçavoir 17, & se trouve qu'ouy: Ie conclus doncques, que $\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$, est la racine requise.

DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRVCTION.

Mettons la multiplication en soy de $\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$, en ceste sorte:

$$\begin{array}{r} \sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2} \\ \sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2} \\ \hline -\sqrt{14}-\sqrt{10}-\sqrt{6}+\sqrt{2} \\ +\sqrt{21}+\sqrt{15}+\sqrt{3}-\sqrt{6} \\ +\sqrt{35}+\sqrt{5}+\sqrt{15}+\sqrt{10} \\ 7+\sqrt{35}+\sqrt{21}-\sqrt{14} \\ \hline 17+\sqrt{140}+\sqrt{84}+\sqrt{60}-\sqrt{56}-\sqrt{40}-\sqrt{24} \end{array}$$

Il appert, que le second nom du produict, est le double du produict du premier & second nom de la racine; c'est à dire, que $\sqrt{140}$, est le double du produict de $\sqrt{7}$ & $\sqrt{5}$: Item que $\sqrt{84}$, est le double du produict de $\sqrt{7}$ & $\sqrt{3}$; Item que $\sqrt{60}$, est le double du produict de $\sqrt{5}$ & $\sqrt{3}$; Item que $-\sqrt{56}$, est le double du produict de $\sqrt{7}$ & $-\sqrt{2}$; Item que $-\sqrt{40}$, est le double du produict de $\sqrt{5}$ & $-\sqrt{2}$; Item que $-\sqrt{24}$ est le double du produict de $\sqrt{3}$ & $-\sqrt{2}$; parquoy je propose question telle; *Trouvons quatre nombres tels, que le double du produict du premier & second, soit* $\sqrt{140}$; *Et du premier & troisiesme* $\sqrt{84}$; *& du second & troisiesme* $\sqrt{60}$; *Et du premier & quatriesme* $-\sqrt{56}$; *Et du second & quatriesme* $-\sqrt{40}$; *Et du troisiesme & quatriesme* $-\sqrt{24}$. Laquelle question est la sixiesme du 81 probleme, & de la construction d'icelle est colligée la reigle de ceste precedente construction. Laquelle origine nous avions proposé à declarer.

NOTA 1. Il se peut rencontrer quelque quadrinomie, qui aura racine aussi quadrinomie, mais sa legitime extraction n'avons nous point trouvé pour l'heure; Nous met-

mettrons la chose si claire comme pourrons, pour accommoder à ceux, ausquels il plaira s'en occuper. Or il est notoire, que quand on multiplie en soi un quadrinomie radical, duquel les noms sont en discontinue proportion (ils ne peuvent estre en continue proportion, parce que le premier & troisiesme, item le second & quatriesme, seroyent commensurables, & par consequent, ne seroit en effect que binomie) que leur produict ou quarré, sera aussi quadrinomie, duquel les quatre noms seront aussi en discontinue proportion; D'ou se conclura, que quadrinomie n'ayant point ses noms en discontinue proportion, n'avoir point sa racine quadrinomie. Prennons pour exemple le quarré de quadrinomie, duquel les noms sont en discontinue proportion tel, $\sqrt{6} + \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$, la multiplication du mesme en soy est telle;

$$\begin{array}{rrrrrrr}
 & & & \sqrt{6}+ & \sqrt{4}+ & \sqrt{3}+ & \sqrt{2} \\
 & & & \sqrt{6}+ & \sqrt{4}+ & \sqrt{3}+ & \sqrt{2} \\
\hline
 & & & \sqrt{12}+ & \sqrt{8}+ & \sqrt{6}+ & 2 \\
 & & +\sqrt{18}+ & \sqrt{12}+ & 3+ & \sqrt{6} & \\
 & +\sqrt{24}+ & 4+ & \sqrt{12}+ & \sqrt{8} & & \\
6+ & \sqrt{24}+ & \sqrt{18}+ & \sqrt{12} & & & \\
\hline
\end{array}$$

$$15 + \sqrt{96} + \sqrt{72} + \sqrt{192} + \sqrt{32} + \sqrt{24}$$

Or ledict produict (ajoustant $\sqrt{96}$, & $\sqrt{24}$; Aussi $\sqrt{72}$, & $\sqrt{24}$) vaut $15 + \sqrt{216} + \sqrt{200} + \sqrt{192}$. Nous sçavons doncques, que $\sqrt{6} + \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$, est racine quarree de $15 + \sqrt{216} + \sqrt{200} + \sqrt{192}$. Nous voyons aussi, que le secõd nom $\sqrt{216}$, est la somme du double du produict de $\sqrt{6}$ & $\sqrt{4}$, & du double du produict de $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$; Itẽ, que $\sqrt{200}$, est la somme du double du produict de $\sqrt{6}$ & $\sqrt{3}$, & du double du produict de $\sqrt{4}$ & $\sqrt{2}$; Itẽ, que $\sqrt{192}$, est le quadruple du produict de $\sqrt{6}$ & $\sqrt{2}$, ou bien

bien de $\sqrt{}$ 4 & $\sqrt{}$ 3; parquoy je propose question telle; *Trouvons quatre nombres tels; que le double du produict du premier & second adjousté au double du produict du troisiesme & quatriesme face $\sqrt{}$ 216. Item que le double du produict du premier & troisiesme, adjousté au double du produict du second & quatriesme, face $\sqrt{}$ 200. Item que le quadruple du produict du premier & quatriesme face $\sqrt{}$ 192.* Or posons, que nous avons trouvé par algebraique operation, que les quatre nombres sont $\sqrt{}$ 6 & $\sqrt{}$ 4 & $\sqrt{}$ 3 & $\sqrt{}$ 2, & parce que la somme de leurs quarrez 15, est egale au majeur nom donné, on concluroit, les nombres trouvez estre la racine requise: & de telle operation, se pourroit faire reigle, comme nous avons faict des precedentes.

Il y a encore d'aultres proprietez aux nombres donnez (par lesquels on pourroit faire autre operation algebraique que dessus) telles.

Le second nom, comme $\sqrt{}$ 216, est tousiours racine du quadruple du produict de la somme des deux quarrez, de $\sqrt{}$ 6, & $\sqrt{}$ 3, par la somme des deux quarrez, de $\sqrt{}$ 4, & $\sqrt{}$ 2, qui est en cest exemple racine du quadruple du produict de 9 par 6; Item le troisiesme nom, comme $\sqrt{}$ 200, est tousiours racine quarrée, du quadruple du produict de la somme des deux quarrez, des deux premiers noms, $\sqrt{}$ 6, & $\sqrt{}$ 4, par la somme des deux quarrez des deux derniers noms, $\sqrt{}$ 3, & $\sqrt{}$ 2, qui est en cest exemple racine du quadruple du produict de 10. par 5.

Quant à l'extraction des racines quartees d'autres multinomies, j'estime que celuy qui entédra les origines precedentes, facilement verra l'infini progres des autres.

NOTA II. L'extraction de la racine cubique de binomie, selon l'intention susdicte, n'est encore legitimement inventée, que je sache. Quant à ce que quelqu'un pour expliquer la racine cubique de $\sqrt{}$ 243 + $\sqrt{}$ 242, qui est

$\sqrt{}3 + \sqrt{}2$, nommera plusieurs racines de multinomies, il semble inutile : & se pourroit plus convenablement dire $\sqrt{}$ ③ *bino.* $\sqrt{}243 + \sqrt{}242$. Le mesme s'entendra de racine de quinte & sexte quantité, & d'autres semblables. Quant à la racine de quarte quantité, la mesme se peult trouver, extrayant deux fois racine quarrée, & de huictiesme quantité extrayant trois fois racine quarrée, &c.

Demonstration.

Multipliant par soy la racine quarrée trouvée au premier exemple, qui est $\sqrt{}2\frac{1}{2} + \sqrt{}\frac{1}{2}$, donne produict (par le 26 probleme) $3 + \sqrt{}5$, qui est le binomie donné; doncques $\sqrt{}2\frac{1}{2} + \sqrt{}\frac{1}{2}$, est la vraye racine requise: Et semblable sera la demonstration de tous les autres exemples, moyennant qu'on multiplie les racines du 4e. 5e. 6e. 10e. 11e. 12e. binomie en soy, par le 40. probleme; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical, nous avons trouvé sa racine requise; ce qu'il falloit faire.

Septiesme distinction des quatre numerations des racines de multinomies radicaux.

De la multiplication des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XL.

Estant donnée racine multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur; Trouver leur produict.

Premier exemple.

Explication du donné. Soit donné racine de multinomie à multiplier telle $\sqrt{}$ *bino.* $5 + \sqrt{}3$, & racine de multinomie multiplicateur telle, $\sqrt{}$ *bino.* $5 - \sqrt{}3$. *Explica-*

tion

tion du requis. Il faut trouver leur produict. *Construction.* La construction est semblable à celle du 26 probleme, excepté, que du produict 22, trouvé par icelle maniere, il faut encore (par ce que les donnez sont racines quarrees) prédre la racine quarrée, qui est pour solution √ 22.

Second exemple.

Explication du donné. Soit donnée racine de multinomie à multiplier telle; √ *bino.* 5 + √ 3 + √ *bino.* 5 − √ 3; & multiplicateur √ *bino.* 5 + √ 3 + √ *bino.* 5 − √ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On disposera les donnez selon l'ordre vulgaire, comme cy dessoubz, puis on multipliera (non pas simple nom par simple nom, mais √ *bino.* par √ *bino.*) √ *bino.* 5 − √ 3, par √ *bino.* 5 − √ 3, faict 5 − √ 3 (Car delaissant le signe √ *bino.* les restans 5 − √ 3 sont le produict, comme le semblable est vulgaire en multipliant √ 3 par √ 3, qui faict 3) Puis on multipliera √ *bino.* 5 − √ 3, par √ *bino.* 5 + √ 3, faict par le precedent premier exemple √ 22; puis on multipliera l'autre √ *bino.* 5 + √ 3 par l'autre √ *bino.* 5 − √ 3, faict √ 22; puis se multipliera l'une √ *bino.* 5 + √ 3, par l'autre √ *bino.* 5 + √ 3, faict 5 + √ 3; puis ajoustez ces quatre produicts, il est manifeste qu'ils font 10 + √ 88. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle:

√ *bino.* 5 + √ 3	+	√ *bino.* 5 − √ 3	
√ *bino.* 5 + √ 3	+	√ *bino.* 5 − √ 3	
	+ √ 22		+ 5 − √ 3
5 + √ 3	+ √ 22		

Produict & solution 10 + √ 88.

Nota. On fera par la maniere de ces precedens exemples, la preuve des extractions de racine quarrée de quatriesme, cincquiesme, sixiesme, dixiesme, onziesme, & douziesme binomie du 38. probleme.

Et multipliant $\sqrt{}$ *bino.* $1 + \sqrt{2}$, par $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{3} + \sqrt{5}$, le produict sera $\sqrt{}$ *quadrino.* $\sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{10}$. Item si l'un des donnez fust $\sqrt{}$ *multinomie*, & que l'autre ne fust pas, on prendra la racine de la potence de celuy qui ne l'est pas, puis comme dessus. Et la demonstration des exemples cy dessus est manifeste par les demonstrations des multiplications precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné racine de multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la division des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLI.

Estant donné racine de multinomie radical à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donnée $\sqrt{}$ *quadrinomie* $\sqrt{35} + \sqrt{30} + \sqrt{14} + \sqrt{12}$, à diviser, & diviseur $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{5} + \sqrt{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On delaissera leur signe de $\sqrt{}$ *multinomie*, & demeurera à diviser $\sqrt{35} + \sqrt{30} + \sqrt{14} + \sqrt{12}$, par $\sqrt{5} + \sqrt{2}$, lesquels divisez par le 27 probleme, donnent quotient $\sqrt{7} + \sqrt{6}$, auquel applicant autrefois le signe de $\sqrt{}$ *multinomie*, le quotient sera $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{7} + \sqrt{6}$. Je di que $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{7} + \sqrt{6}$ est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste, par les demonstrations des divisions precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné racine de multinomie radical à diviser, & diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De

De l'addition des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLII.

Estant donnees racines de multinomies radicaux à adjouster: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent donnees racines de multinomies telles; $\surd$ *bino.* $\surd\ 48 + \surd\ 32$, & $\surd$ *bino.* $\surd\ 3 + \surd\ 2$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On divisera le majeur nombre donné $\surd$ *bino.* $\surd\ 48 + \surd\ 32$, par $\surd$ *bino.* $\surd\ 3 + \surd\ 2$, donne quotient 2, par le 41 probleme: (s'ils fussent incommensurables, on les solveroit par +) au mesme ajousté 1 par reigle generale, faict 3, qui vaut $\surd\surd\ 81$, par la mesme multiplie le diviseur $\surd$ *bino.* $\surd\ 3 + \surd\ 2$, faict $\surd$ *bino.* $\surd\ 243 + \surd\ 162$, laquelle je di estre la somme requise. *Demonstration.* Tout quotient plus un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la somme du nombre à diviser, & diviseur, par le theoreme devant le 24 probleme.

Nostre quotient plus un (qui est $\surd\surd\ 81$) est multiplié par le diviseur qui est $\surd$ *bino.* $\surd\ 3 + \surd\ 2$, donnant produict $\surd$ *bino.* $\surd\ 243 + \surd\ 162$. Ergo $\surd$ *bino.* $\surd\ 243 + \surd\ 162$, est egale à la somme du nombre à diviser, $\surd$ *bin.* $\surd\ 48 + \surd\ 32$, & du diviseur, qui est $\surd$ *bino.* $\surd\ 3 + \surd\ 2$. C'est à dire, que $\surd$ *bino.* $\surd\ 243 + \surd\ 162$, est la somme des donnez; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnees racines de multinomies radicaux à ajouster; Nous avons trouvé leur somme, ce qu'il falloit faire.

NOTA. Il y a quelques racines de binomies, qui sont entre eux incommensurables, toutesfois ils se peuvent ajouster par autre maniére, ainsi que leur somme soit racine de binomie ou de simple nom, & cecy sont les deux parties, desquelles se compose sa racine quarrée du quatriesme, cincquiesme, sixiesme, dixiesme, onziesme, & douziesme binomie; à sçavoir la racine de binomie conjoinct ajoustée à la racine de son respondant disioinct, les mesmes (pour ladicte incommensurance) ne se peuvent ajouster comme les commensurables: Mais la racine de leur potence quarrée, sera la somme requise. Par exemple; l'on requiert la somme de √ *bino.* 2 + √ 3, & √ *bino.* 2 — √ 3: On multipliera √ *bino.* 2 + √ 3 + √ *bino.* 2 — √ 3 en soy, faict, par le 40 probleme, 6; sa racine pour la somme requise, est √ 6. Et pour mesme raison, la somme de √ *bino.* 5 + √ 3, & √ *bino.* 5 — √ 3, sera √ *bino.* 10 + √ 88. Ceste note se peut aussi appliquer à la soubstraction suivante.

De la soubstraction des racines de multinomies radicaux.

PROBLEME XLIII.

Estant donnée racine de multinomie radical de laquelle on soubstraict, & racine de multinomie radical à soubstraire: Trouver leur reste.

Explication du donné. Soit donné racine de multinomie de laquelle on soubstraict telle: √ *bino.* √ 243 + √ 162; & √ *bino.* à soubstraire telle: √ *bino.* √ 3 + √ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On divisera la √ *bino.* 243 + √ 162, par √ *bino.* √ 3 + √ 2, donne (par le 41 probleme) quotient 3; (s'ils fussent incommensurables, on les solveroit par —) du mesme, pour reigle generale, soubstraict 1, reste 2, qui vaut √ 16, & par la mesme divisé le diviseur √ *bino.* √ 3 + √ 2, faict √ *bino.* √ 48 + √ 32, laquelle je di estre la racine requise. *Demonstration.* Tout quotient moins un multiplié par son diviseur, donne produict egal au reste de la de la soubstraction, du diviseur de nombre à diviser, par le theoreme devant le 25. probleme.

Nostre quotient moins un (qui est √ 16) est multiplié par diviseur √ *bino.* √ 3 + √ 2, donnant produict √ 48 + √ 32. Ergo √ *bino.* √ 48 + √ 32 est egale au reste du soubstraction de le diviseur √ *bino.* √ 3 + √ 2, du nombre à diviser √ *bino.* √ 243 + √ 162, c'est a dire, que √ *bino.* √ 48 + √ 32, est la reste requis; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnée racine de multinomie radical, de laquelle on soubstraict, & racine de multinomie radical à soubstraire; nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

THEOREME I.

LE multinomie ne se peut diviser en autres noms de mesme multitude.

NOTA. Il faut entendre que nous parlons icy de propre multinomie, c'est duquel tous les noms sont entre eux incommensurables, car √ 2 + √ 8, n'est pas binomie, comme nous avons dict au corollaire de la 40 definition. *Explication du donné.* Soit donné binomie tel: 4 + √ 32. *Explication du requis.* Il nous faut demonstrer que le binomie donné 4 + √ 32, ne se peut diviser en autres deux noms: C'est à dire, qu'on ne peut trouver deux autres noms, lesquels ensemble soyent egaux ausdicts 4 + √ 32; Et pour encore expliquer plus clairement le sens de ce theoreme, posons 6 + 4, comme s'il fust binomie, le mesme se peut diviser en autres deux parties, comme 7 + 3, qui vallent aussi 10: Or il nous faut demonstrer, que le semblable est impossible en vray binomie. *Demonstration.*

Soubstrayons premierement du nom √ 32 quelque partie, comme 2, commensurable au 4, & restera √ 32 — 2,

— 2, puis ajoustons le 2 premierement soubstraict, à 4, font 6, & nous aurons alors $6 + \sqrt{} 32 - 2$, qui est egal à $4 + \sqrt{} 32$, mais ce n'est pas binomie.

Soubstrayons au second, de $\sqrt{} 32$, quelque partie telle, que le reste soit simple nom comme $\sqrt{} 2$, & restera $\sqrt{} 18$; Puis ajoustant la $\sqrt{} 2$ à 4, fera $4 + \sqrt{} 2$, & le tout ensemble sera $4 + \sqrt{} 2 + \sqrt{} 18$, lequel combien qu'il est egal à $4 + \sqrt{} 32$, toutesfois ce n'est pas binomie.

Soubstrayons au troisiesme, de $\sqrt{} 32$, quelque partie incommensurable, à chascun nom du binomie donné, comme $\sqrt{} 7$, l'ajoustant à 4, & demeurera alors $4 + \sqrt{} 7 + \sqrt{} 32 - \sqrt{} 7$, qui est aussi egal à $4 + \sqrt{} 32$, toutesfois ce n'est pas binomie. Le mesme se demonstrera en tous autres semblables. *Conclusion.* Le multinomie doncques, ne se peut diviser en autres noms de mesme multitude; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME II.

SI on multiplie ou divise multinomie radical, par nombre Arithmetique? Le produict ou quotient sera multinomie, de mesme multitude de noms, & de mesme ordre, comme le multinomie multiplié, ou divisé. Il sera aussi commensurable audict multinomie multiplié ou divisé.

Explication du donné. Soit donné binomie à multiplier ou diviser tel $\sqrt{} 12 - \sqrt{} 24$; Et nombre Arithmetique multiplicateur ou diviseur 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que le produict, ou quotient, sera binomie de mesme multitude de noms, & de mesme ordre, comme $\sqrt{} 12 - \sqrt{} 24$! Item que tel produict ou quotient sera commensurable audict binomie $\sqrt{} 12 - \sqrt{} 24$. *Preparation de la demonstration.* Multiplions $\sqrt{} 12 - \sqrt{} 24$, par 2, & donne produict par le 26 probleme $\sqrt{} 48$ — $\sqrt{}$

— $\sqrt{}$ 96; Puis divisons le mesme binomie $\sqrt{}$ 12 — $\sqrt{}$ 24, par 2, & donne quotient par le 27 probleme $\sqrt{}$ 3 — $\sqrt{}$ 6. *Demonstration*. Que le produict $\sqrt{}$ 48, — $\sqrt{}$ 96; Item le quotient $\sqrt{}$ 3 — $\sqrt{}$ 6, sont binomie cõme le donné, est manifeste. Il appert aussi par la 56 definition qu'ils sont de mesme ordre: à sçavoir toutes trois le douziesme en l'ordre: Item que ledict produict & quotient, sont commensurables au binomie donné, est aussi manifeste; car par la preparation de la demonstration, le produict est le duple du donné; & le quotient son subduple. *Conclusion*. Si doncques on multiplie ou divise multinomie nombre, par nombre Arithmetique, Le produict ou quotient, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Corollaire I.

S'ensuit par le revers de ce 2 theoreme, que si deux multinomies sont commensurables, qu'ils seront de mesme multitude de noms, & de mesme ordre.

Corollaire II.

Il est aussi notoire par le precedent theoreme, que si on multiplie, ou divise quelque simple racine, par nombre Arithmetique, que le produict ou quotient, sera racine de mesme qualité, comme la racine multipliée, ou divisée. Par exemple, $\sqrt{\sqrt{}}$ 3 (qui est à nombre Arithmetique incommensurable) multipliée par 2 donne produict $\sqrt{\sqrt{}}$ 48, qui est aussi racine de racine, & à nombre Arithmetique incommensurable.

Nota. Les precedens deux theoremes, nous serviront entre autres, pour quelques demonstrations en nostre traicté des incommensurables grandeurs.

Huictiesme

Huictiesme distinction de la reigle de trois des nombres radicaux, & de l'invention des moyens proportionels.

PROBLEME XLIV.

Estant donnez trois termes de nombres radicaux: Trouver leur quatriesme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes tels $\sqrt{}7.\sqrt{}5.\sqrt{}6.$ *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme proportionel. *Construction.* On multipliera le deuxiesme terme $\sqrt{}5$, par le troisiesme $\sqrt{}6$, donne produict (par le 22 probleme) $\sqrt{}30$, laquelle on divisera par le premier terme $\sqrt{}7$, donne quotient par le 23 probleme $\sqrt{}4\frac{2}{7}$. Je di que $\sqrt{}4\frac{2}{7}$ est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Il y a par le 21 probleme, telle raison de $\sqrt{}4\frac{2}{7}$, à $\sqrt{}6$, comme de $\sqrt{}5$, à $\sqrt{}7$; Ergo $\sqrt{}4\frac{2}{7}$ est leur quatriesme proportionel: ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres radicaux, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XLV.

Estant donnez deux nombres quelconques: Trouver leurs moyens proportionels requis.

Exemple 1.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leur moyen proportionel. *Construction.* On multipliera 2 par 10, font 20, des mesmes la racine quarrée est $\sqrt{}20$. Je di que $\sqrt{}20$ est le moyen proportionel requis.

Exemple II.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs deux moyens proportionels. *Construction.* Le quarré de 2 donné, est 4, par le mesme se multipliera le 10 donné, faict 40, des mesmes la racine cubique est √ ③ 40, pour le premier des deux moyens proportionels requis; Et pour trouver le second, on dira, 2 donnent √ ③ 40, combien √ ③ 40? faict par le 44 probleme, √ ③ 200, pour le second moyen proportionel requis.

Je di que √ ③ 40, & √ ③ 200, sont les deux moyens proportionels requis.

Exemple III.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres tels: 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs trois moyens proportionels. *Construction.* Leur moyen proportionel par le premier exemple, est √ 20; Et le moyen proportionel entre 2 & √ 20, est (par ledict exemple) √√ 80; Item le moyen proportionel entre √ 20 & 10, est √√ 2000. Je di que √√ 80, & √ 20, & √√ 2000, sont les trois moyens proportionels requis.

Exemple IV.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs quatre moyens proportionels. *Construction.* On prendra la potence de quarte quantité de 2, faict 16, par les mesmes multipliez les 10, font 160, desquels la racine de quinte quantité est √ ⑤ 160. Puis on trouvera entre √ ⑤ 160, & 10, trois moyens proportionels, par le precedent exemple, qui seront √ ⑤ 800, √ ⑤ 4000, & ⑤ 20000. Je di que ⑤ 160, & √ ⑤ 800, & √ ⑤ 4000, & √ ⑤ 20000, sont les quatre moyens proportionels.

Exem-

Exemple v.

Explication du donné. Soyent donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs cincq moyens proportionels. *Construction.* On trouvera leur moyen proportionel, par le premier exemple, qui est √ 20; Puis on trouvera par le second exemple, deux moyens proportionels, entre 2, & √ 20, qui seront √ ⑥ 320, & √ ③ 40; Et semblablement deux moyens proportionels entre √ 20, & 10, qui seront √ ③ 200, & √ ⑥ 200000. Je di que √ ⑥ 320, & √ ③ 40, & √ ② 20, & √ ③ 200, & √ ⑥ 200000, sont les cincq moyens proportionels requis. Et semblable sera l'operation des autres moyens proportionels quelconques. *Demonstrat.* Comme au premier exemple 2, à √ 20, ainsi √ 20, à 10, par le 21 probleme; doncques √ 20 est le moyen proportionel requis au premier exemple. Item comme au second exemple 2, à √ ③ 40, ainsi √ ③ 40, à √ ③ 200, & ainsi √ ③ 200, à 10; doncques √ ③ 40, & √ ③ 200, sont les deux moyens proportionels requis. Et semblable sera la demonstration des aultres exemples; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux nombres quelconques, nous avons trouvez leurs moyens proportionels requis; ce qu'il falloit faire.

Neufiesme distinction, de la reigle de proportionelle partition des nombres radicaux.

PROBLEME XLVI.

P*Artir un nombre Geometrique donné en parties proportionelles à nombres Geometriques donnez.*

Explication du donné. Soit nombre Geometrique donné √ 7, & nombres Geometriques donnez √ 2 & √ 5.

Explica-

Explication du requis. Il faut partir la $\surd 7$ en deux parties proportionelles au deux nombres $\surd 2$ & $\surd 5$ donnez. *Construction.* On adjoustera les nombres donnez, à sçavoir $\surd 2$ & $\surd 5$, font $\surd 2 + \surd 5$; Puis on dira par le precedent 45 probleme, $\surd 2 + \surd 5$ donnent $\surd 2$, combien $\surd 7$? faict $\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$ pour premier nombre requis; Et de mesme sorte on dira, $\surd 2 + \surd 5$ donnent $\surd 5$, combien $\surd 7$? faict $\surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3}$ pour le second nombre requis. La disposition des characteres de l'operation semblable à celle du 15 probleme, est telle:

$$\begin{array}{c}\surd 2 \\ \surd 5 \\ \hline \surd 2 + \surd 5\end{array} \qquad \begin{array}{l}\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3} \\ \surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3} \\ \hline \surd 7\end{array}$$

Je di que $\surd 7$ est divisée en deux parties (à sçavoir deux binomies disioinctes tels $\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$, & $\surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3}$) proportionels aux deux nombres $\surd 2$ & $\surd 5$, comme il estoit requis. *Demonstration.* Comme $\surd 2$ à $\surd 5$, ainsi $\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$, à $\surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{2}{3}$, par le 21 probleme, & la somme de $23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$, & $58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3}$, est $\surd 7$, par le 28 probleme; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons doncques parti un nombre geometrique donné, en parties proportionelles à nombres geometriques donnez; ce qu'il falloit faire.

Dixiesme distinction, de la reigle de faux des nombres radicaux.

D'une faulse position.

PROBLEME XLVII.

Estant proposée question qui se solve par une faulse position en nombres radicaux: La solver par une faulse position.

Explication du donné & requis. On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera $\sqrt{}\ 5$. *Construction.* On posera quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2, le mesme avec sa moitie, qui est 1, faict 3: Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais $\sqrt{}\ 5$, doncques la position de 2 estoit faulse, parquoy pour avoir le vray requis, on dira, 3 vient de 2, d'ou viendra $\sqrt{}\ 5$? faict par le 44 probleme $\sqrt{}\ 2\frac{2}{9}$. Je di que $\sqrt{}\ 2\frac{2}{9}$ est le nombre requis, qui avec sa moitie fera $\sqrt{}\ 5$. *Demonstration.* La $\sqrt{}\ 2\frac{2}{9}$ avec sa moitie $\sqrt{}\ \frac{5}{9}$ donne somme par le 24 probleme $\sqrt{}\ 5$, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par une faulse position en nombres radicaux, nous l'avons solvé par une faulse position; ce qu'il falloit faire.

De deux faulses positions.

PROBLEME XLVIII.

Estant proposée question qui se solve par deux faulses positions, en nombres radicaux: La solver par deux faulses positions.

Explication du donné & requis. On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera $\sqrt{}\ 5$. *Construction.* On posera pour premiere position quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2; le mesme avec sa moitie, qui est 1, faict 3. Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais $\sqrt{}\ 5$, donc la premiere position de 2, est faulse, & pour estre $\sqrt{}\ 5$, vient trop, ou plus $\sqrt{}\ 9 - \sqrt{}\ 5$, lesquelles on mettra en ceste sorte:

2 Plus $\sqrt{}\ 9 - \sqrt{}\ 5$.

Puis on posera pour seconde position, quelque autre nombre que n'est le nombre 2 de la premiere position, comme s'il fust le nombre requis; soit 4, le mesme avec

sa moiſa motie qui eſt 2, faict 6 : Or ce n'eſt pas 6 que nous voulons, mais $\sqrt{} 5$, doncques la ſeconde poſition de 4, eſt auſſi faulſe ; & pour eſtre $\sqrt{} 5$, vient trop ou plus $\sqrt{} 36 - \sqrt{} 5$, leſquelles on mettra ſoubs la premiere poſition ; & leur diſpoſition ſera telle:

2 Plus $\sqrt{} 9 - \sqrt{} 5$.
4 Plus $\sqrt{} 36 - \sqrt{} 5$.

Puis il faut multiplier par croix, c'eſt à dire 4 par $\sqrt{} 9 - \sqrt{} 5$, faict $\sqrt{} 144 - \sqrt{} 80$, leſquels on mettra joignant la $\sqrt{} 9 - 5$; Puis on multipliera 2 par $\sqrt{} 36 - \sqrt{} 5$, font $\sqrt{} 144 + \sqrt{} 20$, leſquelles on mettra pres la $\sqrt{} 36 - \sqrt{} 5$, & leur diſpoſition ſera alors telle :

2 Plus $\sqrt{} 9 - \sqrt{} 5$. $\sqrt{} 144 - \sqrt{} 80$.
4 Plus $\sqrt{} 36 - \sqrt{} 5$. $\sqrt{} 144 - \sqrt{} 20$.

Puis il faut conſiderer ſi les deux vocables (comme ſont plus & moins) ſont ſemblables, c'eſt à dire tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils ſont diſſemblables, comme l'un plus, & l'autre moins, car pour generale reigle, comme nous avons auſſi dict au 17. probleme,

Semblables requierent ſoubſtraction, Et diſſemblables addition.

Or les vocables de c'eſt exemple ſont ſemblables, à ſçavoir tous deux plus, il faut doncques ſoubſtraire le moindre du majeur ; à ſçavoir $\sqrt{} 144 - \sqrt{} 80$, de $\sqrt{} 144 - \sqrt{} 20$, reſte (par le 33 probleme) $\sqrt{} 20$; Puis $\sqrt{} 9 - \sqrt{} 5$, de $\sqrt{} 36 - \sqrt{} 5$, reſte $\sqrt{} 9$; Puis il faut diviſer $\sqrt{} 20$ par $\sqrt{} 9$. donne quotient & ſolution $\sqrt{} 2\frac{2}{9}$. La diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle:

$$\begin{array}{ll} 2 \text{ Plus } & \overline{\sqrt{9}-\sqrt{5}\ .\ \sqrt{144}-\sqrt{80}.} \\ 4 \text{ Plus } & \underline{\sqrt{36}-\sqrt{5}\ .\ \sqrt{144}-\sqrt{20}.} \\ & \quad \sqrt{9} \qquad\qquad \sqrt{20}.\text{faict}\ \sqrt{2\tfrac{2}{9}}. \end{array}$$

Je di que $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ est le nombre requis, qui avec sa moitie faict $\sqrt{5}$. *Demonstration.* La $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ avec sa moitie qui est $\sqrt{\frac{5}{9}}$, faict (par le 24 probleme) $\sqrt{5}$; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par deux faulses positions en nombres radicaux, nous l'avons solvée par deux faulses positions; ce qu'il falloit faire.

Fin de la seconde partie de l'operation.

TROISIESME PARTIE DE L'OPERATION DES NOMBRES ALGEBRAIQVES.

Premiere distinction des quatre numerations des nombres algebraiques entiers.

THEOREME.

Quantité algebraique multipliée par quantité algebraique, donner produict quantité, de laquelle le nominateur est egal, à la somme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur.

Exemple I.

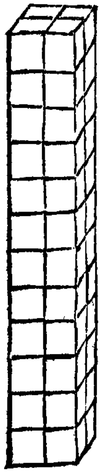
Explication du donné. Soyent au fondement des nombres geometriques devant la 14 definition, la seconde quantité B 4, & la tierce quantité C 8. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que B, multiplié par C, donnent produict quinte quantité, à sçavoir la somme de leurs nominateurs qui sont 2 & 3, faisans ensemble 5 nominateur de la quinte quantité. *Demonstration.* Multiplions 4 de B, par 8 de C, font 32, qui est la quinte quantité E.

Exemple II.

Nous avons demonstré cy dessus que simple quantité, multipliée par simple quantité, donne produict certaine simple quantité; Il nous faut demonstrer le mesme en quantités composees. A laquelle fin, soit descript la ligne A B, qui soit 1 ① vallant 3, & B C egale à la A B, soit aultre 1 ①, de sorte que toute la A C sera 2 ①; Puis soit descript le quarré D E, duquel le costé soit egal à la A C, le mesme sera de 4 ②, ou 4 quarrez, descripts de A B;

Puis soit descrit le cube F G, duquel le costé soit egal à A C, le mesme sera de 8 ③, ou 8 cubes descripts de 1 ① A B; Puis soit descrit le solide rectangle H I, de 16 (4), & ainsi pourroit on proceder es aultres quantitez en infini. Doncques 1 ① A B vallant 3, les 2 ① A C vauldront 6, & les 4 ② D E 36, & les 8 ③ F G 216, & les 16 (4) H I 1296. *Explication du donné.* Soyent donnez aux figures cy dessus 2 ① A C 6, & 8 ③ F G 216.

H



A D F

3 B 3

C E G I

2 ① 6 4 ② 36 8 ③ 216 16 (4) 1296

§ *Explication du requis.* Il faut demonstrer que A C, multiplié par F G, donnent produict quartes quantitez H I, à sçavoir la somme de leurs nominateurs, qui sont 1 & 3, faisans ensemble 4, nominateur de la quarte quantité. *Demonstration.* Multiplions 6 de A C, par 216 de F G, sont 1296, qui est la quarte quantité H I. *Conclusion.* Quantité doncques algebraique multipliée par quantité algebraique donne produict quantité, de laquelle le nominateur est egal à la somme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

On entendra par ce theoreme, que ② multiplié par (4), donne

(4), donne produict ⑥, comme 3 ②, multipliés par 7 (4), font 21 ⑥; Et 2 ③, par 4 ①, faict 8 (4); Et 5 ③, par 2, (qui est par 2 ⓪) faire 10 ③, &c.

De la multiplication des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME XLIX.

E*stant donné nombre algebraique entier à multiplier, & nombre algebraique entier multiplicateur : Trouver leur produict.*

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à multiplier tel: 2 ③ — 4 ② + 3 ①; Et multiplicateur 2 (4) + 3 ③. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On disposera les donnez en ordre vulgaire comme dessoubz, disant, + 3 ① fois + 3 ③, font + 9 (4) (car tel produict estre + appert par le theoreme devant le 26 probleme. Aussi que c'est (4), appert par ce precedent theoreme, la ou il est demonstré, que ① multiplié par ③, donne produict ④) & ainsi des autres; Puis ajouste ce qu'il y a entre les deux lignes; il y aura produict 4 ⑦ — 2 ⑥ — 6 ⑤ + 9 (4); La disposition des characteres de l'operation est telle.

Nombre à multiplier	2 ③ — 4 ② + 3 ①
Multiplicateur	+ 2 ④ + 3 ③
	+ 6 ⑥ — 12 ⑤ + 9 ④
	4 ⑦ — 8 ⑥ + 6 ⑤
Produict	4 ⑦ — 2 ⑥ — 6 ⑤ + 9 ④

Je di, que ledict produict, est le produict requis. Et de mesme sorte multipliant √ 3 ①, par √ 2 ②, faict √ 6 ③.

Item multipliant √ 3)(①, par √ 2)(②, faict √ 6)(③.

Item pour multiplier √ 3)(① par √ 2 ②, on convertira la prime quantité aussi en racine, qui est √ 3 ②, & leur produict sera √ 6 ④.

Item multipliant √ *bino.* 3 ② + 2 ①, par √ *bino.* 5 ② + 4 ①, font √ *trino.* 15 (4) + 22 ③ + 8 ②.

Item multipliant √ *bino.* √ 3 ② + √ 2 ①, par √ *bino.* √ 5 ② + √ 4 ①, font √ *quadrino.* √ 15 ④ + √ 12 ③ + 10 ③ + 8 ②.

Demonstration.

La demonstration de ce probleme, est manifeste par les demonstrations des problemes des multiplications precedentes; Ou autrement par la division du suyvant probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique entier multiplicateur; nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

Quantité algebraique divisée par quantité algebraique, donner quotient quantité, de laquelle le nominateur est egal à la reste de nominateur du diviseur soubstraict du nominateur de la quantité à diviser.

Premier exemple.

Explication du donné. Soyent au fondement des nombres geometriques devant la 14 definition la sexte quantité F 64, & la seconde quantité B 4. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que F, divisée par B, donne quotient quarte quantité D, qui est quantité de laquelle le nominateur est egal à la reste de 2, soubstraict de 6, nominateurs des donnez. *Demonstration.* Divisons 64 de F, par 4 de B, donne quotient 16, qui est la quarte quantité D.

Second

Second exemple.

Explication du donné. Et pour demonstrer le mesme en quantitez composees; Soyent aux figures devant le 49 probleme 16 (4) H I 1296, & 8 (3) F G 216. *Explication du requis.* Il faut demonstrer, que H I, divisé par F G, donnent quotient primes quantitez A C; qui sont quantitez de laquelle le nominateur est egal à la reste de 3 soubstraict de 4, nominateurs des donnez. *Demonstration.* Divisons 1296 de H I, par 216 de F G, donne quotient 6, qui sont les 2 (1) A C. *Conclusion.* Quantité doncques algebraique, divisée par quantité algebraique, donne quotient quantité, de laquelle &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Nota. On entendra par ce theoreme, que (5) divisées par (2), donnent quotient (3), comme 6 (5), divisees par 3 (2), donnent quotient 2 (3); Et 8 (3), divisees par 2, (qui est 2 (0)) donnent quotient 4 (3), &c.

De la division des nombres algebraiques entiers.

Probleme L.

Estant donné nombre algebraique entier à diviser, & nombre algebraique entier diviseur: Trouver leur quotient.

Exemple 1.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à diviser tel: 9 (4) — 14 (3) + 6 (1) — 5; Et diviseur 3 (2). *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On disposera les nombres donnez comme cy dessoubs, disant, combien de fois 3 (2) en 9 (4)? faict + 3 (2) (+ par le theoreme devant le 27 probleme, & (2) par le theoreme devant ce 50 probleme) lesquels 3 (2) on mettra au vulgaire lieu du quotient; & alors leur disposition sera telle:

$$\cancel{9}\,(4) - 14\,③ + 6\,① - 5\;(3\,②$$
$$\cancel{3}\,②$$

Puis on mettra autrefois le diviseur 3②, soubz —14 ③, & on dira; combien de fois +3② en —14③? faict —4 $\frac{2}{3}$ ①; Puis mettant autrefois le diviseur soubs +6 ①, on dira, combien de fois +3② en +6①? faict + $\frac{6\,(1)}{3\,(2)}$; (ce que devient tousiours telle fraction algebraique, quand le nominateur du diviseur est majeur que le nombre à diviser.) Puis on mettra autrefois le diviseur soubz —5, disant; combien de fois 3② en —5? faict — $\frac{5}{3\,(2)}$. Et la disposition des characteres de l'operation achevee sera telle:

$$\cancel{9}\,(4) - \cancel{14}\,③ + \cancel{6}\,① - \cancel{5}\;(3\,② - 4\,\tfrac{2}{3}\,① + \tfrac{6\,(1)}{3\,(2)} - \tfrac{5}{3\,(2)}$$
$$\cancel{3}\,② \qquad \cancel{3}\,② \qquad \cancel{3}\,② \qquad \cancel{3}\,②$$

Ie di que 3② —4 $\frac{2}{3}$ ① + $\frac{6\,(1)}{3\,(2)}$ — $\frac{5}{3\,(2)}$ est le quotient requis.

L'on pourroit aussi pour solution mettre le nombre à diviser sur une ligne, & le diviseur dessoubs, & le quotient requis seroit fraction telle:

$$\frac{9\,(4) - 14\,③ + 6\,① - 5}{3\,②}$$

Exemple II.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à diviser 4⑦ —2⑥ —6⑤ +9(4). Et diviseur 2(4) +3③. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* La construction sera par la construction du precedent premier exemple assez notoire, parquoy nous mettrons seulement la disposition des characteres de l'operation achevée telle:

$\cancel{8}$⑥ $\cancel{6}$⑤
$\cancel{4}$⑦ — $\cancel{2}$|⑥ — $\cancel{6}$⑤ + $\cancel{9}$④ (2③ — 4② + 3①
$\cancel{2}$④ + $\cancel{3}$③ + $\cancel{3}$③ + $\cancel{3}$③
$\cancel{2}$④ + $\cancel{2}$④

Je di, que 2③ — 4② + 3①, eſt le quotient requis.

Exemple III.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique entier à diviſer 32③ + 4, & diviſeur 4① + 2. *Explication du requis*. Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction*. On diſpoſera les donnez en ceſte ſorte:

32③ + 4
4① + 2

Puis on dira, combien de fois 4① en 32③? faict 8② fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par 8②, font 16②, qui ſoubſtraictes de ce qu'il y a deſſus, reſtera — 16② + 4; & leur diſpoſition ſera alors telle:

— 16②
$\cancel{3}\cancel{2}$③ + 4 (8②
$\cancel{4}$① + $\cancel{2}$

Puis on mettra autrefois le diviſeur; diſant, combien de fois 4① en — 16②? faict — 4① fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par — 4①, faict — 8①, qui ſoubſtraict de ce qu'il y a deſſus, reſtera 8① + 4; & leur diſpoſition ſera alors telle:

Puis on mettra autrefois le diviſeur, diſant, combien de fois 4① en 8①? faict 2 fois, le mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 du diviſeur, par 2 du quotient, font 4, qui ſoubſtraict de ce qu'il y a deſſus, ne reſtera rien; & leur diſpoſition achevée ſera alors telle:

8①
— $\cancel{1}\cancel{6}$②
$\cancel{3}\cancel{2}$③ + 4 (8② — 4①
$\cancel{4}$① + $\cancel{2}$
$\cancel{4}$① + $\cancel{2}$

$\cancel{8}$ ①
$-\cancel{1}\cancel{6}$ ②
$\cancel{3}\cancel{2}$ ③ $+\cancel{4}$ (8 ② $-$ 4 ① $+$ 2
$\cancel{4}$ ① $+\cancel{2}$
$\cancel{4}$ ① $+\cancel{2}$
$\cancel{4}$ ① $+\cancel{2}$

Je di, que 8 ② $-$ 4 ① $+$ 2, eſt le quotient requis. Et de meſme ſorte, eſtant à diviſer 6 ③ $+$ 12, par 2 ① $+$ 2, on trouvera (ſuivant le precedent exemple) pour quotient, 3 ② $-$ 3 ① $+$ 3 $+ \frac{6}{2\,(1)+2}$.

Item diviſant √ 6 ③ par √ 3 ①, donne quotient √ 2 ②.

Item diviſant √ 6 X ③ par √ 3 X ①, donne quotient √ 2 X ②.

Item pour diviſer √ 6 ④ par √ 3 X ①, on convertira la prime quantité auſſi en racine, qui eſt √ 3 ②, & leur quotient ſera √ 2 ②.

Item, diviſant √ *trino*. 15 ④ $+$ 22 ③ $+$ 8 ②, par √ *bino*. 3 ② $+$ 2 ①, donne quotient √ *bino*. 5 ② $+$ 4 ①.

Item, diviſant √ *quadrino*. √ 15 (4) $+$ √ 12 ③ $+$ √ 10 ③ $+$ √ 8 ②, par √ *bino*. √ 3 ② $+$ √ 2 ①, donne quotient √ *bino*. √ 5 ② $+$ √ 4 ①.

La demonſtration des ſuſdicts exemples, eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes des diviſions precedentes. Ou autrement par la multiplication du precedente probleme. *Concluſion*. Eſtant doncques donné nombre algebraique entier à diviſer, & nombre algebraique entier diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME LI.

E*Stant donnez nombres algebraiques entiers à ajouſter: Trouver leur ſomme.*

Expli-

Explication du donné. Soyent donnez nombres algebraiques à ajouster tels: 3 ⑤ — 4 (4) — 2 ③ + 5 ② + 7 ① + 8. Et 2 ⑤ — 3 (4) + 6 ③ — 5 ① — 5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On ajoustera les nombres de multitude, observant les reigles de + & —, contenues au theoreme devant le 28. probleme. Or doncques ajoustez 3 ⑤ à 2 ⑤, font 5 ⑤; & ainsi des aultres; La disposition des characteres de l'operation est telle.

Nombres à ajoust.	3 ⑤ — 4 (4) — 2 ③ + 5 ② + 7 ① + 8
	2 ⑤ — 3 (4) + 6 ③ — 5 ① — 5
Somme	5 ⑤ — 7 (4) + 4 ③ + 5 ② + 2 ① + 3

Je di que ladicte somme est la somme requise.

Item pour ajouster √ 2 ① à √ 8 ①, on ajoustera √ 2 & √ 8, font par le 24 probleme √ 18; doncques √ 18 ① est la somme requise. Et de mesme sorte dirons, que √ 2)(① ajoustée à √ 8)(①, faict √ 18)(①.

Item pour ajouster racines de multinomies algebraiques commensurables, comme √ *bino.* 3 ② + 2 ① à √ *bino.* 27 ② + 18 ①, on se souviendra de la note à la fin du 25 probleme; à sçavoir que quotient des donnez, plus un, multiplié par diviseur, donne somme des donnez; Divisant doncques √ *bino.* 27 ② + 18 ①, par √ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne quotient (par le 50 probleme) 3, auquel par reigle ajouste 1, faict 4, par le mesme multiplié le diviseur √ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne somme requise √ *bino.* 48 ② + 32 ①.

Et par mesme maniere s'entendra que √ *bino.* √ 48)(① + √ 32)(① ajoustée à √ *bino.* √ 3)(② + √ 2)(① faict √ *bino.* √ 243)(② + √ 162)(①.

L'utilité de ces additions, & de semblables soubstractions au probleme suivant, est, que par icelles nous

pouvons

pouvons reduire (comme apparoiſtra es reductions) deux egales quantitez algebraiques, ainſi que nous en pourrons trouver le valeur de 1 ①, qui autrement nous ſeroit impoſſible.

Item comme l'on ajouſte les nombres incommenſurables par + & —, ainſi on ajouſtera diverſes eſpeces de quantitez par + & —, comme 2 ① & 3 ②, font 2 ① + 3 ②.

Item 2 ① & — 3 ③, font 2 ① — 3 ②, &c.

La demonſtration des ſuſdicts exemples eſt manifeſte, par les demonſtrations des problemes des additions precedentes. Ou autrement par la ſoubſtraction du probleme ſuivant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnés nombres algebraiques entiers à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME LII.

ESTANT donnè nombre algebraique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre algebraique entier à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique duquel on ſoubſtraict tel: 4 ⑧ — 6 ⑦ + 7 ⑥ — 6 ⑤ + 3 (4) — 4 ③ + 8 ② + 6 ① — 7, & nombre à ſoubſtraire tel: 4 ⑧ — 6 ⑦ + 4 ⑥ — 5 ⑤ + 5 (4) — 7 ③ — 5 ② — 8 ① + 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On ſoubſtraira les donnez, obſervant les reigles de + & — contenues au theoreme devant le 29 probleme. Or doncques ſoubſtraict 4 ⑧ de 4 ⑧, ne reſte rien; Et — 6 ⑦ de — 6 ⑦, ne reſte rien; & + 4 ⑥ de + 7 ⑥, reſte + 3 ⑥, & ainſi des autres; La diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

4⑧ − 6⑦ + 7⑥ − 6⑤ + 3(4) − 4③ + 8② + 6① − 7
4⑧ − 6⑦ + 4⑥ − 5⑤ + 5(4) − 7③ − 5② − 8① + 2
Reste 3⑥ − 1⑤ − 2(4) + 3③ + 13② − 14① − 9

Je di, que ladicte reste est la reste requise.

Item pour soubstraire √ 2 ① de √ 8 ①, on soubstraira √ 2 de √ 8, reste par le 25 probleme √ 2, doncques √ 2 ①, est la reste requise.

Et de mesme sorte nous dirons, que √ 2 X ①, soubstraict de √ 8 X ①, donne reste √ 2 X ①.

Item pour soubstraire par racines de multinomies algebraiques entre eux commensurables, comme estant √ *bino.* 3 ② + 2 ① à soubstraire de √ *bino.* 27 ② + 18 ①, on se souviendra de la note du 25 probleme, à sçavoir que quotient des donnez moins un, multiplié par diviseur, donne reste des donnez; divisant doncques √ *bino.* 27 ② + 18 ① par √ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne quotient (par le 50 probleme) 3; duquel soubstraict, par reigle, 1, reste 2; par le mesme multiplié le diviseur √ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne reste requise √ *bino.* 12 ② + 8 ①.

Et par mesme moyen s'entendra, que √ *bino.* √ 3 X ② + √ 2 X ①, soubstraict de √ *bino.* √ 48 X ② + 32 X ①, reste √ *bino.* √ 3 X ② + √ 2 X ①.

Item comme on soubstraict les racines incommensurables par + & −, ainsi on soubstraira diverses especes de quantitez par + & −; comme 2 ①, soubstraictes de 3 ②, reste 3 ② − 2 ①. Item − 2 ①, soubstraictes de 3 ②, reste 3 ② + 2 ①, &c.

La demonstration des susdicts exemples, est manifeste par les demonstrations des problemes des soubstractions precedentes; ou autrement; par l'addition du 51 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique entier duquel on soubstraict, & nombre

bre algebraique entier à soubstraire, nous avons trouvé leur reste, ce qu'il falloit faire.

Seconde distinction des quatre numerations des nombres algebraiques rompuz, & d'autres computations à icelles apartenantes.

PROBLEME LIII.

Estant donnez deux multinomies algebraiques: Trouver leur plus grande commune mesure.

NOTA. Petrus Nonius au commencement de la troisiesme partie de son Algebre, estimoit qu'alors ce probleme n'estoit par generale reigle inventé; parquoy il en descrivoit quelque maniere à tastons. Nous descrirons sa legitime construction, qui sera semblable à l'operation de l'invention de la plus grande commune mesure des nombres Arithmetiques entiers du 5 probleme: à sçavoir on divisera premierement le maieur par le moindre, & puis le diviseur autrefois par la reste, jusques à ce qu'il n'y reste rien, &c. comme le tout sera plus clair par exemple.

Explication du donné. Soyent donnez deux multinomies algebraiques tels: l'un 1 ③ + 1 ②, l'autre 1 ② + 7 ① + 6. *Explication du donné.* Il faut trouver leur plus grande commune mesure. *Construction.* On divisera le multinomie auquel est la superieure quantité, comme est icy le premier donné 1 ③ + 1 ②, par l'autre (du quotient, qui est 1 ①, comme audict 5 probleme, ne prenons icy cure) en ceste sorte:

— 6 ②

Et restera — 6 ② — 6 ①, par les mesmes on divisera autre fois le precedent diviseur, en ceste sorte:

— 6 ② — 6 ①
1 ③ + 1 ②. $\cancel{0}$ (1 ①
1 ② + 7 ① + $\cancel{6}$

Et restera 6 ① + 6; par les mesmes se divisera autre fois le precedent diviseur, en ceste sorte:

6 ①
1 ② + 7 ① + 6 ($\frac{1}{6}$
$\cancel{6}$ ② — $\cancel{6}$ ①

Et n'y reste rien; parquoy je di, que 6 ① + 6, est la plus grande commune mesure requise.

— $\cancel{6}$ ② — $\cancel{6}$ ① (— 1 ①
$\cancel{6}$ ① + $\cancel{6}$

Demonstration. Si l'on mesure, combien de fois il y a 6 ① + 6 en 1 ③ + 1 ②, (c'est à dire, si on divise 1 ③ + 1 ② par 6 ① + 6) se trouve (par le 50 probleme) $\frac{1}{6}$ ② fois: Semblablement, combien de fois les mesmes 6 ① + 6 sont en 1 ② + 7 ① + 6, se trouve $\frac{1}{6}$ ① + 1 fois: Mais que c'est aussi la plus grande commune mesure, est manifeste, par ce que $\frac{1}{6}$ ② & $\frac{1}{6}$ ① + 1, sont quantitez (par la 21 definition) entre elles premieres; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux multinomies algebraiques, nous avons trouvé leur plus grande commune mesure; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LIV.

Estant donné nombre algebraique rompu: Trouver son premier rompu.

Explication du donné. Soit donné rompu algebraique tel $\frac{1 ③ + 1 ②}{1 ② + 7 ① + 6}$. *Explication du requis.* Il faut trouver son premier rompu. *Construction.* On trouvera la plus grande commune mesure, de 1 ③ + 1 ②; & 1 ② + 7 ① + 6, qui par le 53 probleme sera 6 ① + 6: par les mes-

mesmes se divisera 1 ③ + 1 ②, donne quotient (par le 50 probleme) $\frac{1}{6}$ ②, lequel on mettra sur une ligne ; Puis on divisera les 1 ② + 7 ① + 6, par lesdicts 6 ① + 6, donne quotient $\frac{1}{6}$ ① + 1, lesquels on mettra soubz ladicte ligne en ceste sorte :

$$\frac{\frac{1}{6}\,②}{\frac{1}{6}\,① + 1}$$

$$*\ \frac{\frac{1}{6}\,②}{\frac{1}{6}\,① + 1}$$

Ie di que le mesme est le premier rompu requis. *Demonstration*. Estant numerateur & nominateur de * nombres entre eux premiers, par la 21 definition, ils seront le premier rompu du rompu $\frac{1\,(3) + 1\,(2)}{1\,② + 7\,① + 6}$, par la 23 defin. ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion*. Estant doncques donn é nombre algebraique rompu, nous avons trouvé son premier rompu; ce qu'il falloit faire.*

PROBLEME LV.

Estant donné nombre algebraique d'entier & rompu: Trouver un rompu qui leur soit egal.

Explication du donné. Soit donnée nombre algebraique d'entier & rompu tel 2 ③ + $\frac{3\,②}{5\,(4)}$.

Explication du requis. Il faut trouver un rompu qui leur soit egal. *Construction*. Ceste construction est semblable à celle du 7 probleme; On dira doncques, 5 (4) fois 2 ③, font 10 ⑦, ausquels ajoustez les 3 ②, font 10 ⑦ + 3 ②, lesquels on mettra sur une ligne, & les 5 (4) soubz la ligne, en ceste sorte $\frac{10\,(7) + 3\,(2)}{5\,(4)}$. Ie di que le mesme est le rompu requis, egal à l'entier & rompu donné. *Demonstration*. La demonstration est par division manifeste ; Car divisant 10 ⑦ + 3 ②, par 5 (4), donne quotient 2 ③ + $\frac{3\,(2)}{5\,(4)}$, comme dessus, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion*. Estant doncques donné nombre algebraique d'entier & rompu, nous avons trouvé un rompu qui leur est egal; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LVI.

Estant donnez nombres algebraiques rompuz, ayans inegaux nominateurs; Les reduire en rompuz ayans commun denominateur.

Explication du donné. Soyent les rompuz donnez ayans inegaux nominateurs tels $\frac{2(1)}{3(2)}$ & $\frac{4(4)}{5(3)}$. *Explication du requis.* Il les faut reduire en rompuz ayans un commun nominateur: c'est à dire, qu'il faut trouver deux autres rompuz egaux aux donnez, & ayans egaux nominateurs. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 9 probleme. On disposera doncques les donnez comme ci dessoubs; Puis on dira, 3 ② fois 4 ④, font 12 ⑥, les mettant sur les $\frac{4(4)}{5(3)}$. Puis 5 ③ fois 2 ① font 10 (4), les mettant sur les $\frac{2(1)}{3(2)}$; Puis on multipliera 3 ②, par 5 ③, font 15 ⑤, lesquels on mettra dessoubs. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$$\begin{array}{ccc} 10 ④ & & 12 ⑥ \\ \frac{2①}{3②} & \times & \frac{4④}{5③} \\ & 15 ⑤ & \end{array}$$

Je di que $\frac{10(4)}{15(5)}$ & $\frac{12(6)}{15(5)}$ sont les rompus requis. *Demonstration.* Les rompuz avoir 15 ⑤ pour commun nominateur, est manifeste. Et les $\frac{10(4)}{15(5)}$ estre egales à $\frac{2(1)}{3(2)}$, apert en cela, que $\frac{2(1)}{3(2)}$ est premier rompu des $\frac{10(4)}{15(5)}$, aussi sont les mesmes $\frac{2①}{3②}$ premier rompu de $\frac{2①}{3②}$ par le 54 probleme. Et semblablement se demonstrera que $\frac{12⑥}{15(5)}$ sont egales à les $\frac{4(4)}{5(3)}$; ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE.

Il est manifeste par ce probleme, comment la raison donnée en nombres rompuz se convertira en nombres entiers, car les rompuz donnez sont en telle raison comme 10 ④ à 12 ⑥.

Conclusion. Estant doncques donnez nombres algebraiques rompuz ayans inegaux nominateurs, nous les avons reduict en rompus ayans commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres algebraiques rompuz.

PROBLEME LVII.

Estant donné nombre algebraique rompu à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné le rompu à multiplier $\frac{3 ①}{2 ③}$, & multiplicateur $\frac{5 ②}{3 ①}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* Ceſte conſtructiõ eſt ſemblable à celle du 12 probleme. On multipliera doncques 3 ①, par 5 ②, font 15 ③; Puis 2 ③, par 3 ①, font 6 (4.) Et la diſpoſition des characteres de l'operation ſera telle:

$$\frac{3 ①}{2 ③} \cdot \frac{5 ②}{3 ①} \cdot \frac{15 ③}{6 ④}$$

Je di que $\frac{15 (3)}{6 (4)}$ eſt le produict requis; dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedentes demonſtrations des multiplications, ou bien par la diviſion ſuivante.

NOTA. Et ſemblable ſera auſſi l'operation en multinomies rompuz; car il fauldroit alors multiplier les multinomies l'un par l'autre, comme nous avons faict icy par les ſimples noms, deſquels (à cauſe de brieveté & auſſi que la choſe eſt notoire) ne donnerons aucuns exemples. Et ceſte note ſervira auſſi pour ſemblable avertiſſement aux trois problemes ſuivans. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique rompu à multiplier, & multiplicateur; Nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De

De la division des nombres algebraiques rompuz.

PROBLEME LVIII.

Estant donné nombre algebraique rompu à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné le nombre à diviser $\frac{2\,(1)}{5\,(2)}$, & diviseur $\frac{2\,(2)}{6\,(4)}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 13 probleme. On multipliera doncques par croix, à sçavoir 6 (4), par 2 ①, font 12 ⑤; Puis 2 ②, par 5 ②, font 10 (4). Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$$\frac{2\,②}{6\,④} \times \frac{2\,①}{5\,②} \cdot \frac{12\,⑤}{10\,④}$$

Je di que $\frac{12\,(5)}{10\,(4)}$ est le quotient requis; Dont la demonstration sera semblable à celles des precedentes divisions, ou bien par la multiplication precedente. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique rompu à diviser, & diviseur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebraiques rompus.

PROBLEME LIX.

Estant donnez nombres algebraiques rompuz a ajouster: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent donnez nombres algebraiques rompuz à ajouster tels, $\frac{2\,(3)}{4\,(4)}$ & $\frac{2\,(1)}{5\,(5)}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* Ceste construction sera semblable à celle du 10 probleme. On multipliera doncques 4 ④ par 2 ①, font 8 ⑤, Puis 2 ③, par 5 ⑤, font 10 ⑧; Puis ajoustant 10 ⑧, & 8 ⑤, font

10 ⑧ + 8 ⑤; Puis on dira, 4 ④ fois 5 ⑤, font 20 ⑨. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$$\frac{2\,③}{4\,④} \times \frac{2\,①}{5\,⑤} \quad \cdot \frac{8\,⑤}{10\,⑧} \qquad \frac{10\,⑧ + 8\,⑤}{20\,⑨}$$

Je di que $\frac{10\,⑧ + 8\,⑤}{20\,⑨}$ est la somme requise; Dont la demonstration sera semblable aux demonstrations des additions precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres algebraiques rompuz à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction des nombres algebraiques rompuz.

PROBLEME LX.

Estant donné nombre algebraique duquel on soubstraict, & à soubstraire: Trouver leur reste.

Explication du donné. Soit donné nombre duquel on soubstraict $\frac{9\,(3)}{3\,(4)}$, & nombre à soubstraire $\frac{4\,①}{2\,②}$.

Explication du requis. Il faut trouver leur reste. *Construction.* Ceste construction sera semblable à celle de II probleme. On multipliera doncques 2 ②, par 9 ③, faict 18 ⑤; Puis 4 ①, par 3 (4), faict 12 ⑤; Puis soubstrayant 12 ⑤, de 18 ⑤, reste 6 ⑤; Puis on multipliera 2 ②, par 3 (4), faict 6 ⑥. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$$\frac{4\,①}{2\,②} \times \frac{9\,③}{3\,④} \quad \begin{array}{r} \cdot\ 18\ ⑤ \\ \hline \cdot\ 12\ ⑤ \\ \hline 6\ ⑤ \\ \hline 6\ ⑥ \end{array}$$

Je di que $\frac{6\,⑤}{6\,⑥}$ est la reste requise; dont la demonstration sera semblable aux demonstrations des soubstractions precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique duquel

quel on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte; ce qu'il falloit faire.

Troiſieſme diſtinction, des extractions de racines de nombres algebraiques.

PROBLEME LXI.

Estant donné nombre algebraique: Trouver ſa racine requiſe.

DE L'ORIGINE DE L'EXTRACTION DES RACINES DES NOMBRES ALGEBRAIQVES.

L'origine de l'extraction des nombres algebraiques ſe collige par ſumption de leurs potences, deſquelles nous dirons diſtinctement de chaſcun en particulier. Au premier pour demonſtrer l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui ſoit ſimple nom, nous multiplierons quelque ſimple nom en ſoy, comme 3 ①; ſon quarré ſera 9 ②; doncques 3 ①, ſont racine quarrée deſdictes 9 ②; Mais il appert que 9 eſt le quarré de 3, & que le denominateur ② eſt double au denominateur ①, dont par le revers ſe collige reigle telle:

REIGLE I.

Pour extraire racine quarrée qui ſoit ſimple nom, il faut prendre la racine quarrée du nombre de multitude, luy applicant quantité, de laquelle le denominateur ſoit la moitie du denominateur donné.

Quant aux origines des extractions des racines quarrees des multinomies, il faut premierement ſoigner, que les ſuperieures quantitez, tant donnees, que requiſes,

 ſoyent

ſoyent touſiours miſes devant, comme nous obſervons le meſme par tout en noſtre Arithmetique. Il faut auſſi noter, que 2④ eſt plus haute quantité que √ 4⑦; car le quarré de celle la, eſt 4⑧, & de ceſte cy ſeulement 4⑦, & ainſi des autres ſemblables.

Or pour declarer l'origine de l'extraction de racine quarrée qui ſera binomie, nous multiplierons quelque binomie en ſoy; comme 2② + 3①; ſon quarré ſera trinomie tel: 4④ + 12③ + 9②; Doncques 2② + 3①, ſont racine quarrée dudict trinomie: mais il appert, que 4④ ſont le quarré des 2②, & que 9② ſont le quarré des 3①; dont par le revers ſe collige reigle telle;

REIGLE II.

Pour extraire racine quarrée qui ſoit binomie, on prendra les racines quarrees des extremes.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui ſera trinomie, nous multiplierons quelque trinomie en ſoy, comme 2② + 3① + 4, ſon quarré ſera quinomie tel: 4④ + 12③ + 25② + 24① + 16; Doncques 2② + 3① + 4, ſont racine quarrée dudict quinomie; Mais il appert, que 4④ ſont le quarré des 2②, & que les 12③ ſont le double du produict de 2② par 3①, & que 16 ſont le quarré de 4; Dont par le revers ſe collige reigle telle;

REIGLE III.

Pour extraire racine quarrée qui ſoit trinomie, on prendra les racines quarrees des extremes; puis la moitie du quotient de la diviſion du ſecond nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée qui ſera quadrinomie, nous multiplierons quelque quadrinomie

drinomie en soi, comme 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, son quarré sera septinomie tel 4 ⑥ + 12 ⑤ + 25 ④ + 44 ③ + 46 ② + 40 ① + 25; Doncques 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, sont racine quarrée dudict septinomie; Mais il appert que les 4 ⑥ sont le quarré des 2 ③, & que les 12 ⑤, sont le double du produict de 2 ③, par 3 ②, & que 40 ①, sont le double du produict de 4 ①, par 5, & que 25 sont le quarré de 5; dont par le revers se collige reigle telle:

Reigle IV.

Pour extraire racine quarrée qui soit quadrinomie, on extraira les racines quarreez des extremes; puis on prendra la moitie du quotient de la division du second nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné; puis la moitie du quotient de la division du penultiesme nom donné, par la racine quarrée du dernier nom donné.

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui sera quinomie, on multipliera quelque quinomie en soy, comme dessus, & se trouvera alors reigle telle:

Reigle V.

Pour extraire racine quarrée qui soit quinomie, alors le premier, second, quatriesme, & cincquiesme nom de la racine requise, se trouvent comme le quadrinomie de la quatriesme reigle; mais le troisiesme nom de la racine requise, se trouvera en soubstrayant de l'antepenultiesme nom donné, le quarré du quatriesme de la racine requise, & divisant la moitie du reste par la racine du dernier nom donné.

Car le quotient sera le troisiesme nom du quinomie de la racine requise. La raison est, que l'antepenultiesme nom donné, se compose du double du produict, du troisiesme nom de la racine requise, par le dernier nom de la racine requiſe, avec lé quarré du quatrieſme nom de la racine requiſe. Et ſemblablement pourroit on proceder en infini pour reigles des extractions des racines quarrées quelconques. Nous viendrons donc aux racines cubiques.

Et premierement pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſoit ſimple nom, nous prendrons la potence cubique de quelque ſimple nom, comme de 3 ②, ſon cube eſt 27 ⑥. Doncques 3 ②, ſont racine cubique des 27 ⑥; Mais il appert que 27 ſont le cube de 3, & que le denominateur ⑥ eſt triple au denominateur ②; Dont par le revers ſe colligereigle telle:

REIGLE VI.

Pour extraire racine cubique qui ſoit ſimple nom, il faut prendre la racine cubique du nombre de multitude, luy applicant quantité, de laquelle le denominateur ſoit le tiers du denominateur de la quantité donnée.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſera binomie, nous prendrons la potence cubique de quelque binomie, comme de 5 ① + 2, ſon cube ſera quadrinomie tel, 125 ③ + 150 ② + 60 ① + 8; Doncques 5 ① + 2, ſont racine cubique dudict quadrinomie: Mais il appert que 125 ③, ſont le cube des 5 ①, & que 8 ſont le cube de 2; Dont par le revers ſe collige reigle telle;

REIGLE VII.

Pour extraire racine cubique qui ſoit binomie, on prendra les racines cubiques des extremes.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſera trinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque trinomie, comme de 3 ② + 2 ① + 4, ſon cube

27⑥ + 54⑤ + 144④ + 152③ + 192② + 96① + 64; Doncques 3② + 2① + 4 est racine cubique dudict septinomie; Mais il appert, que 27⑥, sont le cube de 3②, & que 54⑤, sont le triple du produict, du quarré des 3②, par les 2①, & que 64 sont le cube de 4; Dont par le revers se collige reigle telle;

REIGLE VIII.

Pour extraire racine cubique qui soit trinomie, on prendra les racines cubiques des extremes, puis le quotient de la division du tiers du second nom donné, par le quarré de la racine cubique du premier nom donné.

Il est vray que l'on pourroit faire des autres reigles que ceste cy, mais elle est la plus briefve que pour l'heure je voyois, & la colligeai des deux quantitez, desquels se cõpose le second nom donné, à sçavoir tousiours en double raison, ce que je vi proceder de theoreme tel:

Le double du produict du premier & second nombre, multiplié par le premier, est double au quarré du premier, multiplié par le second.

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique, qui sera quadrinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque quadrinomie, & se trouvera alors reigle telle:

REIGLE IX.

Pour extraire racine cubique qui soit quadrinomie, alors le premier, second, & dernier nom de la racine requise, se trouveront comme le trinomie de la huictiesme reigle; mais le troisiesme nom de la racine, se trouvera tout ainsi par les deux derniers noms donnez, comme le second nom de la racine se trouva par les deux premiers noms donnez.

Et

Et ainſi l'on pourroit proceder en infini pour la deſcription de ces reigles, mais eſtant ainſi les origines aſſes manifeſtes, nous viendrons aux exemples de noſtre probleme,

Exemple 1. de ſimple nom.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique ſimple 9 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* Si le ſimple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement ſimple nom, il nous faut doncques par la precedente 1 reigle, extraire racine quarrée qui ſoit ſimple nom, ainſi: On prendra la racine quarrée du 9, qui eſt 3, & la moitie du denominateur ②, qui eſt ①, lequel applique à 3, font 3 ①, leſquelles je di eſtre la racine requiſe.

Item de 8 (4) la racine quarrée ſera √ 8 ✕ ②, &c.

Mais parce que toute quantité multipliée en ſoy, donne produit une quantité, de laquelle le nominateur eſt nombre per, s'enſuit, que denominateur imper, comme ① ou ③, ou ⑤, &c. n'aura autre ſolution, ſinon diſant que c'eſt racine d'autant; par exemple, racine quarrée de 9 ③, eſt √ 9 ③.

Multinomie ayant extreme quantité —, ne ſe ſolve que par racine quarrée d'autãt. Item de binomie ne s'extraict autrement racine quarrée, ſinon en diſant que c'eſt racine d'autant; la raiſon eſt, qu'il n'y a aucunes quantitez, qui multipliées en eux, peuvent produire binomie, nous commencerons doncques au trinomie.

Exemple II. de trinomie.

Explication du donné. Soit donné trinomie algebraique 4 (4) + 12 ③ + 9 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* Si le trinomie donné tient racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement

lement binomie : il fault doncques par la precedente 2 reigle, extraire racine quarrée, qui ſoit binomie, ainſi: On prendra des extremes quantitez données, les racines quarrées, qui ſont 2 ② & 3 ①; Puis on verra ſi le quarré de 2 ② + 3 ①, eſt egal au trinomie donné; & ſe trouve qu'ouy; nous dirons doncques, que 2 ② + 3 ①, eſt la racine requiſe; Mais quand ledict quarré eſt inegal au trinomie donné, alors ſe ſolvera par racine d'autant.

Item de 2 ② + 12 ① + 18, la racine ſera √ 2)(1 + √ 18; car les multipliant en eux, donnent produict le trinomie donné.

NOTA.

L'on peut auſſi autrement que par la multiplication en eux, cognoiſtre ſi la ſomme des racines des extremes, eſt la racine requiſe, à ſçavoir par le produict des extremes noms donnez : car eſtant tel produict egal au quarre de la moitie du moyen nom donné, alors le ſeront. Comme le produict des ſuſdictes 2 ②, par 18, faict 36 ②, auſſi faict 36 ②, le quarré de la moitie des 12 ① (dont la raiſon apparoiſt en multipliant un binomie algebraique en ſoy.) Doncques je concluz que la ſomme des racines des extremes, eſt le requis. Item de 4 (4) — 12 ③ + 9 ② la racine quarrée ſera autant 2 ② — 3 ① comme — 2 ② + 3 ①.

Exemple III. *de quadrinomie.*

Explication du donné. Soit donné quadrinomie algebraique 64 (4) + 64 ③ — 8 ① + 1. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* Si le quadrinomie donné, tient racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement trinomie; il faut doncques par la precedente troiſieſme reigle, extraire racine quarrée qui ſoit trinomie, ainſi: on extraira la racine quarrée de 64 (4), & ſera 8 ②

Puis ſe diviſera le ſecond nom donné, 64 ③,

par

par 8 ② premier en l'ordre, donne quotient 8 ①,
Sa moitie 4 ①
Racine quarrée du dernier nom donné 1

Puis il faut considerer, si le second, ou troisiesme nom donné, est — (car tout quadrinomie ayant racine quarrée trinomie, aura necessairement second ou troisiesme nom —) & appert que cest le troisiesme, nous dirons doncques, que le premier & second en l'ordre est —, & que le troisiesme en l'ordre est +, à sçavoir — 8 ② — 4 ① + 1. Ou autrement, nous dirons, que le premier & second en l'ordre est +, & le troisiesme en l'ordre —, à sçavoir 8 ② + 4 ① — 1, & sera autant l'un trinomie, comme l'autre la racine requise.

Mais si le second nom donné eust esté —, comme 64 (4) — 64 ③ + 8 ① + 1, nous dirons, que le second & troisiesme en l'ordre est —, & le premier +, à sçavoir 8 ② — 4 ① — 1. Ou autrement, que le second & troisiesme en l'ordre est +, & le premier —; à sçavoir — 8 ② + 4 ① + 1, & sera autant l'un trinomie comme l'autre la racine requise.

Quant au quinomie, sa racine quarrée peut estre ou trinomie, ou quadrinomie, ou quinomie; à sçavoir trinomie, si tous les noms fussent +; quadrinomie, ou quinomie, s'il y eust un ou deux noms avec —; & si la racine fust quadrinomie, elle se pourra rencontrer (Il est vray que l'operation, est selon la precedente 4 reigle, en toutes la mesme, mais au respect de la disposition du + ou —) en 12 differences: car quinomie donné, cõme + — + + +, pourra avoir racines — + — —, ou + — — —, ou + — + +, ou — + + +, toutes lesquelles differences nous pourrions descrire, mais celuy qui entendra les antecedens, facilement verra l'infini progrés d'icelles: nous dirons doncques des racines cubiques.

Exem-

Exemple IV. de simple nom.

Explication du donné. Soit donné nombre algebraique simple 27 ⑥. *Explication du requis*. Il faut trouver sa racine cubique. *Construction*. Si le simple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement simple nom, il faut doncques par la precedente 6 reigle, extraire racine cubique qui soit simple nom, ainsi; On prendra la racine cubique de 27, qui est 3, & le tiers du denominateur ⑥, qui est ②, appliqué à 3, seront 3 ②, lesquelles je di estre la racine requise.

Item de 6 ③ la racine cubique sera √③ 6)(①, &c.

Mais parce que toute potence cubique de quantité, tient son denominateur triple au denominateur de la quantité, s'ensuit que denominateur, qui ne se mesure point par 3, comme ⑤, & ⑦, &c. n'aura autre solution, sinon disant, que c'est racine d'autant. Par exemple, racine cubique de 8 ⑤, est √③ 8 ⑤.

De binomie, & trinomie, ne s'extraict autrement racine cubique, sinon en disant, que c'est racine d'autant, dont la raison est, qu'il n'y a aucunes quantitez, desquelles les potences cubiques sont binomie ou trinomie. Nous commencerons doncques au quadrinomie.

Exemple V. de quadrinomie.

Explication du donné. Soit donné quadrinomie algebraique 8 ③ + 36 ② + 54 ① + 27. *Explication du requis*. Il faut trouver sa racine cubique. *Construction*. Si le quadrinomie donné a racine comme nous cherchons, elle sera seulement binomie, il faut doncques par la precedente 7 reigle, extraire racine cubique qui soit binomie, ainsi: On prendra des extremes noms donnez les racines cubiques, qui sont 2 ①, & 3; puis on verra si le cube de 2 ① + 3, est egal au quadrinomie donné, & se trouve qu'ouy; Nous dirons doncques que 2 ① + 3, est

la rala racine requiſe, mais quand ledict cube eſt inegal au quadrinomie donné, alors ſe ſolvera par racine d'autant.

Item, quand les donnez ſont quadrinomie + — + —, la racine cubique pourra eſtre + —, mais de quadrinomie — + — + pourra eſtre — +. Et ſemblablement pourra on proceder en infini par racines d'eſpeces quelconques.

Demonſtration.

La demonſtration eſt manifeſte en chaſcune conſtruction avant que nous affermames d'avoir trouvé la racine requiſe. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique, nous avons trouvé ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

Quatrieſme diſtinction, des quatre numerations, des poſtpoſées quantitez.

De la multiplication des poſtpoſées quantitez.

PROBLEME LXII.

Eſtant donnée poſtpoſée quantité à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné nombre à multiplier 3 *ſec.* ①, & multiplicateur 2 *ter.* ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On multipliera 3 par 2, font 6, auſquels appliqué la *ſec.* ①, ſeront 6 *ſec.* ①; puis on mettra M avec l'autre denominateur donné, en ceſte ſorte, 6 *ſec.* ① M *ter.* ②, qui (pour produit requis) ſignifie par la 28 definition 6 *ſec.* ① multipliées par 1. *ter.* ②. Ou autrement, ayant multiplié 3 par 2, l'on peut au produict 6 appliquer la *ter.* ②, & ſeront 6 *ter.* ②; Puis on mettra M avec l'autre denominateur de quantité, en ceſte ſorte: 6 *ter.* ② M *ſec.* ①, & ſera autant le produict requis,

requis, comme le premier. *Demonstration.* Posons que 1 *sec.* ① valle 4, doncques 3 *sec.* ①, nombre à multiplier, vaudront 12; puis posons que 1 *ter.* ② valle 5, doncques 2 *ter.* ②, multiplicateur, vaudront 10; parquoy le produict du nombre à multiplier 12, par multiplicateur 10, faict 120, Mais le produict ⑥ *sec.* ① M *ter.* ②, vaut aussi 120; Car par l'hypothese 1 *sec.* ① vaut 4, parquoy le 6 *sec.* ① vaudront 24, qui multipliez par 5, valeur de 1 *ter.* ②, faict comme dessus 120. Ou autrement, 6 *ter.* ②, valent 30 (car 1 *ter.* ②, vaut 5, par l'hypothese) qui multiplié par 4, valeur de 1 *sec.* ①, faict aussi 120. Le mesme se prouvera de position de valeur quelconque; c'est doncques le vray produict requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. De mesme sorte nous dirons, que 2 *sec.* ①, multipliées par 3 ①, font 6 ① M *sec.* ①. Mais postposées quantitez d'une mesme progression, comme toutes de seconde position, ou toutes de tierce position, se multiplient comme les precedentes de premiere position, comme 3 *sec.* ①, par 2 *sec.* ①, font 6 *sec.* ③, &c.

Mais si multinomie fust à multiplier par multinomie, comme 4 *sec.* ② + 5 ① par 3 *sec.* ② + 2 ①; On multipliera selon l'ordre vulgaire, comme demonstre ceste disposition de characteres de l'operation achevée.

	4 *sec.* ② + 5 ①
	3 *sec.* ② + 2 ①
	+ 8 ① M *sec.* ② + 10 ②
12 *sec.* ④ + 15 ① M *sec.* ②	
12 *sec.* ④ + 23 ① M *sec.* ② + 10 ②	

Mais s'il y eust à multiplier par quantitez multipliées, ou divisées; comme 2 ① + 4 *sec.* ③ par 2 ① M *sec.* ①, on les disposera en ordre comme dessoubs, disant, 4 *sec.* ③

fois 2 ① *sec.*②, font 8 ① M *sec.* ⑤ (car multipliant *sec.*③ par *sec.*② faict *sec.*⑤) Puis 3 ② fois 2 ① *sec.*②, faict 6 ③ *sec.*②, & le produict requis & disposition de characteres sera comme cy dessoubs:

2 ① *sec.* ②
3 ② + 4 *sec.* ③

Produict 6 ③ M *sec.* ② + 8 ① M *sec.* ⑤

Et pour demonstrer que ledict produict est le vray produict requis, posons pour 1 ① quelque valeur, comme 3, & pour 1 *sec.* ① posons 2, doncques le nombre à multiplier vaudra 24, & multiplicateur vaudra 59, leur produict est 1416; aussi vaut 1416 le produict de la solution.

Item 3 ① M *sec.*②, par 3 ② M *ter.* ①, font 9 ③ M *sec.*② M *ter.* ①, le mesme se prouve posant quelques valeurs des quantitez; par exemple, 1 ① valoir 3, & 1 *sec.* ① valoir 2, & 1 *ter.* ① valoir 4: car nombre à multiplier vaudra 36, & multiplicateur 108, desquels le produict est 3888; aussi vault 3888 ledict produict: car 9 ③ vallent 243, qui multipliez par valeur de 1 *sec.* ②, qui est par 4, faict 972, qui multiplié par valeur de 1 *ter.* ①, qui est par 4, faict comme dessus 3888.

Item 2 ① D *sec.* ②, multipliées par 3 ② D *ter.* ③, donnent produict 6 ③ D *sec.* ② D *ter.* ③.

Item 3 ② + 2 *sec.* ③, multipliées par ② 1 D *sec.* ②, donnent produict 6 ③ D *sec.* ② + 4 ① D *sec.* ② M *sec.* ③, desquels les demonstrations sont semblables aux precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée postposée quantité à multiplier, & multiplicateur; nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De

De la division des postposées quantitez.

PROBLEME LXIII.

Estant donnée postposée quantité à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné nombre à diviser 6 *ter.* ③, & diviseur 2 *sec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera le 6 par 2, donne quotient 3, auquel appliqué la *ter.* ③, seront 3 *ter.* ③; puis on mettra D avec l'autre denominateur donné, en ceste sorte: 3 *ter.* ③ D *sec.* ①, qui (pour quotient requis) signifie par la 28 definition 3 *ter.* ③ divisées par 1 *sec.* ①. *Demonstration.* Posons que 1 *ter.* ③ valle 2, doncques 6 *ter.* ③ à diviser vaudront 12, puis posons que 1 *sec.* ① valle ③, doncques 2 *sec.* ① diviseur vaudront 6; ergo le quotient de nombre à diviser 12, par diviseur 6, est 2; Mais le quotient de la solution cy dessus vaut aussi 2, car 1 *ter.* ③ vaut (par l'hypothese) 2, parquoy les 3 *ter.* ③, vallent 6, qui divisé par 3 valeur de 1 *sec.* ①, donne quotient comme dessus 2. Le mesme se prouvera par position de valeur quelconque, c'est doncques le vray produict requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Postposées quantitez d'une mesme progression, se divisent comme les precedentes premierement posées, comme 8 *ter.* ④, divisées par 4 *ter.* ①, donnent quotient 2 *ter.* ②, &c.

Item divisant 6 ③ M *sec.* ①, par 2 ① M *ter.* ②, donnent quotient 3 ② M *sec.* ① D *ter.* ②.

Item divisant 6 ③ D *sec.* ①, par 2 ① D *ter.* ②, donne quotient 3 ② D *sec.* ① M *ter.* ②.

Item divisant 6 ③ D *sec.* ①, par 2 ① M *ter.* ②, donne quotient 3 ② D *sec.* ① D *ter.* ②.

Item divisant 6 ③ M *sec.* ①, par 2 ① D *ter.* ②, donne quotient 3 ② M *sec.* ① M *ter.* ②: Desquelles les demonstrations seront semblables à les precedentes. Nous pourrions de ces divisions donner autres exemples plus difficiles, mais celuy qui entendra bien les precedens, facilement procedera plus avant. *Conclusion.* Estant doncques donnée postposée quantité à diviser, & diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des postposees quantitez.

PROBLEME LXIV.

Estant donnees postposees quantitez à ajouster: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent donnees postposees quantitez à ajouster 2 *sec.* ① & 3 *ter.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On les ajoustera par +, disant que c'est 2 *sec.* ① + 3 *ter.* ①; dont la demonstration est manifeste.

Quant au + & — qui se rencontrent en additions des multinomies, on ensuivera les reigles des additions precedentes: mais quantitez d'une mesme progression, s'adjoustent comme les premierement posees; par exemple, 3 *sec.* ③, avec 5 *sec.* ③, font 8 *sec.* ③, &c. Et semblable avertissement servira au probleme suivant. *Conclusion.* Estant doncques donnez postposees quantitez à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

De

De la ſoubſtraction des poſtpoſees quantitez.

PROBLEME LXV.

Estant donnée poſtpoſée quantité de laquelle on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire : Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donnée poſtpoſée quantité de laquelle on ſoubſtraict (4) *ter.* ①, & à ſoubſtraire 2 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On les ſoubſtraira par —, diſant que c'eſt 4 *ter.* ① — 2 *ſec.* ①; dont la demonſtration eſt manifeſte. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſée quantité de laquelle on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire, Nous avons trouvé leur reſte; ce quil falloit faire.

Cincquieſme diſtinction, de la reigle de trois des quantitez.

VEu que les nombres Arithmetiques, & radicaux, à la precedente 1. & 2. partie de ce ſecond livre, ont eu apres leurs computations rationelles, auſſi leurs computations proportionelles; S'enſuit (ſelon qu'il a eſté promis en l'argument) qu'en ceſte troiſieſme partie, apres les precedentes computations rationelles des quantitez, il nous faut auſſi deſcrire leurs computations proportionelles, & premierement leur reigle de trois. Mais avant que d'y venir, nous annoterons quelques articles neceſſaires, deſquels le premier eſt tel :

LA RAISON POVRQVOY NOVS appellons Reigle de trois, ou invention du quatriesme proportionel des quantitez; ce que vulgairement se dict equation des quantitez.

VEu que les noms convenables, sont en les sciences de grande importance, & principalement es difficiles, ce n'est point à tort, que nous les choisissons, au lieu des inconvenables: ce qui sera icy, de l'invention de quatriesme proportionel des quantitez, qui se dict vulgairement equation; Nous le nommons ainsi, parce qu'il est plus commode à la doctrine; Car puis qu'il y a tousiours donnez trois termes, ausquels on cherche un quatriesme proportionel (comme apparoistra en son lieu) pourquoy ne s'appelleroit cecy pas aussi bien invention de quatriesme proportionel, comme en tous autres? Quant à ce que l'on me dira, que c'est aussi equation, certes je le concede, & non pas seulement en quantitez algebraiques, mais en tous autres. Par exemple, 6 aulnes coustent 4 ℔, combien 3 aulnes? l'on trouve son quatriesme proportionel 2 ℔, ce qui est aussi equation, car on egale à la valeur des 3 aulnes, la valeur de 2 ℔: toutesfois il n'est point en usage de le nommer equation; mais on l'appelle (& à bon droict, puis qu'il est plus propre) invention de quatriesme proportionel: Et pour la mesme raison le nommons nous icy ainsi, à fin que le grand mistere de proportion en quantitez, ensemble les causes de choses, soyent plus faciles & notoires, que oncques au paravant. Car ce mot d'equation a faict penser aux apprentifs, que c'estoit quelque matiere singuliere, laquelle toutesfois est commune en la vulgaire arithmetique, car nous cherchons à trois termes donnez, un quatriesme

triesme proportionel. Mais comme cela qu'ils nomment equation, ne consiste point en egaleté des quantitez absolue, ains en egaleté de leurs valeurs; Ainsi cōsiste ceste proportion en la valeur des quantitez, comme le semblable est vulgaire, aux communes choses corporelles. Par exemple, un beuf vault 2 moutons avec 8 ℔, ergo 1 mouton vault 4 ℔, lesquels sont quatre termes proportionaux, non pas selon la quantité, en respect de laquelle, le produict des extremes, n'est point egal au produict des moyens, mais selon la valeur: car comme 16 ℔ valeur du beuf, à 16 ℔ valeur de 2 moutons avec 8 ℔, ainsi 4 ℔ valeur de 1 mouton, à 4 ℔ valeur du quatriesme terme, lesquels termes proportionels, nous mettrons en ordre, pour plus grande evidence, en ceste sorte:

1 beuf.	2 moutons + 8 ℔.	1 mouton.	4 ℔
16 ℔.	16 ℔.	4 ℔.	4 ℔

Le mesme s'entend aussi des quantitez: car quand nous disons, 1 ② est egale, ou vault 2 ① + 8, ergo 1 ① vault 4, ce sont quatre termes proportionaux; mais au respect de leurs valeurs, desquelles le produict des extremes, est seulement egal au produict des moyens. Leur disposition conforme à la precedente est telle:

1 ②.	2 ① + 8.	1 ①.	4.
16.	16.	4.	4.

DES TROIS TERMES DONNEZ, *ausquels pour le temps present, on sçait legitimement trouver un quatriesme proportionel.*

COMME tous problemes en la geometrie, ne sont encore inventez; Car l'on y desire la quadrature du circle, aussi l'invention de deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes données, &c. lesquelles toutesfois nous sentons par la raison, se pouvoir trouver: Ainsi nous avient le semblable en l'Arithmetique à l'invention du quatriesme terme proportionel des quantitez; Car quand le premier & second, sont composez de ces cincq quantitez ④③②①⓪, ou de partie d'icelles, ou de leurs derivatifs, ou qu'il nous soit possible de convertir les donnez à telles especes, par la reduction (laquelle reduction se declarera cy dessoubs) alors l'on en peut trouver (soit le troisiesme terme de quantitez quelconque) le quatriesme proportionel: excepté quelque difficulté qui se rencontre aucunefois en ③ egale a ① + ⓪, comme nous en dirons plus amplement, à la fin de la premiere difference du 69 probleme. De tous les autres n'est pour l'heure (combien qu'il est possible) trouvée legitime generale reigle, sinon une que j'ay naguere inventée voir assez commode par autre voye que l'ordinaire. voyez la fin du Probl. 77. Les differences qui se rencontrent desdictes cincq quantitez (desquelles nous descrirons onze Problemes) sont telles:

①	Egale a	⓪
②		①⓪
③		①⓪
③		②⓪
③		②①⓪
④		①⓪
④		②①⓪
④		③⓪
④		③①⓪
④		③②⓪
④		③②①⓪

Il est vray qu'il y auroit des differences beaucoup d'avantage, prenant ② egale à ⓪, pour une, & ④ egale à ②⓪, pour autre, &c. Mais veu que cecy sont derivatifs des autres, par la 27 definition, desquels l'operation sera semblable à celle de leurs primitifs, nous les comprendrons tous soubs un probleme, qui sera le 78. Et apres le mesme suit une reigle generale; puis suivront encore deux

deux problemes, de l'invention de quatriesme terme proportionel des postposées quantitez.

DES INVENTEVRS DE CES REIGLES DE TROIS DES QVANTITEZ.

LEs inventeurs de ces reigles de trois des quantitez ont esté;

Mahomet filz de Mose Arabien de { ① egale à ⓪. Leurs derivatifs. ② egale à ① ⓪.

Et quelque autheur incognu de leurs derivatifs.

Quelque autre autheur incognu de { ③ egale à ① ⓪. ③ egale à ② ⓪.

Louys de Ferrare de ④ ega.à ③ ② ① ⓪.

Quant à Diophante, il semble qu'en son temps les inventions de Mahomet ayent seulement esté cognues, comme se peult colliger de ses six premiers livres; Il est vray qu'il solve de merveilleuses questions, comme nous declarerons en son lieu, mais il conduict communement ses operations par une admirable subtilité, ainsi, que le premier & second terme, deviennent ① egale à ⓪, ou leurs derivatifs, & aucunefois, mais rarement, à ② egale a ① ⓪.

Les derivatifs de ② egale à ① ⓪, inventez par le susdict premier autheur incognu, sont descripts par Lucas Pacciolo.

Quant aux inventions du second autheur incognu, Cardane se dict les avoir trouvé par escript; mais qu'elles n'estoyent point divulgees; Aussi que Scipio Perreus de Bologne, aie trouvé la premiere sorte, qui est de ③ egale à ①⓪; Auquel suivoit Nicolas Tartalia Bressian, mais par occasion de quelque dispute, qu'il eust de ceste matiere avec Antonio Maria Florido Venetien, disciple dudict Scipio, en laquelle il discouvra quelque chose, par laquelle Nicolas le conjectura, & trouva; Lequel apres beaucoup de prieres de Cardane, le lui a declaré, ce que luy Cardane estoit fondement, par lequel il est venu au bout de plusieurs demonstrations geometriques, de ③ egale à ②①⓪, & leurs dependances, dont il a descript un livre intitulé *Ars magna*.

Mais l'invention de Louys de Ferrare est n'agueres divulguée en langue Italienne par Raphael Bombelle grand Arithmeticien de nostre temps.

DE LA REDVCTION.

AVANT que venir à ces problemes de la reigle de trois des quantitez, il nous faut considerer, que souventesfois lesdicts premier & second, ou egaux termes donnez, ne semblent au premier regard point de ceux dont nous avons dict ci dessus, à sçavoir desquels on sçait trouver le quatriesme proportionel; toutesfois e-stant reduicts, on trouvera qu'ils le seront. Il nous faut doncques declarer apertement ceste reduction. & pour l'expliquer premierement par quelque exemple vulgaire; Posons le cas qu'il y a proposéz trois termes desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: 8 *aulnes de drap, plus 2 livres de poivre, moins 3 livres de canelle, vallent 2 livres de poivre, plus 24 escuz, moins 3 livres de canelle; combien vaudront 2 aulnes de drap?* Or parce que le premier & second terme, ont des aioincts de plus & moins, il y a proposé quelque question, qui semble confuse; car de multi-

multiplier le troisiesme par le second, & diviser le produict par le premier, comme ilz sont proposez (pour en trouver le quatriesme proportionel) ce seroit chose tres-facheuse & obscure; parquoi il faut remedier à ce plus & moins (lequel remede s'appelle ici reduction) en ceste sorte: Puis que le premier & second terme donnez, sont par l'hypothese d'egale valeur, s'ensuit, que si d'un & d'aultre costé nous aioustons & soubstrayons choses egales; que sommes & restes seront egales, lesquelles nous servent au lieu des premiers donnez (comme le semblable est chose vulgaire en autres computations communes. Par exemple, si l'on dict, 4 aulnes vallent 6 ℔, combien 5 aulnes? ou autrement, 2 aulnes vallent 3 ℔, combien 5 aulnes? l'un & l'autre donne un mesme quatriesme) Soubstrayons doncques de chascun terme, à sçavoir du premier & second, 2 livres de poivre, & demeureront 8 aulnes de drap, moins 3 livres de canelle; equivallans à 24 escuz, moins 3 livres de canelle: Puis aioustons (par ce qu'il y a moins) à chascun desdicts termes 3 livres de canelle, & la somme de l'un sera 8 aulnes de drap, & de l'autre 24 escuz, lesquels seront autresfois d'egale valeur; & ceci sont les termes reduicts, par lesquels on pourra facilement venir au requis; Car disant 8 aulnes de drap vallent 24 escuz, combien 2 aulnes? le requis sera par vulgaire solution 6 escuz. Tout de mesme sorte faut il entendre, qu'en la reigle de trois des quantitez (pour le plus & moins & autres semblables occurrences qui se rencontrent en icelle) est aucunefois necessaire telle reduction, aucunefois n'est il pas besoing, comme apparoistra en son lieu par les exemples. Et s'appelle ceci reduction, parce qu'on reduict les termes donnez, en autres termes, qui sont de maieure ou moindre valeur que les premiers, cõbiẽ qu'ilz demeurẽt entre eux en la mesme egale raison.

Or

Or aiant declaré quelle chose est reduction, nous viendrons à la pratique de reduire, & la compendrons en 10 reigles, desquelles la premiere est telle:

REIGLE I.

SI les deux termes egaux donnez n'eussent pas l'inferieure quantité ⓪, on posera qu'il le soit, delaissant son signe de plus haulte quantité, & chascune des autres quantitez, descendra par egale distance.

EXPLICATION.

Soient trouvez 2 ④, egales à 6 ③; Or les 6 ③, sont d'inferieure quantité; il faut doncques delaisser le signe de quantité, & au lieu de 6 ③ poser seulement 6, mais les 2 ④ estoient un degré plus haut que les 6 ③; il faudra doncques au lieu de 2 ④, prendre 2 ①, qui sont d'un degré plus haut que 6 ⓪; Car ainsi (comme veult la reigle) ils descendront tous par egale distance, à sçavoir & l'une & l'autre quantité par trois degrez. De sorte qu'au lieu de 2 ④, egales 6 ③, nous dirons pour termes reduictes 2 ①, egales à 6.

Et de mesme sorte s'entendra, que 5 ⑥, egales à 8 ②, seront reduictes 5 ④ egales à 8.

Item 1 ⑦ egale à 3 ⑥ + 4 ⑤, seront reduictes, 1 ② egale à 3 ① + 4.

Item 1 ⑨ egale à 3 ⑥ + 5 ③, seront reduictes, 1 ⑥ egale à 3 ③ + 5. Et ainsi de tous autres semblables.

REIGLE II.

POur reduire le nombre de multitude de la superieure quantité en unité, on divisera par lui toutes les quantitez proposées.

EXPLICATION.

Soient 3 ③, egales à 9 ② + 12; Or parce que le nombre de la superieure quantité n'est pas 1 (car il est 3) on divi-

divisera toutes les quantitez par 3, & alors 1 ③ sera egale à 3 ② + 4. Et de mesme sorte, $\frac{1}{3}$ ② egale à 2 ① + 3, & divisée chascune quantité par $\frac{1}{3}$, sera reduict, 1 ② egale à 6 ① + 9.

REIGLE III.

Si les deux termes egaux eussent quantitez de mesme hauteur, on les ostera toutes deux, ou l'une, par le moien d'egale addition, ou d'egale soubstraction.

EXPLICATION.

Soient 3 ② + 4 egales à 2 ① + 4: Or parce qu'en l'un & l'autre terme, il y a des quantitez d'egale hauteur, à sçavoir 4 en l'un & 4 en l'autre, qui sont toutes deux ⓪, on soubstraira d'un & d'autre costé 4, & resteront 3 ② egales à 2 ①. Et de mesme sorte, quand 3 ② — 4 sont egales a 2 ② — 4, on aioustera à chascune partie 4; & les sommes, à sçavoir 3 ② & 2 ①, seront egales.

Item estant 4 ③ + 7 ①, egales à 2 ② + 3 ①, on soubstraira d'un & d'autre costé 3 ①, & resteront 4 ③ + 4 ①, egales à 2 ②.

Item estant 4 ③ — 7 ①, egales à 2 ② — 3 ①, on aioustera à chascun terme 3 ①, & 4 ③ — 4 ① seront egales à 2 ②. Ou autrement, on aioustera à chascun terme 7 ①, & 4 ③ seront egales à 2 ② + 4 ①.

Item estant 4 ③ — 7 ①, egales à 2 ② + 3 ①, on aioustera à chascune partie 7 ①, & 4 ③ seront egales à 2 ② + 10 ①. Ou autrement, on soubstraira de chascune partie 3 ①, & 4 ③ — 10 ① seront egales à 2 ②.

Item estant √ *bino.* 27 ② + 8 ①, egale à 3 + √ *bino.* 3 ② + 2 ①, on soubstraira par le 43 probleme de chascune partie √ *bino.* 3 ② + 2 ①, & restera √ *bino.* 12 ② + 8 ①, egale à 3, & par la 6 reigle 12 ② + 8 ① seront egales à 9.

Item

Item estant 5 ③ + 7 ② — 4 ① + 2, egales à 4 ① — 4 ③ + 2 ② + 3 ① + 2. On aioustera à chascune partie 4 ③ (parce qu'a chascune partie y a des ③) & seront 9 ③ + 7 ② — 4 ① + 2, egales à 4 ④ + 2 ② + 3 ① + 2. Puis on soubstraira de chascune partie 2 ②, & seront 9 ③ + 5 ② — 4 ① + 2, egales à 4 ④ + 3 ① + 2. Puis on aioustera à chascune partie 4 ①, & seront 9 ③ + 5 ② + 2, egales à 4 ④ + 7 ① + 2. Puis on soubstraira de chascune partie 2, & seront 9 ③ + 5 ②, egales à 4 ④ + 7 ①.

La reste qui leur est necessaire, pour estre finalement reduictes, à sçavoir que le superieur nom doibt estre mis seul, sera demonstré à la 4 reigle suivante.

REIGLE IV.

SI la superieure quantité ne fust pas seule, on la mettra seule & premiere, par la precedente 3 reigle, & les superieures quantitez suivantes par ordre tousiours devant.

EXPLICATION.

Comme à la fin de la presente explication, se trouva 9 ③ + 5 ②, egale à 4 ④ + 7 ①, mais la superieure quantité, à sçavoir 4 ④, ne se trouve point seule, ny devant ny les autres en ordre, il faut doncques soubstraire de chascune partie 7 ①, & resteront 4 ④ egales (mettant la superieure quantité ③ devant, puis ②, puis ①) a 9 ③ + 5 ② — 7 ①, desquelles (les convertissant par la 1 reigle en 4 ③, egales a 9 ② + 5 ① — 7; Et par la 2 reigle en 1 ③, egale à $\frac{9}{4}$ ② + $\frac{5}{4}$ ① — $\frac{7}{4}$) on pourra trouver le quatriesme terme proportionel, par le 71 probleme.

REIGLE V.

SI aux egaux termes, il y eust fraction algebraique, on les convertira en termes de quantitez entieres.

EXPLI-

EXPLICATION.

Soient $\frac{3\,\textcircled{1}}{4\,\textcircled{2}}$, egales à 2, on les convertira en nombres entiers de la mesme raison par le corollaire du 56 probleme, qui seront 8 ②, egales a 3 ①.

Et de mesme sorte nous dirons, que $\frac{4\,\textcircled{1}}{5\,\textcircled{2}+6}$, egales à $\frac{2}{3}$, seront convertiz par ceste reigle, 10 ② + 12, egales à 12 ①.

Item $\frac{2\,\textcircled{1}}{3\,\textcircled{2}+5}$, egales à $\frac{4}{5}$ ①, seront convertiz par ceste reigle, 10 ②, egales à 12 ③ + 20 ①, & ainsi des autres semblables.

REIGLE VI.

SI l'un des termes egaux fust racine, on peut comparer à la potence du mesme, semblable potence de l'autre terme.

EXPLICATION.

Soient 3 ① egales à $\sqrt{}$ 2 : Parce doncques que l'un terme est racine quarrée, on peut comparer (combien qu'en cest & semblables exemples il n'est point necessaire comme apparoistra en son lieu) la potence quarrée de 3 ①, qui est 9 ②, à la potence quarrée de $\sqrt{}$ 2, qui est 2, de sorte que pour reduction achevée, 9 ② seront egales à 2.

Item estant 1 ① + 3, egales à $\sqrt{}$ *bino.* 11 + $\sqrt{}$ 3, l'on pourra dire, que la potence quarrée de l'un 1 ② + 6 ① + 9, est egale à la potence quarrée de l'autre, qui est 11 + $\sqrt{}$ 3.

Ou autrement, sans ceste reigle, soubstraire 3 de chascun terme donné, & restera 1 ①, egale à − 3 + $\sqrt{}$ *bino.* 11 + $\sqrt{}$ 3.

Item estant 2 ①, egales à $\sqrt{}$ *bino.* 3 ③ + 4 ①, on dira que la potence quarrée de 2 ①, qui est 4 ②, est egale à la potence quarrée de l'autre, qui est 3 ③ + 4 ①; Et semblablement procedera on aux autres.

Mais

Mais si 2 ③ + √ 3 ②, fussent egales à 5 ②, la vulgaire maniere est de mettre la √ 3 ② seule, soubstrayant de chascun terme 2 ③, & demeureront √ 3 ② egales à — 2 ③ + 5 ②; Puis de prendre le quarré de l'une & l'autre partie, & seront 3 ②, egales à 4 ⑥ — 20 ⑤ + 25 ④; qui reduicts par les precedentes reigles (à sçavoir mettant la superieure quantité seule, par la 4 reigle, & les rabaissant ainsi que l'inferieure quantité soit ⓪, par la 1 reigle, & reduisant le nombre de multitude du superieur nom en unité par la 2 reigle) sera finalement 1 ④ egale à 5 ③ — $\frac{25}{4}$ ② + $\frac{3}{4}$.

Mais sur ceste & semblables questions, nous avons veu autre maniere de reduction plus briefue, & commode; par laquelle nous pourrons rendre les termes reduicts tels, qu'on en pourra trouver son quatriesme proportionel, qui souventesfois seroit impossible par la maniere comme dessus; nous declarerons la mesme en reigle telle.

REIGLE VII.

Quand quelque racine de quantitez contient nominateur de quantité entier, on en extraira sa racine.

EXPLICATION.

Soient (comme au dernier exemple ci dessus) 2 ③ + √ 3 ② egales à 5 ②. Or parce qu'il y a une racine, à sçavoir √ 3 ②, conforme à ceste reigle (car la racine quarrée de ② est ①, qui a nominateur entier, & de mesme sorte dirons, que √ ③ 6 ③; Item √ 5 ④; Item √ ③ 2 ⓪, &c. sont des racines da la qualité requise en ceste reigle; Mais racines, comme √ ③ 3 ②, ne les sont pas, parce que la racine cubique de ② obtient nominateur rompu, à sçavoir $\frac{2}{3}$ en circle) on extraira la racine des 3 ②,

qui

qui eſt par le 61 probleme, √3 X ①, lequel nous mettrons au lieu de √3 ②; & 2③ + √3 X ①, ſeront egales à 5 ②, leſquels autrefois reduicts par les precedens, 2 ② ſeront egales à 5 ① — √ 3, qui ſont beaucoup plus commodes pour en trouver le quatrieſme terme proportionel, que par la reduction de l'autre maniere cy deſſus; là ou je trouvois 1 (4), egale à 5 ③ — $\frac{25}{4}$ ② + $\frac{3}{4}$.

Mais ſi de cecy on vouluſt prendre quelque facile preuve, l'on ſe pourroit propoſer 2 ③ + √ 9 ②, egales à 7 ② (qui eſt autant à dire, veu que √ 9 ② ſont 3 ①, comme 2③ + 3 ①, egales à 7 ②) deſquels il eſt notoire par le 68 probleme, que le quatrieſme terme proportionel (reduiſant les donnez, & poſant pour le troiſieſme 1 ①) ſera 3; Et ſuivant l'operation, comme deſſus à la 6 reigle, ſe trouvera à la fin 1 (4), egale à 7 ③ — 12 $\frac{1}{4}$ ② + $\frac{9}{4}$, deſquels il appert par le 76 probleme, que 3, comme deſſus, eſt auſſi leur quatrieſme terme proportionel; Ce que nous voulions ainſi prouver.

Et celuy qui aura bien entendu ſes choſes ſuſdictes, facilement entendra, qu'eſtant 2 ③ + √ 12 ② egales à 8 ①, qu'alors reduictes 1 ②, ſera egale à 4 — √ 3.

Item eſtant 2 ② egales à √ ⑤ 2 ⑤ — √ (4) 3 (4) + √ ③ 6 ③ + √ 6 ② — 2 ①, qu'alors 2 ③ ſeront egales à √ ⑤ 2 — √ (4) 3 + √ ③ 6 + √ 6 — 2, deſquels on peut facilement ſe trouver le quatrieſme terme proportionel, car (poſant le troiſieſme terme 1 ①) ſera par le 67 probleme

$$\frac{\sqrt{\textcircled{5}}\,2 - \sqrt{\textcircled{4}}\,3 + \sqrt{\textcircled{3}}\,6 + \sqrt{6} + 2}{2}$$

De ſorte que par ceſte reduction (laquelle n'a eſté animadvertie par cy devant, que je ſçache) l'on pourra ſolver queſtions, que ſans la meſme on n'a ſceu achever, non seulement de termes, ausquels se rencontre binomie, trinomie, quadrinomie algebraique, mais (se rencontrans en telle sorte) de millenomies.

Reigle VIII.

On *ne peut abbreger les termes egaux, par extraction de racine de chasque terme.*

Explication.

Quand l'un & l'autre des termes egaux, tient racine qui soit de moindre multitude de quantitez, on peut extraire telles racines, & seront egales. Mais il faut bien noter ces mots *de moindre multitude de quantitez*; Car par exemple, 2 ③ + 5 ① est binomie, qui a racine $\surd$ *bino.* 2 ③ + 5 ①; mais elle n'est pas de moindre multitude de quantitez que sa potence; doncques telle racine ne nous duict point à ce propos, mais celles qui s'ensuivent.

Soyent 16 ④ + 24 ③ + 9 ② egales à 25. On extraira racine quarrée du premier terme, laquelle par le 2 exemple du 61 probleme se trouve de 4 ② + 3 ①. Et semblable racine, s'extraira de 25, qui est 5, & les termes reduicts par ceste reigle seront 4 ② + 3 ①, egales à 5.

Item soyent 27 ⑨ + 54 ⑦ + 36 ⑤ + 8 ③ egales à 125 ⑥ + 150 ⑤ + 200 (4) 216 ③; On extraira s'il est possible, racine cubique servante à nostre propos (car la quarrée n'y est point) du premier terme, & sera par le 5 exemple du 61 probleme 3 ③ + 2 ①: Semblablement on extraira racine cubique de l'autre terme, & sera 5 ② — 6 ①: Doncques 3 ③ + 2 ①, seront egales à 5 ② + 6 ①, lesquels autrefois reduicts par les precedens (à sçavoir mettant la superieure quantité seule, & les rabaissant, ainsi que l'inferieure soit ⓪, & reduisant le nombre de multitude de la superieure à unité, par la 2 reigle) finalement 1 ② sera egale à $\frac{5}{3}$ ① — $\frac{8}{3}$.

Reigle

REIGLE IX.

SI tous les nombres de multitude des quantitez des deux termes egaux eussent commune mesure, on les peut convertir par la mesme en moindres nombres.

EXPLICATION.

Soyent 20 ③, egales à 60 ①: Or parce que la plus grande commuue mesure des nombres est 20, on pourra diviser & l'une & l'autre partie par 20, & se trouvera 1 ③, egale à 3 ①. Et de mesme sorte estant 200 ②, egales à 300 ① + 400; parce que leur plus grande commune mesure est 100; on peut diviser toutes les quantitez par 100, & demeureront 2 ②, egales à 3 ① + 4. Cecy ce faict aucunefois, à fin que les operations algebraiques seroyent par moindres nombres plus faciles.

REIGLE X.

SI deux termes egaux, eussent commune mesure algebraique, on les peut convertir par la mesme, en moindre multitude de quantitez.

EXPLICATION.

Soyent 8 ⑤ + 6 ③, egales à 12 ④ + 20 ③ + 9 ② + 15 ①; On verra s'ils ont commune mesure par le 53 probleme, & se trouve qu'ouy, & que la maieure est 4 ③ + 3 ①; on divisera doncques & l'un & l'autre terme par 4 ③ + 3 ①, & l'on aura 2 ②, egales à 3 ① + 5.

NOTA.

Les reductions (qui sont en l'algebre chose de grande cõsequẽce) se pourroient encore rencõtrer, en beaucoup d'autres sortes, qui sont impossibles de se pouvoir par menu toutes descrire: mais je m'estime avoir icy declaré les principales, & à la chose plus necessaires, par lesquelles celuy les entendant, pourra facilement parvenir à l'invention de plusieurs autres. Quant aux reductions, cõme

② egale à ①⓪ en ① egale à ⓪

③ egale à ②⓪
③ egale à ②①⓪ } en ③ egale à ①⓪

④ egale à ①⓪
④ egale à ②①⓪
④ egale à ③⓪
④ egale à ③①⓪ } en ② egale à ①⓪
④ egale à ③②⓪
④ egale à ③②①⓪

leur lieu ne sera pas icy, parce qu'icelles reductions sont les origines de leurs problemes, & sont appliquées chascun au sien.

Estant doncques ainsi achevée la reduction, il faut maintenant venir à la proportion des nombres algebraiques, en laquelle ne proposerons autres termes egaux (qui sont le premier & second) que ceux, qui sont reduicts, par les reigles precedentes, s'ils l'eussent eu besoing.

ANNOTATION
D'ALB. GIRARD.

Que le Lecteur se resouvienne, que les problemes suyvans, qui enseignent de trouver le 4e terme proportionnel, ne doivent estre entendus parler de toute sorte de proportion comme de majeure & mineure inegalité, mais seulement de la proportion egale, ce qui est aussi de l'Intention de l'Autheur, comme on le pourroit prouver en plusieurs lieux precedens & suyvans, comme aussi il vient de dire (termes egaux.) Car autrement il s'ensuyvroit de l'absur-

l'absurdité, pour preuve de quoy je mettray c'est exemple. Soyent trois termes donnez, dont le premier soit 1 ②, le second 4 ① + 5, le troisiesme 1 ①; Ie dis que le 4e terme proportionnel est incertain; car iceluy peut estre tout nombre quelquonque majeur à 4; veu que 1 ② estant posée valoir 36, alors 4 ① + 5 vaudroit 29 (comme le suyvant probleme l'apprendra) & 1 ① vaudroit 6; or le quatriesme proportionnel de ces trois, 36, 29 & 6, est $4\frac{5}{6}$, qui seroit aussi celuy des trois susmentionné, car que 1 ② aye telle raison à 4 ① + 5 comme 1 ① à $4\frac{5}{6}$ cela sera certain si on prend que 1 ① vaille 6: La raison de cecy est que les nombres algebraiques sont quantités indefinies, si on n'adjoinct quant & quant leur valeur par supposition. Mais si je dis que 1 ② est egale ou vaut autant que 4 ① + 5, alors 1 ① vaudra infailliblement un nombre certain & est 5. & en ceste maniere se deuront entendre les Problemes suyvants en commenceant au Probleme 68; car les deux suyvans, le second terme estant ⓪, assavoir nombre absolu, & tous les trois non meslés de nombres algebraiques & absolus par + & —, ont leur quatriesme proportionel certain; I'ay dit cy dessus que le quatriesme terme de l'exemple proposé est tout nombre quelquonque majeur à 4, c'est à dire que si l'on veut que ce soit 6, 7, 8 ou 9, on prendra que 1 ① vaille $2\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{4}$, ou 1, &c.

PROBLEME LXVI.

Estant donnez trois termes, desquels le premier 1 ①, le second ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ①, le second 4, le troisiesme 5 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On multipliera le troisiesme terme donné 5 ①, par le second 4, faict 20 ①; Puis on divisera les mesmes par le premier terme donné, qui est 1 ①, & donne quotient (par le 50 probleme) 20 : Je di que 20 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Puis que nous disons par ce probleme, que 5 ① vallent 20, la 1 ① vaudra 4. Mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ①.	4.	5 ①.	20.
4.	4.	20.	20.

Et appert que 20 est leur quatriesme terme proportionel, car comme 4 à 4, ainsi 20 à 20 ; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Et de mesme sorte s'entendra, que 1 ① vallant 4, les 5 ① + 3 vauldront 23, car les 5 ① vallent par ce probleme 20, & plus 3 font 23.

Item 1 ① vallant 4, les 5 ① — 3 vauldront 17, car 5 ① vallent 20, par ce probleme, desquels soubstraict 3 reste 17.

Item 1 ① vallant 3, alors 1 ② (veu que 1 ② est la potence quarrée de 1 ①) vauldra 9.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ② vauldront 4 fois 9, qui est 36.

Item 1 ① vallant 3, la 1 ③ (veu que 1 ③ est la potence cubique de 1 ①) vaudra 27.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ③ vaudront 4 fois 27, qui est 108.

Item 1 ① vallant 5, les 2 ② + 6 ① vaudront 80; car 2 ② vallent 50, & 6 ① vallent 30, font ensemble 80.

Item 1 ① vallant 2, les 3 ③ + 4 ② — 5 ① + 7 vaudront 37, car les 3 ③ vallent 24, & 4 ② vallent 16, & 7 vaut 7, desquels la somme (à sçavoir de 24. 16. 7) est 47, des mesmes soubstraict 10 pour les — 5 ①, reste pour solution comme dessus 37.

Item 1 ① vallant 3, les $\frac{2\,(2)+3\,(1)-7}{3\,(3)-4\,(2)+6}$ vaudront $\frac{20}{51}$, car les

2 ②

2 ② + 3 ① — 7 vallent 20, & les 3 ③ — 4 ② + 6 vallent 51.

Item 1 ① vallant √ 2, alors 3 ① vaudront trois fois √ 2, qui est par le 22 probleme √ 18.

Item 1 ① vallant √ 2, alors 1 ② (veu que 1 ② est potence quarrée de 1 ①) vaudra 2, & 3 ② vaudront 6.

Item 1 ① vallant √ 2 + √ 3, les 3 ① vaudront trois fois autant, qui est √ 18 + √ 27.

Item 1 ① vallant √ 2 + √ 3, la 1 ② vaudra le quarré de √ 2 + √ 3, qui est 5 + √ 24. Et ainsi d'autres semblables. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier 1 ①, le second ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel ; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Ce 66 probleme differe du suyvant seulement en cela, que son premier terme donné est d'une prime quantité; mais le suyvant de multitude de primes quantitez quelconque: aussi que les exemples du probleme precedent ont le troisiesme terme donné de plusieurs quantitez, mais le suyvant tousiours de 1 ①.

Et pour dire de son utilité & proprieté, faut sçavoir, qu'aux problemes suyvans de trois termes donnez, le troisiesme sera tousiours nombre algebraique quelconque, toutesfois nous ne donnerons en les exemples des mesmes pour troisiesme terme, autre que 1 ①. Comment doncques (pourroit quelcun dire) fera on quant le troisiesme terme sera quelque multinomie algebraique, selon la proposition? Ie respons que par double operation; Premierement on trouvera la valeur de 1 ①, par son probleme, qui estant cognu on trouvera alors par ce 66 probleme la valeur du multinomie proposé pour troisiesme terme donné, disant, 1 ① donne autant, combien tel multinomie ? Par exemple, si les trois termes donnez fussent tels: le premier 1 ③, le second 3 ① + 2, le troisiesme 3 ② + 4 ①: On diroit premierement, 1 ③ vaut 3 ① + 2, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 2. Puis pour seconde operation, on diroit autrefois, 1 ① vaut 2, combien 3 ② + 4 ①, faict par ce 66 probleme, pour le quatriesme terme proportionel requis, 20. Et ainsi d'aultres semblables. Ce probleme servira aussi, pour les demonstrations Arithmetiques, des problemes suyvans, comme le tout apparoistra par les exemples, chascun en son lieu.

PROBLEME LXVII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ①, le second ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 2 ①, le second 6, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On divisera le 6 du second terme, par 2 du premier terme (car puis que le nombre du troisiesme terme est 1, il ne sera besoing de faire la vulgaire multiplication du troisiesme & second terme, qui seroit 6 ①) donne quotient 3. Ie di que 3 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Puis que nous disons par ce probleme, 1 ① valoir 3, doncques par le 66 probleme, 2 ① vaudront 6, mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

2 ①.	6.	1 ①.	3.
6	6.	3.	3.

Et appert que 3 est leur quatriesme terme proportionel, car comme 6 à 6, ainsi 3 à 3; ce qu'il falloit demonstrer.

ſtrer. Quant à la demonſtration geometrique, la choſe eſt ſi notoire, qu'il ne ſemble point de meſtier.

Nota. Si les trois termes donnez fuſſent tels: le premier 5 ①, le ſecond $\sqrt{}$ 3, le troiſieſme 1 ①, on diviſera (comme deſſus) $\sqrt{}$ 3 par 5, donne ſolution $\sqrt{}\ \frac{3}{25}$. Autrement, on pourroit ſolver ceſte queſtion reduiſant les termes egaux par la 6 reigle de la reduction, à ſçavoir prenant la potence quarree, de chaſque terme, & ſeront 5 ②, egales à 3, & ſeroit alors queſtion, requirant l'operation du 78 probleme.

Item ſi les trois termes donnez fuſſent tels: le premier 3 ①, le ſecond $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2, le troiſieſme 1 ①; On diviſera (comme deſſus) $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2 par les 3 (des 3 ①) donne ſolution $\sqrt{}\ \frac{1}{3}$ + $\sqrt{}\ \frac{2}{9}$. Et ainſi d'autres ſemblables.

Concluſion. Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier ①, le ſecond ⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque; Nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXVIII.

Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier ②, le ſecond ① ⓪, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Nota. Le binomie du ſecond terme donné de ce probleme ſe peut rencontrer en trois differences, à ſçavoir:

① + ⓪.	Deſquelles les autres en donnent trois diverſes operations, auſquels Michel Stiffle a commodé ce mot *Amaſias.* & Cardane livre 10 chap. 5. ce carme,
— ① + ⓪.	
① — ⓪.	

Querna, dabis. Nuquer, admi. Requan, Minue dami.

 Mais

Mais nous demonſtrerons une ſeule maniere, par laquelle ſans varier d'une ſyllabe, l'operation ſera en toutes trois la meſme: Parquoi faut ſçavoir que nous ne les appellons pas Differences, en reſpect des operations; car comme nous diſons, l'operation eſt en toutes la meſme, mais en reſpect des diverſitez, de la diſpoſition des quantitez, du ſecond terme donné.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ②, le ſecond 4 ① + 12, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

La moitie de 4 (des 4 ①) eſt	2
Son quarré	4
Au meſme aiouſté le ⓪ donné, qui eſt	12
Donne ſomme	16
Sa racine quarrée	4
A la meſme aiouſté 2 premier en l'ordre faict	6

Ie di que 6 eſt le quatrieſme terme proportionel requis.

Demonſtration Arithmetique. Puis que nous diſons 1 ① valoir 6, doncques par le 66 probleme, 1 ② vaudra 36, & 4 ① + 12 vaudront auſſi 36; Parquoi mettons ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

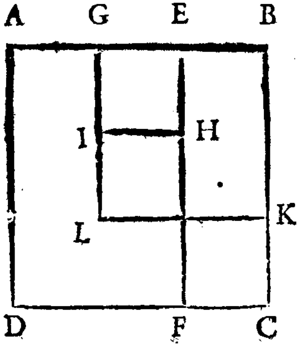
1 ②.	4 ① + 12.	1 ①.	6.
36	36.	6.	6.

Et appert que 6 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Autre demonſtration geometrique.

Soit deſcript le quarré A B C D, denotant 1 ②; doncques ſon

ſon coſté B C (lequel prouverons valoir 6, à la fin de la demonſtration) ſera 1 ①, car multipliant 1 ① en ſoi, faict 1 ②. Puis ſoit menée la ligne E F, parallele avec A D, & ſoit A E 4; Ergo le rectangle A F (veu que A D eſt 1 ①) ſera 4 ①. Or puis que tout le quarré A B C D, qui eſt 1 ②, eſt egal à 4 ① + 12, & que le rectangle A F faict 4 ①, le rectangle E C ſera 12. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les avons ici en grãdeurs, à ſçavoir A B C D 1 ②, egale à A F 4 ① + E C 12; Et B C eſt la 1 ①. Or faiſons maintenant la conſtruction par ces grandeurs, ſemblable à la precedente des nombres en ceſte ſorte:



La moitie de A E 4, qui eſt G E, eſt	2
Son quarré G E H I	4
Au meſme aiouſté le ⓪ donné, c'eſt à dire E C	12
Donne ſomme, pour le gnomon HIGBCF, ou pour le quarré G B K L (qui eſt egal audict gnomon)	16
Sa racine B K	4
A la meſme aiouſté G E 2 premier en l'ordre, ou en ſon lieu K C (car K C eſt egal à G E) faict pour B C	6

Ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Le quatrieſme terme proportionel vient aucunefois à nombre Arithmetique incommenſurable, duquel nous mettrons deux exemples.

Soient premierement les trois termes, deſquels on requiert

quiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1 ②, le second 6 ① + 3, le trosiesme 1 ①.

Construction.

La moitie de 6 (des 6 ①) est — 3
Son quarré — 9
Au mesme aiousté le ⓪ donné, qui est — 3
Donne somme — 12
Sa racine quarrée — √ 12
A la mesme aiousté 3 premier en l'ordre, faict pour solution — √ 12 + 3

Soient au second les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels : le premier 1 ②, le second √ 8 X ①, le troisiesme √ 3.

Construction.

La moitie de √ 8 (de √ 8 X ①) est — √ 2
Son quarré — 2
Au mesme ajousté le ⓪ donné, qui est — √ 3
Donne somme — 2 + √ 3
Sa racine quarrée — √ *bino.* 2 + √ 3
A la mesme ajousté √ 2 premier en l'ordre, faict pour solution — 2 + √ *bino.* 2 + √ 3

Seconde maniere de construction.

Autre maniere d'operation y a il, laquelle demonstrerons en toutes les trois differences, aussi la mesme par laquelle il ne sera mestier de convertir par la 2 reigle de reduction, le nombre de multitude de ②, en unité. Et celuy qui voudra suivre ceste reigle, evitera aucunefois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soyent par exemple les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels ; le premier 3 ②, le second 8 ① + 16, le troisiesme 1 ①.

Construction.

La moitie de 8 (des 8 ①) est — 4

Son

Son quarré	16
Au mesme ajousté le produict de 3 (des 3 ②) par le ⓞ donné, qui est	48
Donne somme	64
Sa racine quarrée	8
A la mesme ajousté 4 premier en l'ordre, faict	12
Qui divisé par 3 (des 3 ②) donne quotient & solution	4

DEUXIESME DIFFERENCE, DE SECOND TERME —①+ⓞ.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ②, le second —6 ① + 16, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La moitie de —6 (des —6 ①) est	—3
Son quarré (car —3 par —3 faict +9) est	9
Au mesme ajousté le ⓞ donné, qui est	16
Donne somme	25
Sa racine quarrée	5
A la mesme ajousté —3 premier en l'ordre, faict	2

Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis.

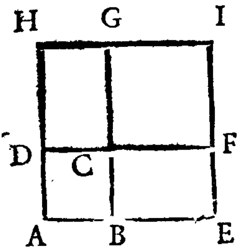
Demonstration Arithmetique. Puis que nous disons 1 ① valoir 2, ergo par le 66 probleme 1 ② vaudra 4, & —6 ① + 16 vaudront aussi 4. Mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ②.	— ① 6 + 16.	1 ①.	2.
4.	4.	2.	2.

Et apert que 2 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Autre

Autre demonſtration Geometrique.



Soit deſcript le quarré A B C D, denotant 1 ②, ergo ſon coſté A B (lequel prouverons valoir 2 à la fin de la demonſtration) ſera 1 ①. Puis ſoyt produicte la ligne A B, en E, qui ſoit B E, & de B E, & B C, ſoit deſcript le rectangle B E F C, & ſemblablement ſoit produict B C, en G, & ſoit C G 3, & de C G, & C D, ſoit deſcript le rectangle D C G H, Ergo le rectangle B E F C (veu que E B eſt 3, & B C 1 ①) ſera 3 ①. Et ſemblablement ſera le rectangle C D G H 3 ①. Or puis que le quarré A B C D 1 ②, eſt egal à — 6 ① + 16, & que les deux rectangles C E, C H, ſont 6 ①: s'enſuit que le gnomon C F E A H G ſera 16. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les avons icy en grandeurs; à ſçavoir A B C D 1 ②, egale à — C E C H 6 ① + C F E A H G 16; Et A B eſt la 1 ①. Or faiſons maintenant la conſtruction par ces grandeurs, ſemblable à la precedente des nombres, en ceſte ſorte:

La moitie des deux lignes F C, & C G, qui ſoit F C, eſt	—3
Son quarré C F I G	9
Au meſme ajouſté le ⓪ donné, c'eſt à dire le gnomon C F E A H G	16
Donne ſomme pour le quarré A E I H	25
Sa racine A E	5
A la meſme ajouſté — F C 3 premier en l'ordre, ou en ſon lieu — B E 3, faict pour A B,	2

Ce qu'il falloit demonſtrer.

Seconde maniere de conſtruction, qui eſt ſans convertir le nombre de multitude de ② en unité.

Soyent les trois termes, deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, tels: le premier 4 ②, le ſecond — 4 ① + 24, le troiſieſme 1 ①.

Conſtruction.

La moitie de — 4 (des — 4 ①) eſt	— 2
Son quarré	4
Au meſme ajouſté le produict de 4 (des 4 ②) par le ⓪ donné, qui eſt	96
Donne ſomme	100
Sa racine quarrée	10
A la meſme ajouſté — 2 premier en l'ordre, faict	8
Qui diviſé par 4 (des 4 ②) donne quotient & ſolution	2

Et encore pourroit par l'origine des conſtructions de ce probleme (laquelle origine nous deſcrirons derriere de ce probleme) former beaucoup d'autres reigles, des meſmes conſtructions, & viendroyent toutes à une meſme ſolution. Nous en donnerons deux ſur la queſtion precedente (qui ſe pourroit auſſi appliquer tant à la difference precedente, qu'a la ſuivante) en ceſte ſorte:

La moitie de — 4 (des — 4 ①) eſt	— 2
Son quarré 4, qui diviſé par 4 (des 4 ②) donne quotient	1
Au meſme ajouſté le ⓪ donné, qui eſt 24, donne ſomme	25
Sa racine quarrée	5
De la meſme ſoubſtraict la racine de 1, ſecond en l'ordre, qui eſt 1, reſte	4

Qui

Qui divisé par la racine de 4 (des 4②) qui est par 2, donne quotient & solution comme dessus 2

Autrement.

Racine de 4 (des 4②) est 2; son double 4, par le mesme divisé 4 (des 4①) donne quotient 1
Au mesme ajousté le ③ donné, qui est 24, donne somme 25
Sa racine quarrée 5
De la mesme soubstraict la racine de 1, second en l'ordre, qui est 1, reste 4
Qui divisé par la racine de 4 (des 4②) qui est par 2, donne quotient & solution comme dessus 2

Mais la premiere de ces trois constructions est la plus commode pour eviter computations radicales, qui se rencontrent souventesfois en la deuxiesme & troisiesme maniere, lesquelles nous mettons, plus pour rendre notoire les causes (qui par l'origine apparoisteront) qu'autrement.

TROISIESME DIFFERENCE, DE SECOND TERME ①—⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1②, le second 6①—5, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La moitie de 6 (des 6①) est 3
Son quarré 9
Au mesme ajousté le ⓪ donné, qui est —5
Donne somme 4
Sa racine quarrée 2

A la mesme ajousté 3 premier en l'ordre, faict
pour maieure solution 5

Ou autrement, soubstraict ledict 2 de 3 premier en l'ordre (ce qui est le propre de ceste troisiesme difference, dont la raison sera manifeste, par l'origine de ces constructions suivantes) reste pour moindre solution 1

Je di que & 5 & 1 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Puis que nous disons 1 ① valoir 5; ergo par le *66* probleme, 1 ② vaudra 25, & les *6* ① — 5 vaudront aussi 25; Mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ②.	*6* ① — 5.	1 ①.	5.
25.	25.	5.	5.

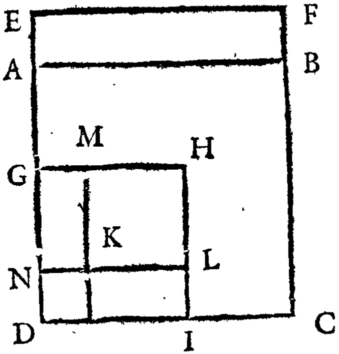
Et appert que 5 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Mais que la solution 1 est aussi veritable, se demonstre par mesme maniere. Mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte;

1 ②.	*6* ① — 5.	1 ①.	1,
1.	1.	1.	1.

Et appert que 1 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Autre demonstration Geometrique.



Soit descript le quarré A B C D, denotant 1②, ergo son costé A D (lequel prouverons valoir 5 à la fin de la demonstration) sera 1①. Puis soit produict la ligne D A, en E, & soit toute la DE 6, & de A E, & A B, soit descript le rectangle A E F B; ergo le rectangle D E F C (veu que D E est 6, & D C 1 ①) sera 6①: Or puis que le quarré A B C D, qui est 1②, est egal à 6①—5, & que le rectangle D E F C faict 6①, ergo le rectangle A F sera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les avons icy en grandeurs, à sçavoir A B C D 1②, egale à D F 6①—A F 5; Et A D est la 1①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres, en ceste sorte:

La moitie de E D 6, qui soit G D, sera 3

Son quarré G H I D 9

Au mesme ajousté le — 5 donné, c'est à dire moins le gnomon KLIDGM, qui soit egal au rectangle A F, —5

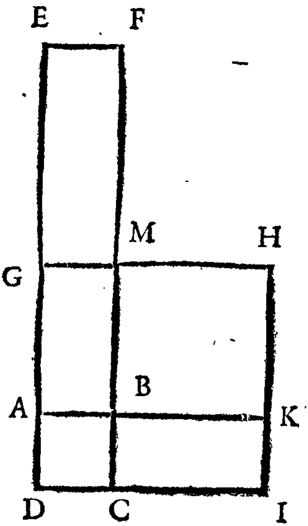
Donne somme pour le quarré M H L K 4

Sa racine M K ou G N est 2

A la mesme ajousté G D 3 premier en l'ordre, ou en son lieu G E 3, faict pour N E 5. Mais A D est egale à N E (lequel se prouve, soubstrayant A D 5 de E D 6, reste A E 1, qui multiplié par A B 5, donne

5, donne ſon vray produict 5) faict doncques pour AD 5

Ce qu'il falloit demonſtrer.



Mais que la ſolution 1 eſt auſſi veritable, ſe demõſtre geometriquement ainſi: Soit deſcript le quarre ABCD, denotant 1 ②, ergo ſon coſté AD (lequel nous prouverons valoir 1, à la fin de la demõſtration) ſera 1 ①. Puis ſoit produict DA en E, & ſoit toute la DE 6, & de AE, & AB, ſoit deſcrit le rectangle AEFB; Ergo le rectangle DEFC (veu que DE eſt 6, & DC 1 ①) ſera 6 ①. Or puis que le quarré ABCD, qui eſt 1 ②, eſt egal à 6 ① — 5, & que le rectangle DEFC faict 6 ①, ergo le rectangle AF ſera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les avons icy en grandeurs, à ſçavoir ABCD 1 ②, egale à DEFC 6 ① — AF 5; Et AD eſt la 1 ①. Or faiſons maintenant la conſtruction par ces grandeurs, ſemblable à la precedente des nombres, en ceſte ſorte:

La moitie de ED 6, qui ſoit GD, ſera 3

Son quarré GHID 9

Au meſme ajouſté le — 5 donné, c'eſt à dire moins le gnomon BKIDGM, qui ſoit egal au rectangle AF, — 5

Somme pour le quarré M H K B 4
Sa racine M B ou G A est 2
La mesme soubstraict de G D 3, premier en l'ordre, reste pour A D 1
Ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA 1. Quant à l'exception qu'aucuns font en ceste troisiesme differẽce, ce ne doibt (à mon avis) point estre d'exception; veu que nous venons au vray requis par generale reigle, & par une mesme maniere. Prenons pour exemple, que les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, soyent tels: le premier 1 ②, le second 12 ①— 36, le troisiesme 1 ①, & faisons en operation, semblable à la precedente, en ceste sorte:

La moitie de 12 (des 12 ①) est 6
Son quarré 36
Au mesme ajousté le ⓪ donné, qui est —36
Donne somme 0
Sa racine quarrée 0
A la mesme ajousté 6 premier en l'ordre, faict pour premiere solution 6
Ou autrement, 0 cincquiesme en l'ordre, soubstraict de 6 premier en l'ordre, restera pour seconde solution 6

Et appert, que celuy qui suivera la generale reigle, ne sera en rien deceu.

NOTA 2. Quelqu'un pourroit doubter, que veult signifier la double solution de ceste troisiesme difference (qui se peuvent rencontrer, comme en aucuns exemples suivans en six diverses sortes) & comment l'une & l'autre pourra estre bonne. Or combien que cecy apparoistra assez en diverses exemples d'algebre suivans; Toutesfois pour ceux qui ce pendant pourroyent estre en doubte, nous en dirons icy quelque chose. Posons le

cas,

cas, qu'il y a proposé de partir 6 en deux parties telles, que leur produict soit 8. On trouvera par la premiere maniere que l'une nombre requis sera 4, & par l'autre maniere, se trouvera 2. Mais que l'un & l'autre solution soit bonne, est manifeste. Car si on dict que l'un nombre est 4, doncques soubstraict 4 de 6, reste 2 pour l'autre nombre, lesquels 4 & 2 donnent produict selon le requis 8. Ou si on dict par la seconde maniere, que l'un nombre est 2, ergo soubstraict 2 de 6 reste 4 pour l'autre nombre, lesquels 2 & 4 donnent le mesme produict requis 8. En ceste question doncques & semblables voit on l'usage de ceste double solution.

NOTA 3. Nous pourrions donner exemples en la seconde & troisiesme difference, laou se rencontrent nombres radicaux, comme nous avons faict à la precedente premiere difference; Mais veu que l'operation est en toutes trois la mesme, comme il appert, & comme nous avons promis d'exhiber au commencement de ce probleme, il ne sera point de mestier.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT LXVIII. PROBLEME.

Nous avons amplement faict aux constructions precedentes leurs demonstrations, tant Geometriques, qu'Arithmetiques; Mais encore n'est pas notoire par icelles l'occasion qui a faict inventer à Mahomet telle reigle. A fin doncques que la chose soit entendue parfaictement, nous la declarerons par ses causes comme s'ensuit.

Quand ② est egale à ① ⓪, nous la pouvons reduire en ①, egale à ⓪, & alors est la valeur de 1 ① notoire par le precedent 67 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte conſtruction, comme appa-roiſtra. Soit par exemple:

1 ② egale a — 6 ① + 16.

Qui ſont le premier & ſecond terme, de la premiere conſtruction, de la ſeconde difference; Et ajouſtons à chaſque partie 6 ①, & ſeront

1 ② + 6 ① egales à 16.

Reſte maintenant de trouver quelque ⓪, qui ajouſté à ② + 6 ①, tel trinomie aie racine, qui ſoit 1 ① + quelque ⓪. Or pour trouver tel nombre, il ne faut que multiplier la moitie de 6 (des 6 ①) qui eſt 3, en ſoy, faict 9, & on l'aura (la raiſon pourquoy le quarré de la moitie du nombre de ①, eſt touſiours le ⓪, qu'il faut ajouſter à tel binomie, & par cela manifeſte, que le produict du nombre de ②, qui eſt icy unité, multiplié par le ⓪, eſt touſiours egal au quarré de la moitie du nombre ①; Et qui encore veut ſçavoir pourquoy tel produict eſt touſiours egal au quarré, de la moitie du nombre de ①; Qu'il multiplie 1 ① + quelque ⓪, en ſoy, & facilement verra la cauſe, es nombres procedens de l'operation de telle multiplication) Ajouſtons doncques 9, à chaſcune des egales parties, & ſeront

1 ② + 6 ① + 9, egales à 25.

Puis extrayons de chaſque partie racine quarrée, & ſeront:

1 ① + 3, egales à 5.

Puis ſoubſtrayons de chaſcune partie 3, & ſera

1 ① egale, ou vaudra pour ſolution 2.

Et par ceſte maniere, nous pourrions ſolver tous ſemblables exemples; Mais à fin que telle invention de valeur de 1 ①, ſoit plus commode, on l'a redigé en ordre, & on en a faict une reigle; conſiderant d'ou nous procede tel 2, valeur de 1 ①, & nous voyons apertement, qu'on ajouste tousiours le quarré du nombre de ①, au ⓪, & que nous extrayons de la somme racine quarrée, & que de telle racine on soubstraict encore la moitie du nombre de ①; & pourtant est-ce, qu'on applique ces choses ainsi en reigle de ladicte construction.

Quant à l'origine de la seconde construction, qu'il y a en chascune difference, elle est semblable à la precedente. Soyent par exemple 4②, egales à − 4① + 24, qui sont le premier & second terme de la seconde construction, de la seconde difference; Et ajoustons à chascune partie 4①, & seront

4② + 4①, egales à 24.

Reste maintenant de trouver quelque ⓪, qui aiousté à 4② + 4①, le trinomie aie racine, qui soit ① + quelque ⓪.

Or pour le trouver, il ne faut que multiplier la moitie de 4 (des 4①) qui est 2, en soy, faict 4, & diviser le mesme par 4 (des 4②,) donne quotient 1, pour tel nombre requis: la raison pourquoy l'on trouve tel nombre tousiours ainsi, est notoire par ce que nous en avons dict cy dessus. Ajoustons doncques à chascune partie 1, & seront

4② + 4① + 1, egales à 25.

Puis extrayons de chasque partie racine quarrée, & seront

2① + 1, egales à 5.

Puis soubstrayons de chasque partie 1, & seront

2①, egales à 4.

Divisant doncques 4 par 2 (des 2①) on aura la valeur de 1①, qui sera 2; Et appert que de ceste operation est colligée la reigle de l'un des exemples de ladicte deuxiesme difference.

Item si l'on considere, que nombre de multitude de

① divisé par le double de la racine du nombre de multitude de ②, donne tousiours quotient ⓪, duquel le quarré ajousté au binomie, luy faict trinomie, ayant racine composée de ① & ⓪, on en colligera encore une autre maniere.

Et par les choses dessus dictes est assés notoire l'origine des autres deux differences, toutesfois parce que nous avons dict, qu'en l'origine appert pourquoy la troisiesme difference a deux solutions, nous la declarerons. Soit 1 ②, egale à 6 ① — 5, qui sont le premier & second terme de l'exemple de la troisiesme difference, & soubstrayons de chascune partie 6 ①, & sera

1 ② — 6 ①, egale à — 5.

Reste maintenant de trouver quelque ⓪, qui ajousté à 1 ② — 6 ①, le trinomie aie racine, qui soit 1 ① & quelque ⓪, le mesme pour les raisons que dessus sera 9 (à sçavoir le quarré de — 3 moitie de — 6 des — 6 ①.) Aioustons doncques à chascune partie 9, & seront

1 ② — 6 ① + 9, egeles à 4.

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée, & sera 1 ① — 3, egale à 2.

ou autrement

— 1 ① + 3, egale à 2.

Car autant 1 ① — 3, comme — 1 ① + 3, est racine de 1 ② — 6 ① + 9; quand doncques nous posons pour racine 1 ① — 3 egale à 2, il faut ajouster à chascune partie 3, & 1 ① sera egale, ou vaudra 5. Mais si nous posons pour racine — 1 ① + 3, egale à 2, il faudra soubstraire de chasque partie 2, & restera — 1 ① + 1, egale à 0; Et ajoustant à chascune partie 1 ①, alors sera 1 ① egale ou vallant 1. Et est la cause de la double solution à ladicte troisiesme difference par ces choses si manifeste, qu'il n'est mestier d'en sonner plus mot; Laquelle origine il falloit

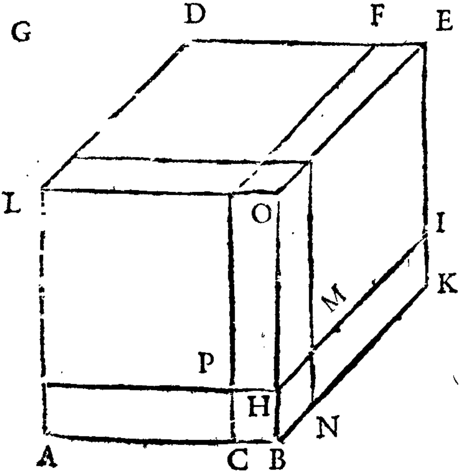
falloit declarer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ②, le secõd ①⓪, le troisiesme nõbre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Voyla achevée l'invention du quatriesme terme proportionel iadis practisée par Mahomet. S'ensuivent celles de ses successeurs; Mais avant qu'y venir nous descrirons quelque theoreme necessaire à leurs operations & demonstrations, que nous avons colligé du theoreme de Tartalia, descript par Cardane chap. 6. livre ALGEB. & formé selon nostre guise, à nos demonstrations plus commode, comme s'ensuit.

THEOREME.

SI on coupe une ligne droicte en lieu quelconque, le cube de toute la ligne, sera egal aux deux cubes des parties, & troisfois le solide rectangle, contenu soubs les deux parties & toute la ligne.

Explication du donné. Soit la ligne droicte A B, coupée ou que ce soit en C. *Explication du requis.* Il faut demonstrer que le cube, de la A B, est egal, aux deux cubes, de A C, & C B, & troisfois le solide rectangle, contenu soubs A C, & C B & A B.



Preparation de la demonstration.

Descrivons de la ligne A B, le cube A D E B, qui soit coupé par le plain C F, parallele au quarré B E, & puis par le plain G H I, parallele à la base A K, & ainsi que H B soit egale à C B; puis par le plain L N, parallele au quarré A O, & ainsi que H M soit egale à la H B. *Demonstration.*

Toutes les parties sont egales à leur tout,

Deux cubes de A C, & C B, & les trois rectangles contenuz soubs A C, & C B, & A B, ou soubs leurs egales, font tout le cube de A B,

Ergo lesdictes parties sont egales au cube de A B.

L'assomption se prouve ainsi: Le cube de A C est celuy duquel le quarré est L F, & le cube de C B est C H N, & les trois solides rectangles sont L H, & N F, & G C, (nous denotons par G C, le solide rectangle consistant soubs la superfice G C) lesquelles sont les parties integrantes du cube A E. Mais que lesdicts trois solides rectangles, sont contenus soubs trois lignes egales à A C, C B, & A B, se demonstre ainsi: du solide L H la H O est egale à la A C, & H M, à la B C, & G H, à la A B, & semblable sera la demonstration des deux autres solides, N F, & G C.

L'on pourroit encore prendre les trois solides rectangles d'aultre sorte que dessus; à sçavoir L C, & H F, & N I. Nous denotons par N I, le solide rectangle consistant soubs la superfice N I.

Application des nombres aux grandeurs cy dessus.

Soit toute la A B quelque nombre comme 10, &

A C soit 8, & B C 2, ergo le cube de A C 512

Et le cube de C B 8

Et le solide rectangle L H 160, son triple pour les

trois

trois ſolides rectangles	480
Leur ſomme	1000
Egale au cube de A B 10, qui eſt auſſi	1000

Concluſion. Si doncques on coupe une ligne droicte en lieu quelconque,&c. ce qu'il falloit demonſtrer.

Corollaire I.

Il appert, que le quarré A B, eſt egal au quarré de A C, avec le gnomon P O B A.

Corollaire II.

Il eſt notoire que le gnomon P O B A eſt egal au quarré de C B, & le double du produict de A C & C B.

Corollaire III.

Il eſt manifeſte, que le nombre des trois ſolides rectangles, L H, N F, G C, eſt egal au nombre de 6 quarrez de A C, & 12 lignes de A C. Par exemple, les 6 quarrez de A C (veu que nous poſons A C 8) font 384, & 12 fois A C faict 96, qui avec 384 faict 480: Et auſſi font 480 leſdicts trois ſolides rectangles.

Corollaire IV.

Il eſt evident, que le nombre du cube de la ligne A B, eſt egal au nombre du cube de A C, & de 6 quarrez de A C, & de 12 lignes A C, & du cube de C B.

Car, le nombre du cube de A B (poſant pour A B 10, & pour C B 2, comme deſſus) eſt	1000
Qui ſera egal au nombre du cube de A C	512
Et de 6 quarrez de A C	384
Et de 12 lignes A C	96
Et du cube de C B	8
Deſquels la ſomme eſt auſſi	1000

Corollaire V.

Il appert, que le quarré de A B, excede au quarré de A C, A C, ou P G, au gnomon P O B A, d'ou s'ensuit que six quarrez de A B, excedent à six quarrez de A C, en six gnomons P O B A, &c.

PROBLEME LXIX.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ①⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

①+⓪ NOTA. Le binomie du second terme
—①+⓪ donné de ce probleme, se peut rencontrer
①—⓪ en trois differences, à sçavoir:

Lesquelles trois differences nous declarerons separeement.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ①+⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second 6 ① + 40, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le quarré de la moitie de 40 donné, est 400

Du mesme soubstraict le cube de 2 (tiers de 6 de 6 ①) qui est 8, reste 392, sa racine √ 392, qui adjoustée à 20, moitie de 40 donnez, faict 20 + √ 392

Sa racine cubique est √ ③ *bino.* 20 + √ 392

A laquelle ajousté son respondant binomie disioinct comme √ ③ *bino.* 20 — √ 392

Donne somme √ ③ *bino.* 20 + √ 392 + √ ③ *bino.* 20 — √ 392

Laquelle je di estre le quatriesme terme proportionel requis.

requis. *Demonſtration Arithmetique.* Si la converſion du multinomie de ceſte ſolution en nombre Arith. fuſt legitimement inventée (quand il ſera poſſible comme icy) ce ſeroit ſinguliere invention, ſervant autant aux problemes ſuivans, comme a ceſtui-cy; & le trouverions valoir 4, par lequel nous pouvons faire demonſtration, mettant ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1③.	6①+40.	1①.	4.
64	64.	4.	4.

Et appert que 4 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Quant à l'addition, que nous avons dict generale, par le moyen du theoreme du 24 probleme; à ſçavoir que multipliant le quotient des deux racines cubiques plus un, par le diviſeur; Elle ne nous faille en rien, mais parce que les parties ſont incommenſurables, à la fin nous reviennent les meſmes deux racines cubiques des binomies donnez.

Mais pour trouver ce 4 terme en nombre abſolus, parfaictement ou ſi pres que l'on veut, nous renvoyons le Lecteur à une reigle generale qui ſera miſe à la fin du 77. probleme ſuivant, ce qui ſervira non ſeulement icy, mais auſſi à tous les problemes ſuivants juſques à la meſme reigle.

Preparation d'autre demonſtration Geometrique.

Soyent à la figure du theoreme devant ce 69 probleme ſelon la precedente operation, deux cubes, L F 20 + √ 392, & C H N 20 — √ 392, leur ſomme eſt 40, & leur produict 8; Doncques le coſté D F, ou A C, faict √ ③ *bino.* 20 + √ 392, & le coſté C B, faict √ ③ *bino.* 20 — √ 392, leſquels deux coſtez A C, & C B, ajouſtez, font pour le coſté A B, du cube A E, √ ③ *bino.* 20 + √ 392 + √ ③

√ ③ *bino.* 20 — √ 392. Il faut demonstrer, que tout le cube A E vaudra 6 ① + 40, qui estant faict nous aurons le requis; car si on demonstre que le cube qui est A E, de 1 ① A B √ ③ *bino.* 20 + √ 392 + √ ③ *bino.* 20 — √ 392, vaut 6 ① + 40; Doncques on conclura par la renverse raison que du cube A E 6 ① + 40, la 1 ① A B vaudra √ ③ *bino.* 20 + √ 392 + √ ③ *bino.* 20 — √ 392, & par consequent 1 ③ vallant 6 ① + 40, qu'alors 1 ① vaudra √ 3 *bino.* 20 + √ 392 + √ *bino.* 20 — √ 392. *Demonstration.* Le produict de A C √ ③ *bino.* 20 + √ 392, par C B √ ③ *bino.* 20 — √ 392, est (par le 40 probleme) 2, pour la superfice G C, parquoy la superfice M O sera aussi 2, qui multiplie par 1 ① G H (car G H est egale à 1 ① AB) donne produict pour le solide rectangle L H 2 ①, & semblablement seront les deux solides rectangles N F, & G C, aussi chascun 2 ①, & tous trois ensemble feront 6 ①. Item les deux cubes L F, & C H N (veu que leurs costez sont comme dessus) font ensemble 40; doncques tout le cube A E, faict 6 ① + 40; Ergo, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Il avient aucunefois que les racines cubiques de l'operation vallent nombre Arithmetique, desquels l'operation peut estre la mesme comme dessus. Par exemple 1 ③ vault 12 ① + 16, & on requiert la valeur de 1 ①.

Construction.

Le quarré de la moitie de 16 donné, est 64; du mesme soubstraict le cube de 4 (tiers de 12 des 12 ①) qui est 64, reste 0, sa racine √ 0, qui ajoustée à 8, moitie de 16 donné, faict 8 + √ 0, sa racine cubique est √ ③ *bino.* 8 + √ 0

A laquelle ajousté son respondant binomie disioinct comme √ ③ *bino.* 8 — √ 0

Don-

Donne somme pour solution $\sqrt{}$ ③ *bino.* 8 +
$\sqrt{}$ 0 + $\sqrt{}$ ③ *bino.* 8 + $\sqrt{}$ 0.

Qui vaut 4. Et ainsi d'aultres semblables. Nous appellons cecy racine cubique de binomié, non pas que veritablement il le soit; Mais à fin de demonstrer la generalité de l'ordre de la construction. Ceste note soit aussi pour avertissement aux problemes suivans la ou le semblable pourroit avenir; Car de descrire diverses reigles (comme font aucuns) de ce qui se peut faire par une reigle generale, il semble inutile.

DE L'IMPERFECTION QU'IL Y A EN CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

Il avient en aucuns exemples de ceste difference, que le quarré de la moitie du ⓪ donné, sera moindre que le cube du tiers du nombre de multitude de ① donnée; D'ou s'ensuit que le mesme cube, ne se pourra soubstraire d'iceluy quarré, comme veut la reigle de la precedente construction; de sorte que ceste premiere difference (ensemble aucuns exemples des problemes suivans, qui se convertissent en icelle) est encore imparfaicte. Rafael Bombelle la solve par diction de *plus de moins* & *moins de moins* en ceste sorte: Soyent les trois termes donnez, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1 ③, le second 30 ① + 36, le troisiesme 1 ①.

Construction semblable à la precedente.

Le quarré de la moitie de 36 donné est 324

Du mesme soubstraict le cube de 10 (tiers de 30 des 30 ① données) qui est 1000; reste − 676, sa racine + de − 26, qui ajousté à 18, moitie des 36, faict 18 + de − 26

Sa

Sa racine cubique ✓ ③ *bino.* 18 + de — 26

A laquelle ajousté son respondant binomie disioinct, comme ✓ ③ *bino.* 18 — de — 26

Donne somme & solution ✓ ③ *bino.* 18 + de — 26 + ✓ ③ *bino.* 18 — de — 26.

Or si par les nombres de ceste solution, l'on sceust approcher infinement à 6 (car ils vallent precisement autant) comme on faict par les nombres de la solution, du precedent premier exemple, certes ceste difference seroit en sa desirée parfection.

Cardane met aussi en son *Aliza* quelques exemples, servans à ceste matiere, mais par generaux, ains à tastons, par lesquels aprés grand travail, on ne peut souventesfois rien en effectuer. Quant à moy, j'estime inutile d'en escripre icy de semblables; La raison est, que ce qui ne se peut trouver par certaine reigle, semble indigne d'avoir lieu entre les propositions legitimes. D'autre part, que de ce qui se solve en telle maniere, la Fortune en merite autant d'honneur, comme l'efficient. Au tiers, qu'il y a assez de matiere legitime, voire en infini, pour s'en exercer, sans s'occuper, & perdre le temps, en les incertaines: pourtant nous les passerons oultre. Ceux ausquels plairont tels exemples, ils en pourront faire à leur plaisir.

DE L'ORIGINE DE CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

L'origine de la precedente construction apparoist à la figure du theoreme devant ce 69 probleme en ceste sorte: Veu qu'il y a proposé, que 1 ③ qui soit AE, est egale à 6 ① + 40, & que l'on desire sçavoir la valeur de 1 ① AB, nous distribuons ces deux parties, comme 6 ①, & 40, à les parties integrantes du cube AE, & posons que

que les deux cubes, comme L F, & C H N, sont 40; & que les trois solides rectangles, comme L H. N F. G C sont les 6 (1); Doncques chasque solide rectangle sera 2 (1); à sçavoir la tierce part des 6 (1); Mais la longeur de chasque solide rectangle est 1 (1), à sçavoir le costé du cube A E: Divisé doncques le solide 2 (1), par son costé 1 (2), donne quotient 2, pour une superfice comme A P. Estant doncques la superfice A P 2, il faut que A C, multiplié par P C, face 2; Mais A C, & P C, sont les deux costez des cubes L F, & C H N, qui font ensemble 40 par l'hypothese: Ergo les nombres de A C, & P C, sont tels que leur produict est 2, & la somme de leurs cubes est 40, Mais C B, est egale à P C, ergo les nombres de A C & C B, sont tels, leur produict est 2, & la somme de leurs cubes est 40.

Quand doncques nous aurons trouvez tels deux nombres, la somme des mesmes (veu que A B, est la somme de A C & C B) sera la requise valeur de 1 (1) A B. Et pourtant disons nous en ceste premiere difference par reigle generale, que quand deux nombres multipliez, donnent pour produict le tiers du nombre de multitude de la (1) donnée, & que la somme de leurs cubes est egale au (0) donné, que la somma d'iceux deux nombres sera la valeur de 1 (1). Qui estant ainsi nous metterons une question telle: *Trouvons deux nombres tels que leur produict soit 2* (qui est le tiers de 6 des 6 (1) donnez) *& la somme de leurs cubes* 40 (qui est le 40 donné) Et est ceste la 7 question du 81 probleme, par l'operation de laquelle il appert estre colligée la reigle de la construction precedente. Laquelle origine il nous falloit declarer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels : le premier 1 ③, le second — 6 ① + 20, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le quarré de la moitie de 20 donné est 100

Au mesme ajousté le cube de 2 (tiers de 6 des 6 ①) qui est 8, faict 108, sa racine quarrée est √ 108, qui ajousté à 10, moitie des 20 donnez, faict √ 108 + 10

Sa racine cubique est √ ③ *bino.* √ 108 + 10

De laquelle soubstraict son respondant binomie disioinct, comme √ ③ *bino.* √ 108 — 10

La reste sera √ ③ *bino.* √ 108 + 10 — √ ③ *bino.* √ 108 — 10.

Laquelle je di estre le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* La solution cy dessus pour valeur de 1 ① vaut 2, mettons doncques par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte :

1 ③.	— 6 ① + 20.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soyent à la figure du theoreme devant ce 69. probl. selon la precedente operation, deux cubes AE √ 108 + 10, & CHN √ 108 — 10, leur difference (qui est le

cube

cube L F, avec les trois solides rectangles L H, N F, G C) est 20, & leur produict 8; Doncques le costé A B, faict √ ③ bino. √ 108 + 10, & le costé C B √ ③ bino. √ 108 — 10; Puis soubstraict le costé C B, du costé A B, reste pour A C, costé du cube L F, √ ③ bino. √ 108 + 10 — √ ③ bino. √ 108 — 10. Il nous faut demonstrer que le cube L F, vaudra — 6 ① + 20, qui estant faict, nous aurons le requis. Car si on demonstre que le cube (qui est L F) de 1 ① D F, ou A C √ ③ bino. √ 108 + 10 — √ ③ bino. √ 108 — 10, vaut — 6 ① + 20: Doncques on conclura par la renverse raison, que du cube L F — 6 ① + 20, là 1 ① D F ou A C, vaudra √ ③ bino. √ 108 + 10 — √ ③ bino. √ 108 — 10. Et par consequent 1 ③ vallant — 6 ① + 20, qu'alors 1 ① vaudra √ ③ bino. √ 108 + 10 — √ ③ bino. √ 108 — 10. *Demonstration.* Le produict de A B √ ③ bino. √ 108 + 10, par C B √ ③ bino. √ 108 — 10, est 2 (par le 40 probleme) pour la superfice G B, parquoy la superfice L O sera aussi 2, qui multipliée par 1 ① H O (car H O est egale à 1 ① A C) donne produict pour le solide rectangle L H 2 ①, & semblablement seront les deux solides rectangles N F & G C chascun 2 ①, & tous trois ensemble feront 6 ①, aux mesmes ajousté le cube L F, font par la preparation 20, des mesmes autrefois soubstraict les trois solides rectangles vallans 6 ① restera le cube L F vallant — 6 ① + 20. Ergo, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE DIFFERENCE.

L'origine de la precedente construction, procede (comme celle de la premiere difference) de la figure, du theoreme devant ce 69 probleme, en ceste sorte: Veu qu'il y a proposé, que 1 ③, qui soit le cube L F, est egale à — 6 ① + 20, & que l'on deſire ſçavoir la valeur de 1 ① D F, ou A C, nous diſtribuerons ces deux parties, comme — 6 ① + 20, ainſi: Poſons que le cube L F, avec les trois ſolides rectangles L H. N F. G C, ſoit 20, & que les trois ſolides rectangles ſoyent 6 ①, & demeurera, ſelon l'hypotheſe, 1 ③ L F vallant — 6 ① + 20. Or puis que les trois ſolides rectangles ſont 6 ①, doncques chaſque ſolide rectangle ſera 2 ①; Mais la largeur de chaſque ſolide rectangle eſt 1 ①, à ſçavoir le coſté du cube L F, ou bien la ligne H O. Diviſé doncques le ſolide L H 2 ①, par ſon coſté H O 1 ①, donne quotient 2, pour une ſuperfice, comme L O, ou A H; Or eſtant la ſuperfice A H 2, il faut que A B, multiplié par B H, face auſſi 2; Mais A B, & B H, ſont les deux coſtez des cubes A E, & C H N, deſquels la difference eſt 20, car leur difference eſt le cube L F, avec les trois ſolides rectangles, qui tous enſemble ſont 20 par l'hypotheſe: Ergo les nombres de A B, & B H, ſont tels, que leur produict eſt 2, & la difference de leurs cubes, eſt 20; Mais C B eſt egale à B H; ergo les nombres de A B & C B, ſont tels, que leur produict eſt 2, & la difference de leurs cubes eſt 20; Quand doncques nous aurons trouvé tels deux nombres, la difference des meſmes (veu que A C eſt la difference entre A B & C B) ſera la requiſe valeur de 1 ① A C: Et pourtant nous diſons en ceſte ſeconde difference par reigle generale; que quand deux nombres multipliez, donnent pour produict le tiers du nombre de multitude de la ① donnée, & que la difference de leurs cubes, eſt egale au ⓪ donné, qu'alors la difference d'iceux deux nombres, ſera la valeur de 1 ①. Qui eſtant ainſi nous metterons queſtion telle: *Trouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit 2.* (qui eſt le tiers de 6 des 6 ① donnez) *& la difference de leurs cubes* 20 (qui eſt le 20 donné)

donné) Et eſt ceſte la 8 queſtion du 81 probleme. Et appert que par l'operation de la meſme, eſt colligée la reigle de la conſtruction precedente. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DIFFERENCE TROISIESME DE SECOND TERME ①—⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels : Le premier 1 ③, le ſecond 7 ① — 6, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction.

On mettra (par reigle) + au lieu du — donné, de ſorte que 1 ③, ſe poſera egale à 7 ① + 6, deſquels la valeur de 1 ①, par la precedente premiere difference, eſt 3, auquel appliqué ① ſera 3 ①

Et le quarré dudict 3, eſt 9, qui ſoubſtraict du 7 (des 7 ① donnez) reſte —2

Puis 1 ② (par reigle) donne 3 ① (premier en l'ordre) — 2 (ſecond en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme 2 ou 1

Je di que autant 2 comme 1 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur, en ceſte ſorte :

Premiere ſolution.

1 ③.	7 ① — 6.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Seconde ſolution.

1 ③.	7 ① — 6.	1 ①.	1.
1.	1.	1.	1.

Et appert que 2 ou 1 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

DE L'ORIGINE DE CESTE TROISIESME DIFFFRENCE.

A fin de declarer premierement en general ceſte origine, faut ſçavoir, que nous tachons d'ajouſter à chaſque partie des egales parties donnees, un meſme nombre, tel, qu'alors diviſée chaſque partie par quelque commun diviſeur, que les quotiens ſoyent ② egale à ① ⓪, deſquels la valeur de 1 ①, ſera notoire par le 68 probleme, dont nous dirons maintenant plus particulierement en ceſte ſorte:

Quand nous diviſons 1 ③ + quelque ⓪, par 1 ① + quelque ⓪, eſtant ce diviſeur commenſurable au nombre à diviſer, il eſt notoire, qu'il en ſortira neceſſairement 1 ② — quelque ① + quelque ⓪. Il appert auſſi par la meſme diviſion, que le ⓪ du nombre à diviſer, ſera touſiours le cube du ② du diviſeur, pourtant il faut que le nombre que nous ajouſterons à chaſcune partie, ſoit le cube du ⓪, qu'il nous faut trouver, pour appliquer à la 1 ①. Au ſecond il eſt manifeſte, que pour diviſer les 7 ① — 6 donnez & + quelque ⓪, par 1 ① + quelque ⓪, ainſi que le quotient ſoit ⓪, il ſera neceſſaire (comme un chaſcun pourra facilement veoir par l'experience, en toutes telles diviſions) que le quotient multiplié par le ⓪ du diviſeur, le produict ſoit egal au ⓪ du nombre à diviſer; dont il appert, qu'il nous faut avoir quelque nombre de ceſte qualité: *Trouvons un nombre cubique qui avec* — 6 (pour le — 6 donné) *face autant, comme le coſté dudict cube, multiplié par* 7 (7 des 7 ① donnés) Qui eſt la 9. queſtion du 81 probleme; & appert par la meſme, que le nombre requis, qu'il nous faudra

ajou-

ajouster à chasque partie donnée, sera 27, duquel la racine cubique 3, est le nombre, qui faudra estre ajousté à ladicte 1 ①, pour avoir ledict commun diviseur, qui sera 1 ① + 3. Ajoustons doncques 27 à chasque partie des egales parties données (qui est à 1 ③, & à 7 ① — 6) &

1 ③ + 27, seront egales à 7 ① + 21.

Puis divisons chasque partie par ledict commun diviseur 1 ① + 3, & par le 50 probleme,

1 ② — 3 ① + 9, seront egales à 7.

Lesquels reduictes, 1 ② sera egale à 3 ① — 2, desquels (par le 68 probleme) 1 ① vaudra 2, pour solution, comme dessus.

Mais pour demonstrer que ces choses sont l'origine de ladicte construction, avise que le — 6 donné devient au susdict 9 exemple du 81 probleme, apres la reduction faict, à estre + 6; pourtant nous avons dict en la precedente construction, qu'on mettra par reigle +, au lieu du — donné, & que selon tels termes (parce qu'audict 9 exemple, l'on trouvoit la valeur de 1 ①, estant 1 ③ egale à 7 ① + 6) l'on prendra la valeur de 1 ①, qui est 3.

Mais pour clairement demonstrer la reste, nous mettrons icy les charácteres de la division, qui se faisoit de 1 ③ + 27, par 1 ① + 3, parce que le suivant en depend: en ceste sorte: Or nous voyons que le susdict 3, valeur de 1 ①, se trouve devant la ①, de ce quotient. & le dernier nombre du mesme quotient (comme icy 9) est tousiours le quarré de ladicte valeur de 1 ① (comme ici de 3.) Puis il appert

9 ①
— 3 ②
1 ③ + 27 (1 ② — 3 ① + 9
1 ① + 3
1 ① + 3
1 ① + 3

aussi

aussi en la reduction ci dessus, de 1 ② — 3 ① + 9 egales à 7, en 1 ② egale à 3 ① — 2, que l'exces — 2 dudict 7 (qui est le 7 de 7 ① donnés) pardessus le 9, est tousiours le ⓞ des derniers termes egaux. Et parce que cecy est ainsi perpetuel en tous exemples, nous delaissons ces laborieuses computations, & le comprenons en une reigle plus briefve, comme ladicte construction demonstre. Laquelle origine il nous falloit declarer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ① ⓞ, le troisiesme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXX.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ② ⓞ, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Le binomie du second terme donné de ce probleme, se peult rencontrer en trois differences, à sçavoir;

② + ⓞ
— ② + ⓞ
② — ⓞ

Lesquelles trois differences nous avons reduict à une mesme maniere d'operation, lesquelles nous descriprons separement pour plus grande evidence, en ceste sorte:

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② — ⓞ.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second 6 ② + 400, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il nous faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA.

NOTA. Ceste construction se peut faire en deux sortes ; L'une procedant d'origine à laquelle se faict conversion des termes donnez, en ③ egale à ① + ⓪; L'autre en ③ egale à — ① + ⓪. Or quand ③ est egale à ① + ⓪, alors la valeur de 1 ① se trouve par la premiere difference du 69 probleme: Mais quend telle solution ne se pourra faire par icelle, pour les raisons que nous en avons dict à la mesme difference, alors ne se pourra aussi faire, par telle maniere, en ceste premiere difference ; Pourtant on la pourra solver par ladicte deuxiesme maniere, à sçavoir, procedant de reduction en ③ egale à — ① + ⓪; Laquelle est generale. Parquoy nous descriprons les manieres toutes deux ; Et premierement la construction procedente de conversion en ③ ègale à ① + ⓪ comme s'ensuit.

Construction.

Le tiers de 6 (des 6 ②) est — 2

Qui multiplié par son double 4 faict 8, au mesme ajousté le quarré de 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué ① sera — 12 ①

Puis de 400 donnez soubstraict le cube de 2 premier en l'ordre, qui est 8, reste — 392

Au mesme ajousté le produict de 2 premier en l'ordre, par 12 du second en l'ordre, qui est 24, faict — 416

Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 12 ① (second en l'ordre) + 416 (quatriesme en l'ordre) combien 1 ①? faict (par la 1 difference du 69 probleme) $\sqrt{}$ ③ *bino.* 208 + $\sqrt{}$ 43200 + $\sqrt{}$ ③ *bino.* 208 — $\sqrt{}$ 43200

Au mesme ajousté 2 premier en l'ordre, faict $\sqrt{}$ ③ *bino.* 208 + $\sqrt{}$ 43200 + $\sqrt{}$ ③ *bino.* 208 — $\sqrt{}$ 42200 + 2.

Je di que le mesme est le quatriesme terme proportionel requis.

Demonstration Arithmetique. La solution cy dessus, pour valeur de 1 ①, est egale à 10; mettons doncques par le moyen du *66* probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ③.	6 ② + 400.	1 ①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Et appert que 10 est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le *69* probleme, 1 ③ A B, egale ou vallant *6* ② A B + 400; Et soit C B 2, à sçavoir le tiers de *6* des *6* ② donnez.

Il faut demonstrer que son costé ou 1 ① A B vaudra √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2. *Demonstration.* 1 ③ A B est par l'hypothese, egale à *6* ② A B + 400.

Mais 1 ② A B, est egale à 1 ② A C + le gnomon P O B A, par le 1 Corollaire devant le *69* probleme; parquoy *6* ② A B, sont egales à *6* ② A C + *6* gnomons P O B A;

Ergo 1 ③ A B, est egale à *6* ② A C + *6* gnomons P O B A + 400.

Mais le gnomon P O B A, est egal à 1 ② C B + le double du produict de 1 ① A C par C B par le 2 Corollaire devant le *69* probleme; parquoy 6 gnomons P O B A, sont egaux à *6* ② C B + 24 ① A C.

Ergo 1 ③ A B, est egale à *6* ② A C + *6* ② C B + 24 ① A C + 400.

Mais *6* ② C B, sont egales à 24 (car C B est 2;) parquoy 6 ② C B (veu que chasque cube de C B vaut 8) sont egales à 3 ③ B C;

Ergo

Ergo 1 ③ AB, est egale à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC + 400.

Mais 1 ③ AB, est egale à 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 solides rectangles LH. NF. GC. par le mesme theoreme devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ AC + 1 ③ CB + 3 solides rectangles LH. NF. GC, sont egales à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC + 400.

Mais les trois solides rectangles LH. NF. GC, sont egaux à 6 ② AC + 12 ① AC, par le 3 corollaire devant le 69 probleme;

Ergo 1 ③ AC + 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC, sont egales à 6 ② AC + 3 ③ CB + 24 ① AC + 400.

Puis soubstrayons de chasque partie 1 ③ CB + 6 ② AC + 12 ① AC;

Ergo restera 1 ③ AC, egale à 2 ③ CB + 12 ① AC + 400.

Mais 2 ③ CB (parce que CB faict 2) vallent 16;

Ergo 1 ③ AC, sera egale à 12 ① AC + 416.

Mais estant 1 ③ AC egale ou vallant 12 ① AC + 416, alors par le 69 probleme 1 ① AC vaudra √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200. A la mesme AC, ajousté CB 2, faict pour 1 ① AB √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2; ce qu'il falloit demonstrer.

SECONDE MANIERE DE CONSTRVCTION, QVI EST GENERALE, *procedante de conversion des termes donnez, en ③ egale à — ① + ⓪.*

Explication du donné. Soient donnez les mesmes termes

mes de la precedente premiere maniere, tels: le premier 1 ③, le second 6 ② + 400, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme proportionel.

Construction.

Le produict des 400 donnez par le 6 des 6 ② donnez, faict 2400, auquel appliqué — & ① faict — 2400 ①
Le quarré de 400 donné est 1600
Puis 1 ③ (par reigle) donne — 2400 ① + 1600 (premier & second en l'ordre) combien 1 ①? faict par la 2 difference du 69 probleme 40
Par le mesme divisé le 400 donné donne quotient 10

Ie di que 10 est le quatriesme terme proportionel requis, dont l'Arithmetique & geometrique demonstrations sont faictes ci devant, mais l'origine s'ensuivera à la fin de ce probleme:

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + 0.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second — 6 ② + 32, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction semblable à la premiere construction, de la premiere difference.

Le tiers de — 6 (des 6 ②) est — 2
Qui multiplié par son double — 4, faict 8, au mesme adjousté le quarré de — 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué ① fera 12 ①
Puis des 32 donnez, soubstraict le cube de — 2 premier en l'ordre, qui est — 8, reste 40

Au mes-

Au mesme ajousté le produict de — 2 premier en l'ordre, par 12 second en l'ordre, qui est — 24, faict 16

Puis on dira 1 ③ (par reigle) vault 12 ① (second en l'ordre) + 16 (quatriesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4

Au mesme ajousté — 2 premier en l'ordre, faict 2

Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme son valeur en ceste sorte :

1 ③.	— 6 ② + 32.	1 ①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme, 1 ③ A C, egale ou vallant — 6 ② + 32; Et soit C B 2, à sçavoir le tiers de 6, des 6 ② donnez. Il faut demonstrer, que son costé ou 1 ① A C vaudra 2.

Demonstration. 1 ③ A C, est par l'hypothese egale à — 6 ② A C + 32.

Ajoustons doncques à chascune partie 6 ② A C;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C, seront egales à 32.

Puis ajoustons à chascune partie 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C, seront egales à 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C + 32.

Mais 1 ③ A C + 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C, sont egales à 1 ③ A B par le mesme theoreme devant le 69 probleme.

Ergo

Ergo 1 ③ A B + 6 ② A C, sont egales à 1 ③ C B + 3 solides rectangles L H. N F. G C. + 32.

Mais les 3 solides rectangles L H. N F. G C, sont egales à 6 ② A C + 12 ① A C, par le troisiesme corol. devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A B + 6 ② A C, sont egales à 1 ③ C B + 6 ② A C + 12 ① A C + 32.

Puis soubstrayons de chasque partie 6 ② A C;

Ergo 1 ③ A B, demeurera egale à 1 ③ C B + 12 ① A C + 32.

Mais 12 ① A C, sont moindres que 12 ① A B, en 12 ① C B; Parquoi ajoustons à chascune partie 12 ① C B;

Ergo 1 ③ A B + 12 ① C B, seront egales à 1 ③ C B + 12 ① A B + 32.

Mais 12 ① C B, sont egales à 3 ③ C B; car estant chasque C B 2, s'ensuit que 12 ① C B font 24. Item que 3 ③ C B seront aussi 24;

Ergo 1 ③ A B + 3 ③ C B, sont egales à 1 ③ C B + 12 ① A B + 32.

Puis soubstrayons de chasque partie 1 ③ C B;

Ergo 1 ③ A B + 2 ③ C B demeurera egale à 12 ① A B + 32.

Mais 2 ③ C B (veu que chasque C B faict 2) sont egales à 16;

Ergo 1 ③ A B + 16, sont egales à 12 ① A B + 32. Puis soubstrayons de chascune partie 16;

Ergo 1 ③ A B, demeurera egale à 12 ① A B + 32.

Mais estant 1 ③ A B, egale ou vallant 12 ① A B + 16, alors par le 69 probleme 1 ① A B vaudra 4. Puis de ladicte A B soubstraict C B 2, restera 1 ① A C 2; ce qu'il falloit demonstrer.

TROI-

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ① — ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second 6 ② — 32, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le tiers de 6 (des 6 ②) est	2
Qui multiplié par son double 4 faict 8; au mesme ajousté le quarré de 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué ① sera	12 ①
Puis des — 32 donnez, soubstraict le cube de 2 premier en l'ordre qui est 8, reste	40
Au mesme ajousté le produict de 2 premier en l'ordre, par 12 second en l'ordre, qui est 24, faict	— 16
Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 12 ① (second en l'ordre) — 16 (quatriesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 69 probleme	2
Au mesme aiousté 2, premier en l'ordre, faict	4

Je di que 4 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration d'Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur, en ceste sorte:

1 ③.	6 ② — 32.	1 ①.	4.
64.	64.	4.	4.

Et appert que 4 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1 ③ A B, egale ou vallant 6 ② A B — 32; Et soit C B 2, à sçavoir le tiers de 6 des 6 ② donnez; Il faut demonstrer

ſtrer que ſon coſté ou 1 ① A B vaudra 4. *Demonſtration.* 1 ③ A B, eſt par l'hypotheſe egale à 6 ② A B — 32.

Mais 1 ② A B, eſt egale à 1 ② A C + le gnomon P O B A, par le 1 Corollaire devant le 69 probleme, parquoi 6 ② A B, ſont egales à 6 ② A C + 6 gnomons P O B A;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 6 ② A C + 6 gnomons P O B A — 32.

Mais le gnomon P O B A, eſt egal à 1 ② C B + le double du produict de 1 ① A C par C B 2, par le 2 corollaire devant le 69 probleme, parquoi 6 gnomons P O B A, ſont egaux à 6 ② C B + 24 ① A C;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 6 ② A C + 6 ② C B + 24 ① A C — 32.

Mais 6 ② C B, ſont egales à 24 (car C B eſt 2) parquoi 6 ② C B (veu que chaſque cube de C B vaut 8) ſont egales à 3 ③ C B;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 6 ② A C + 3 ③ C B + 24 ① A C — 32.

Mais 1 ③ A B, eſt egale à 1 ③ A C + 1 ③ C B + 3 ſolides rectangles L H. N F. G C par le meſme theoreme devant le 69 probleme;

Ergo 1 ③ A C + 1 ③ C B + 3 ſolides rectangles L H. N F. G C, ſont egales à 6 ② A C + 3 ③ C B + 24 ① A C — 32.

Mais les trois ſolides rectangles L H. N F. G C, ſont egaux à 6 ② A C + 12 ① A C par le 3 corollaire devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A C + 1 ③ C B + 6 ② A C + 12 ① A C ſont egales à 6 ② A C + 3 ③ C B + 24 ① A C — 32.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 1 ③ C B + 6 ② A C + 12 ① A C;

Ergo

Ergo restera 1 ③ A C egale à 2 ③ C B + 12 ① A C — 32;

Mais 2 ③ C B (parce que C B faict 2) vallent 16;

Ergo 1 ③ A C sera egale à 12 ① A C — 16;

Mais estant 1 ③ A C egale ou vallant 12 ① A C — 16, alors par le 69 probleme 1 ① A C vaudra 2, à la mesme A C adjousté C B 2, faict pour 1 ① A B 4; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ② ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand ③ est egale à ② & ⓪, nous les pouvons reduire, en ③, egale à ①, & ⓪, ou en ② egale à ⓪, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le precedent 69 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction comme il apparoistra. Soit par exemple:

1 ③ egale a 6 ② + 400.

Qui sont le premier & second terme de la premiere difference; Et soubstrayons de chasque partie 6 ②;

Ergo 1 ③ — 6 ②, demeurera egale à 400.

Puis ajoustons à chasque partie quelque ①, & ⓪, telles que la premiere partie aie racine cubique de 1 ① + quelque ⓪. Or pour trouver telles quantitez, ne faut que multiplier en soy cubiquement 1 ① — le tiers de 6, des 6 ②, qui est 1 ① — 2 (la raison pourquoy il faut prendre le tiers de 6 des 6 ②, est, que la potence cubique de 1 ① — ⓪, a tousiours le nombre de ses ②, triple au ⓪ de la racine, dont la raison appert, es nombres procedans de l'operation de telle cubique multiplication) Et donne produict 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8; du mesme soubstraict la premiere des egales parties 1 ① — 6 ②, reste 12 ① — 8, qui ajoustez à chasque partie, sera que la premiere partie aura racine cubique de ① & ⓪; ajoustons les doncques à chasque partie;

Ergo 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8, seront egales à 12 ① + 392.

Puis extrayons de chasque partie racine cubique.

Ergo 1 ① — 2, seront egales à √ ③ *bino*. 12 ① + 392.

Or parce que la seconde partie n'a point de racine servant à nostre propos, il nous faudra achever la reste par l'aide de la figure du theoreme devant le 69 probleme en ceste sorte: Soit chascune ① de noz egales parties la ligne A B;

Ergo 1 ① A B — 2, sera egale à √ ③ *bino*. 12 ① A B + 392.

Puis posons que C B soit 2;

Ergo 1 ① A C, sera egale à √ ③ *bino*. 12 ① A B + 392.

Puis prenons la potence cubique de chasque partie;

Ergo 1 ③ A C sera egale à 12 ① A B + 392.

Mais 12 ① A B, valent 12 ① A C + 24 (car 12 fois C B 2, faict 24) ostons doncques les 12 ① A B —, en son lieu posons 12 ① A C + 24;

Ergo 1 ③ A C, sera egale a 12 ① A C + 416.

Et ainsi au lieu des donnez 1 ③ A B egale à 6 ② A B + 400, nous avons 1 ③ A C, egale à 12 ① A C + 416. Desquelles estant trouvé la valeur de ① A C, qui par le 69 probleme est √ ③ *bino*. 208 + √ 43200 + √ ③ *bino*. 208 — √ 43200; s'ensuit que pour avoir la valeur de toute la A B requise, qu'il y faut encore ajouster

la CB,

la CB, qui par l'hypothese est 2, & sera pour solution comme dessus √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2.

Or que ceci est l'origine de ladicte construction, est manifeste; toutesfois pour plus grande evidence nous repeterons en brief le susdict en ceste sorte:

Premierement il appert (par les nombres faisans la cubique multiplication de 1 ① — 2) que le tiers de 6 des 6 ② qui est 2, multiplié par son double faict 8, & au mesme aiousté le quarré dudict 2 faict (tousiours pour nombre des ① reduictes) 12, & les applicant ① sont 12 ①

Il appert aussi que des 400 donnez, on a soubstraict le cube du susdict 2, qui est 8, & restoit 392, aux mesmes s'aiousta le produict dudict 2, par ledict 12, qui est 24, faict (tousiours pour le ⓪ reduict) 416

Puis il appert, qu'estant 1 ③ egale à 12 ① AC + 416, qu'on en cherche la valeur de 1 ① par le 69 probleme qui est √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200.

Puis qu'au mesme on ajouste encore ledict tiers de 6 des 6 ②, qui est 2, faict pour solution √ ③ *bino.* 208 + √ 43200 + √ ③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2.

De sorte qu'il appert de point en point, que ceci est la vraie origine de la construction de la premiere difference; Et celui qui entendra bien ceste ci, entendra aussi celles des deux autres differences. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DE L'ORIGINE DE LA SECONDE CONSTRVCTION DE LA PRE- *cedente premiere difference.*

Quand ③ est egale à ② + ⓪, nous la pouvons reduire en ③ egale à — ①+ ⓪,& alors devient la valeur de 1 ① notoire par la seconde difference du 69 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de la seconde construction de la precedente premiere difference, comme il apparoistra. Soit par exemple 1 ③, egale à 6 ② + 400, qui sont le premier & second terme de ladicte difference. Mais pour clairement expliquer le proposé, nous metterons dessoubs noz quatre termes leurs valeurs, en ceste sorte:

1 ③.	6 ② + 400.	1 ①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Or il est notoire par les mesmes, que le cube de la valeur de 1 ①, est egal à six quarrez du mesme valeur + 400: Pourtant si nous avions nombre tel, que de son cube soubstraict les six quarrez du mesme nombre, & que la reste fust 400, il est manifeste, que tel nombre seroit la valeur de 1 ① requise. Pourtant mettons ceci en question telle: *Trouvons un nombre tel, que de son cube soubstraict les six quarrez dudict nombre, la reste soit* 400. Or si nous commençames à besoigner selon la vulgaire maniere, qui sera enseignée au 81 probleme, nous trouverions à la fin, egaleté de termes, qui seroient les mesmes que les termes donnez; de sorte que ne prouffiterions ainsi rien; Parquoi il nous faut mettre autre question que la precedente, laquelle est inventée en ceste sorte: Ie voi aux susdicts quatre termes, que si ie divisois le 400 donnez, par le 10 valeur de 1 ①, le quotient seroit 40: Doncques 40 & 10 sont deux nombres tels, que leur produict est 400, & du cube de l'un (à sçavoir du 10) soubstraict les 6 quarrez du mesme nombre, reste 400. parquoi je propose ceci en question telle: *Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit* 400.*& du cube de l'un, soubstraict les six quarrez* *roz du mesme nombre, la reste soit* 400. Et est notoire qu'estant trouvez tels deux nombres, l'un sera celui que nous cherchons: Or ceste question est la 10 du 81 probleme, par l'operation de laquelle, il est notoire estre colligée ladicte construction; Car apres la reduction, 1 ③ se trouva egale a — 2400 ① + 160000, mais ce 2400, est le produict de 6 & 400 donnez, auquel precede —, & leur quantité est ①: Et le 160000 est le quarré du 400 donné, ce qui avient ainsi en tous exemples semblables; & pourtant est ce, que l'on a mis tout ceci en reigle plus briefue. Quant au 400 qui se divise finalement par le 40 trouvé; La raison est notoire audict 10 exemple du 81 probleme. Laquelle origine il nous falloit declarer.

DES SOLVTIONS QVE L'ON PEVT FAIRE PAR — SVR LES PRECEDENS PROBLEMES.

Aucuns des precedens problemes, de la proportion des nombres algebraiques, reçoivent par dessus les solutions ci devant données, encore d'autre solution par —; Et combien les mesmes ne semblent que solutions songées, toutesfois elles sont utiles, pour venir par les mesmes aux vraies solutions des problemes suivans par +; La cause est, qu'au valeur de 1 ① trouvé par quelque des problemes precedens, il faudra aucunefois encore aiouster quelque certain nombre, comme apparoistra; d'ou s'ensuit, que quand le nombre à aiouster, sera maieur que ladicte solution par —, que leur difference sera vraie solution par +. Or lesdictes solutions par — (lesquelles nous expliquerons par articles selon l'ordre des problemes) & leurs differentes precedentes sont telles:

ARTICLE 1. Estant 1 ① egale à ⓪, la valeur de 1

 ②, ne

①, ne peut estre —: la raison est, que la valeur du premier terme seroit tousiours —, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE II. Estant ② egale à ① + ⓪, la solution se peut faire par —; Par exemple, 1 ② vaut 4 ① + 21, combien 1 ①? On changera le second terme donné ainsi: 1 ② vaut — 4 ① + 21, combien 1 ①? faict par le 68 probleme 3, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 3. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1 ②.	4 ① + 21.	1 ①.	— 3.
9.	— 12 + 21.	— 3.	— 3.

ARTICLE III. Estant ② egale a — ① + ⓪, la solution se peut faire par —. Par exemple, 1 ② vaut — 4 ① + 21, combien 1 ①? On changera le second terme donné ainsi: 1 ② vaut 4 ① + 21, combien 1 ①? faict par le 68 probleme 7, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 7; l'Arithmetique demonstration en est telle:

1 ②.	— 4 ① + 21,	1 ①.	— 7.
49.	28 + 21.	— 7.	— 7.

ARTICLE IV. Estant ② egale à ① — ⓪, la valeur de 1 ① ne peut estre —: la raison est, que la valeur du second terme seroit tousiours +, & du second terme tousiours —, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE V. Estant ③ egale à ① + ⓪, on verra si le produict des $\frac{2}{3}$ du nombre de ①, par la racine quarrée de $\frac{1}{3}$ du mesme nombre, est Egal, Maieur ou Moindre, que ⓪ donné. Car quand tel produict est egal, ou maieur, ils auront chascune une solution par —, mais estant moindre, il ne l'aura pas. Et premierement nous donnerons exemple, auquel se rencontre egaleté, ainsi:

ainsi: 1③ vaut 12 ① + 16, combien 1 ①? Car le produict de 8 (pour les $\frac{2}{3}$ de 12 des 12 ①) par 2 (pour la racine de $\frac{1}{3}$ desdicts 12) faict 16, qui est egal au ⓞ donné. ils auront doncques une solution par —, laquelle on trouve en ceste sorte: On changera le second terme donné ainsi: 1 ③ vaut 12 ① — 16, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 2, lequel appliqué à nostre question nous dirons, que la solution sera — 2. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	12 ① + 16.	1 ①.	— 2.
— 8.	— 24 + 16.	— 2.	— 2.

Et estant ledict produict Maieur, les donnez auront aussi (comme nous avons dict) solution par —. Par exemple, 1 ③ vaut 12 ① + 9, combien 1 ①? On changera le second terme donné ainsi: 1 ③ vaut 12 ① — 9, combien 1 ①? faict par le 69 probleme, pour maieure solution 3, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 3: L'arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	12 ① + 9.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 36 + 9.	— 3.	— 3.

Mais estant ledict produict moindre, ils ne peuvent (comme nous avons dict dessus) avoir solution par —: la raison est que la valeur du deuxiesme terme donné seroit tousiours necessairement maieur, que celui du premier.

ARTICLE VI. Estant ③ egale à — ① + ⓞ, la valeur de 1 ① ne peut estre —: la raison est, que la valeur du premier terme seroit tousiours —, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE VII. Estant ③ egale à ① — ⓞ, la solu-

 tion

tion se peut faire par —. Par exemple, 1 ③ vaut 2 ① — 21; combiem 1 ①? On changera le second terme ainsi: 1 ③ vaut 2 ① + 21, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 3. lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 3. L'arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	2 ① — 21.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 6 — 21.	— 3.	— 3.

ARTICLE VIII. Et si l'on posoit 1 ③ egale a — 3 ① — 4, la solution se pourroit aussi faire par — changeant le second terme comme dessus, en ceste sorte: 1 ③ faut — 3 ① + 4, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 1; Lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 1. L'arithmetique demonstration en est telle:

1 ③.	— 3 ① — 4.	1 ②.	— 1.
— 1.	+ 3 — 4.	— 1.	— 1.

ARTICLE IX. Estant ③ egale à ② + ⓪, la valeur de 1 ① ne peut estre —: la raison est, que la valeur du premier terme, seroit tousiours —, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE X. Estant ③ egale à + ② + ⓪; On verra si le produict de $\frac{1}{3}$ du nombre de ②, par le quarré des $\frac{2}{3}$, du mesme nombre, est Egal, ou Maieur, ou Moindre, que ⓪ donné. Car quand tel produict est egal, ils auront une solution par —. Et estant maieur, ils auront deux solutions par —: mais estãt moindres, ils n'auront point de solution par —. Et premierement nous donnerons exemple, auquel se rencontre egaleté, ainsi, 1 ③ vaut — 3 ② + 4, combien 1 ①? Car le produict 1 (pour $\frac{1}{3}$ de 3 des 3 ②) par 4 (pour le quarré des $\frac{2}{3}$ desdicts 3) faict 4, qui est egal au ⓪ donné. Ils auront doncques une

une ſolution par —, laquelle on trouve en ceſte ſorte: On changera le ſecond terme donné ainſi, 1 ③ vaut 3 ② — 4, combien 1 ① ? faict par le 70. probleme 2, lequel appliqué à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt — 2. l'Arithmetique demonſtration en ſera telle:

1 ③.	— 3 ② + 4.	1 ①.	— 2.
— 8.	— 12 + 4.	— 2.	— 2.

Et eſtant ledict produict maieur, nous aurons alors deux ſolutions par —. Par exemple, 1 ③ vaut — 11 ② + 72, combien 1 ②? On changera comme deſſus, le ſecond terme ainſi: 1 ③ vaut 11 ② — 72, combien 1 ①? faict par le 70 probleme, pour maieure ſolution 3, & pour moindre ſolution √ 40 — 4, leſquels applicquez à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt & — 3, & — √ 40 — 4. l'Arithmetique demonſtration en eſt telle:

1 ③.	— 11 ② + 72.	1 ①.	— 3.
— 27.	— 99 + 72.	— 3.	— 3.

Item.

1 ③.	— 11 ② + 72.	1 ①.	— √ 40 — 4.
— √ 30976 — 544.	— √ 30976 — 616 + 72	— √ 40 — 4.	— √ 40 — 4

Mais eſtant ledict produict moindre, alors ne ſe pourra (comme nous avons dict deſſus) avoir ſolution par —: la raiſon eſt que la valeur du deuxieſme terme, devient touſiours neceſſairement maieure, que celui du premier.

ARTICLE XI. Eſtant ③ egale à ② — ⓪, la ſolution ſe peut faire par —. Par exemple 1 ③ vaut 6 ② — 400, combien 1 ①? On changera le ſecond terme ainſi, 1 ③ vaut 6 ② + 400, combien 1 ①? faict par le 70 probleme 10. lequel appliqué à noſtre queſtion nous dirons que la solution est —10. l'Arithmetique demonstration en est telle:

1③.	6② + 400.	1①.	—10.
—1000.	—600 —400.	—10.	—10.

PROBLEME LXXI.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ③, *le second* ②①⓪, *le troisiesme nombre algebraique: Trouver leur quatriesme terme porportionel.*

NOTA. Le trinomie du second terme donné de ce probl. se peut rencontrer en sept differences, à sçavoir:

② + ① + ⓪
— ② + ① + ⓪
② + ① — ⓪
— ② + ① — ⓪
② — ① + ⓪
— ② — ① + ⓪
② — ① — ⓪

Lesquelles sept differences selon les autres autheurs, reçoivent bien 25 diverses manieres d'operations: Mais nous l'avons convertie en une simple, facile & generale en ceste sorte:

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1③, le second 6② + 10① + 300, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le tiers de 6 (des 6③) est 2
Qui multiplié par son double 4, faict 8, au mesme aiousté le quarré dudict 2, faict 12, au mesme aiousté 10 (des 10 ①) faict 22, auquel appliqué ①, seront 22①

Puis

Puis du nombre ⓪ donné 300

Soubstraict le cube de 2 premier en l'ordre qui est 8, reste 292

Au mesme adiousté le produict de 2 premier en l'ordre, par 22 second en l'ordre, qui est 24, faict 336

Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 22 ① (second en l'ordre) + 336 cincquiesme en l'ordre, combien 1 ① ? faict par le 69 probleme 8

Au mesme adiousté 2, premier en l'ordre, faict 10

Ie di que 10 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration d'Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur, en ceste sorte :

1 ③.	6 ② + 10 ① + 300.	1 ①.	10.
1000.	1000.	10.	10.

Et appert que 10, est leur quatriesme terme proportionel.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soient à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1 ③ A B, egale au vallant 6 ② A B + 10 ① A B + 300; Et soit C B 2, à sçavoir le tiers de 6 des 6 ② donnez. Il nous faut demonstrer que son costé, ou 1 ① A B, vaudra 10. *Demonstration.* 1 ③ A B, est par l'hypothese, egale à 6 ② A B + 10 ② A B + 300.

Mais 1 ③ A B, est aussi egal à 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B, par le 4 corollaire devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B, sont egales à 6 ② A B + 10 ① A B + 300.

Mais 1 ③ C B (veu que C B est 2) est egale à 8, parquoi

quoi soubstrayons de l'une partie 1 ③ C B, & de l'autre partie 8;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C, sont egales à 6 ② A B + 10 ① A B + 292.

Mais 6 ② A B, excedent aux 6 ② A C, en 6 gnomons P O B A, par le 5 corollaire devant le 69 probleme. Et les 6 gnomons P O B A, sont 24 ① A B — 6 ② C B (car estant A B 1 ①, & H B 2, alors sera A H 2 ①, & C O 2 ①, parquoy chasque gnomon sera 4 ① — 1 ② C B, à sçavoir 4 ① A B — 1 ② C B, parce que le produict de H B 2, par A B, faict aussi bien le double de A B, comme la superfice A H; doncques les 6 gnomons, comme nous avons dict, sont 24 ① A B — 6 ② C B) parquoy 6 ② A B, excedent à 6 ② A C, en 24 ① A B — 6 ② C B. Mais 6 ② C B sont 24, parquoy 6 ② A B, excedent à 6 ② A C, en 24 ① A B — 24. Parquoy 6 ② A B, sont egales à 6 ② A C + 24 ① A B — 24. Soubstrayons doncques de la susdicte seconde partie des egales parties 6 ② A B, & ajoustons en son lieu 6 ② A C + 24 ① A B — 24;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C, sont egales à 6 ② A C + 34 ① A B ② 268.

Puis soubstrayons de chasque partie 6 ② A C;

Ergo 1 ③ A C + 12 ① A C, sont egales à 34 ① A B + 268.

Mais 34 ① A B, sont egales à 34 ① A C + 34 ① C B, & 34 ① C B (parce que B C est 2) font 68, parquoy 34 ① A B sont egales à 27 ① A C + 68. Soubstrayons doncques de la premiere partie des egales parties 34 ① A B, & en son lieu ajoustons 34 ① A C + 68;

Ergo 1 ③ A C + 12 ① A C, sont egales à 34 ① A C + 336.

Puis soubstrayons de chasque partie 12 ① A C.

Ergo

Ergo 1 ③ A C, est egale à 22 ① A C + 336.

Mais estant 1 ③ A C, egale ou vallant 22 ① A C 336, alors par le 69. probleme, 1 ① A C vaudra 8; Au mesme adjousté C B 2, donne somme, pour 1 ① A C 10; ce qu'il falloit demonstrer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ③, le second — 6 ② + 3 ① + 26. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

Le tiers de — 6 (des — 6 ②) est	— 2
Qui multiplié par son double — 4, faict 8, au mesme ajousté le quarré dudict — 2, faict 12, au mesme ajousté 3 (des 3 ①) faict 15, auquel appliqué ① seront	15 ①
Puis du ⓪ donné qui est	26
Soubstraict le cube de — 2 premier en l'ordre, qui est — 8, reste	34
Au mesme ajousté le produict de — 2 premier en l'ordre, par 15 du second en l'ordre, qui est — 30, faict	4
Puis on dira 1 ③ (par reigle) vault 15 ① (second en l'ordre) + 4 (cincquiesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 69 probleme	4
Au mesme ajousté — 2 premier en l'ordre, faict	2

Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ③

1③.	—6②+3①+26.	1①.	2.
8.	8.	2.	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Preparation d'autre demonstration Geometrique.

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1③ A C, egale ou vallant — 6② A C + 3① A C + 26; Et soit C B 2, à sçavoir le tiers de 6, des 6② donnez. Il faut demonstrer que son costé ou 1① A C vaudra 2. *Demonstration*. A B faict 1① A C + 2, mais le cube de 1① A C + 2 faict (par le 49 probleme, & par le 4 Corollaire devant le 69 probleme) 1③ A C + 6② A C + 12① A C + 1③ C B 8;

Ergo 1③ A B, est egale à 1③ A C + 6② A C + 12① A C + 1③ C B 8.

Mais puis que par l'hypothese 1③ A C, est egale à — 6② A C + 3① A C + 26: Doncques si nous ajoustons à chascune partie 6②, alors 1③ A C + 6② A C seront egales à 3① A C + 26; soubstrayons doncques de la seconde des egales parties 1③ A C + 6② A C, & en son lieu posons 3① A C + 26;

Ergo 1③ A B, est egale à 15① A C + 34.

Mais 15① C B sont egales à 30, parquoy ajoustons à l'une partie 30, & à l'autre 15① C B;

Ergo 1③ A B + 30, sera egal à 15① A B + 34.

Puis soubstrayons de chasque partie 30;

Ergo 1③ A B, est egale à 15① A B + 4.

Mais estant 1③ A B, egale ou vallant 15① A B + 4; alors par le 69 probleme 1① A B vaudra 4, de la mesme soubstraict C B 2 reste 1① A C 2; ce qu'il falloit demonstrer.

Le general ordre que nous avons promis sur les questions qui se peuvent rencontrer en ce probleme, apparoist

roist

roiſt aſſez es conſtructions des deux exemples precedens, car il n'y a en l'une pas une ſyllabe autrement qu'en l'autre, & pourroient ſatisfaire à ce probleme, toutesfois pour les moins exercés, nous deſcriprons leurs diverſitez. Mais (à fin de ne meſuſer le temps, & gaſter papier) ſeulement les nombres de l'ordre, auſquels on entendra ſe referer les mots des conſtructions precedens, en ceſte ſorte:

1 ③ egale a	2 ③ egale a
−6 ② + 3 ① + 22	−6 ② + 3 ① + 4
−2	−2
15 ①	15 ①
22	4
30	12
0	−18
√15	3
√15 − 2	1

On entendra par ces conſtructions, que 1 ③ vallant −6 ② + 3 ① + 22, alors 1 ③ vaudra √15 − 2. Auſſi 1 ③ vallant −6 ② + 3 ① + 4, alors 1 ① vaudra 1. Et ainſi des autres ſuivans.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① − ⓪.

1 ③ egale a	1 ③ egale a	1 ③ egale a
6 ② + 4 ① − 24	6 ② + 3 ① − 18	6 ② + 3 ① − 44
2	2	2
16 ①	15 ①	15 ①
−24	−18	−44
−32	−26	−52
0	4	−22
4	4	2
6	6	4

QUA-

QUATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME −②+①−⓪.

1 ③ egale a
−6 ② + 18 ① − 4
−2
30 ①
−4
4
−56
4
2

CINCQUIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②−①+⓪.

1 ③ egale a	1 ③ egale a	1 ③ egale a
6 ② − 12 ① + 8	6 ② − 12 ① + 9	6 ② − 12 ① + 7
2	2	2
0 ①	0 ①	0 ①
8	9	7
0	1	−1
0	1	−1
0	1	−1
2	3	1

1 ③ egale a	1 ③ egale a	1 ③ egale a
6 ② − 10 ① + 3	6 ② − 14 ① + 15	6 ② − 15 ① + 10
2	2	2
2 ①	−2 ①	−3 ①
3	15	10
−5	7	2
−1	3	−4
1	1	−1
3	3	1
		1 ③

Faict par le 8 art. devant ce 71 prob.

1 ③ egale a	1 ③ egale a
6 ② — 9 ① + 4.	6 ② — 10 ① + 4.
2	2
3 ①	2 ①
4	4
— 4	— 4
2	0
4	

Faict par la note du 69 probleme { & √ 2 / & 0 }
Faict aussi par le 7 article devant ce 71 prob. — √ 2
Et à chascun de ces trois adjousté 2 premier en l'ordre, faict pour premiere solution 2 + √ 2
Et pour seconde solution 2
Et pour troisiesme solution 2 — √ 2

SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② — ① + ⓪.

1 ③ egale a	1 ③ egale a	1 ③ egale a
— 6 ② — 12 ① + 56.	— 6 ② — 3 ① + 10.	— 6 ② — 3 ① + 38
— 2	— 2	— 2
0 ①	9 ①	9 ①
56	10	38
64	18	46
64	0	28
4	3	4
2	1	2

1③ egale a
—6②—15①+62
—2
—3①
62
70
76
4
2

1③ egale a
—6②—1①+8
—2
11①
8
16
—6

Par le 69 probleme. { & 3
{ & $\sqrt{\frac{27}{4}} - \frac{3}{2}$

Maieure solution 1

Moindre solution $\sqrt{\frac{17}{4}} - \frac{7}{2}$ si vous plaist la solution par moins.

SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①—⓪.

1③ egale à
6②—3①—10
2
9①
—10
—18
0
3
5

1③ egale a
6②—4①—5
2
8①
—5
—13
3
3
5

1③ egale a
6②—4①—16
2
8①
—16
—24
—8
2

Par le 69 prob. { & 2
{ & $\sqrt{5} - 1$

Maieure solution 4

Moindre solution $\sqrt{5} + 1$

Conclusion. Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ②①⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'O-

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT LXXI. PROBLEME.

Quand ③ est egale à ② ① ⓪, nous les pouvons reduire, en ③ egale à ① ⓪, ou en ③ egale à une quantité, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le probleme conformé aux termes reduicts, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction, comme apparoistra. Soit par exemple 1 ③ egale à 6 ② + 10 ① + 300. Qui sont le premier & second terme, de la premiere difference; Et soubstrayons de chasque partie 6 ②.

Ergo 1 ③ — 6 ②, demeurera egale à 10 ① + 300.

Puis ajoustons à chasque partie quelque ① & ⓪ telles que la premiere partie aie racine cubique de ① + quelque ⓪; Et est demonstré en l'origine du 70 probleme que ce seront 12 ① — 8; Ajoustons les doncques à chasque partie;

Ergo 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8, seront egales à 22 ① + 292.

Puis extrayons de chasque partie racine cubique.

Ergo 1 ① — 2, seront egales à √ ③ *bino.* 21 ① + 292.

Or parce que la seconde partie n'a point de racine servant à nostre propos, il faudra achever la reste par l'aide de la figure du theoreme devant le 69 probleme, en ceste sorte: Soit chascune ① de noz egales parties la ligne AB.

Ergo 1 ① AB — 2 sera egale à √ ③ *bino.* 22 ① AB + 292.

Puis posons que BC soit 2.

Ergo 1 ① AC, sera egale à √ ③ *bino.* 22 ① AB + 292.

Puis prenons la potence cubique de chasque partie;

Ergo 1 ③ A C, sera egale à 22 ① A B + 292.

Mais 22 ① A B, vallent 22 ① A C + 44 (car 22 fois C B 2 font 44.) ostons doncques les 22 ① A B, & en son lieu posons 22 ① A C + 44;

Ergo 1 ③ A C, sera egale à 22 ① A C + 336.

Et ainsi au lieu des donnez 1 ③ A B, egale à 6 ② A B + 10 ① A B + 300, nous avons 1 ③ A C, egale à 22 ① A C + 336; Desquels estant trouvé la valeur de 1 ① A C, qui par le 69 probleme est 8: S'ensuit que pour avoir la valeur de toute la A B requise, qu'il y faut encore adjouster la C B, qui par l'hypothese est 2, & sera pour solution comme dessus 10.

Or que cecy est l'origine de ladicte construction (comme nous avons demonstré le semblable plus amplement à la fin de l'origine du 70 probleme, semblable à ceste ci) est manifeste. Laquelle origine il falloit declarer.

PROBLEME LXXII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ④, le second ① ⓪, le troisiesme, nombre algebraique quelconque: Trou*ver leur quatriesme terme proportionel.*

NOTA. Le binomie du second terme donné, de ce probleme, se peult rencontrer en trois differences, à sçavoir:

① + ⓪
— ① + ⓪
① — ⓪

Desquelles trois differences les autres en donnent trois diverses manieres d'operations, mais nous en donnerons une simple & generale en ceste sorte:

PRE-

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels : le premier 1 ④, le second 12 ① + 5, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) + 5 ① (pour le 5 donné, luy applicant ①) vallent 36 (quarrée de 6, moitie de 12 des 12 ① donnez) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4

Le quarré de sa moitie 2 est 4

Au mesme ajousté 5 donné, faict 9

Sa racine quarrée 3

De la mesme soubstraict 2 moitie de 4 premier en l'ordre, reste 1

La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, est 2, laquelle quand au + ou — sera par reigle comme les 12 ① donnez, qui sont +, sera doncques + 2, à laquelle appliqué ① par reigle seront 2 ①

Puis on dira, 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (sixiesme en l'ordre) + 1 (cincquiesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme $\sqrt{}2 + 1$

Je di que $\sqrt{}2 + 1$ est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte :

1 ④.	12 ① + 5.	1 ①.	$\sqrt{}2 + 1$.
17 + $\sqrt{}288$.	17 + $\sqrt{}288$.	$\sqrt{}2 + 1$.	$\sqrt{}2 + 1$.

Et appert, que $\sqrt{}2 + 1$ est leur quatriesme terme proportionel.

DEVXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —① + ⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels : le premier 1 ④, le second — 32 ① + 60, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

$\frac{2}{4}$ ③ (par reigle) + 60 ① (pour le + 60 donné, lui applicant ①) vallent 256 (quarré de — 16, moitie de — 32 des — 22 ① données) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4

Le quarré de sa moitie 2 est 4

Au mesme ajousté 60 donné, faict 64

Sa racine quarrée 8

De la mesme soubstraict 2, moitie de 4 premier en l'ordre, reste 6

La racine quarrée de 4 premier en l'ordre est 2, laquelle quant au + ou —, sera par reigle comme les — 32 ① donnez, qui sont —, sera donc — 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) sera — 2 ①

Puis on dira — 1 ② (par reigle) vaut — 2 ① (sixiesme en l'ordre) + 6 (cincquiesme en l'ordre) combien 1 ①, faict par le 68 probleme $\sqrt{}7 - 1$

Je di que $\sqrt{}7 - 1$ est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④.	— 32 ① + 60.	1 ①.	$\sqrt{}7 - 1$
$92 - \sqrt{}7168$.	$92 - \sqrt{}7168$.	$\sqrt{}7 - 1$.	$\sqrt{}7 - 1$

Et appert que $\sqrt{}7 - 1$ est leur quatriesme terme proportionel.

TROI-

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ①—⓪.

Explication du donné. Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 4 ①— 3, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) — 3 ① (pour le — 3 donné, lui applicant ①) vallent 4 (quarré de 2 moitie de 4 des 4 ①) combien 1 ① ? faict par le 66 probleme 4

Le quarré de sa moitie 2 est 4

Au mesme ajousté — 3 donné faict 1

Sa racine quarrée 1

De la mesme soubstraict 2, moitie de 4 premier en l'ordre, reste —1

La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, est 2, laquelle quand au + ou —, sera par reigle comme les 4 ① donnez, qui sont +, sera donc + 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) sera 2 ①

Puis on dira, 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (sixiesme en l'ordre) — 1 (cincquiesme en l'ordre) combien 1 ① ? faict par le 68 probleme 1

Je di que 1 est le quatriesme terme porportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④.	4 ① — 3.	1 ①.	1.
1.	1.	1.	1.

Et appert que 1 est leur quatriesme terme porportionel requis. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ④, le second ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque; Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand (4) est egale à ① ⓪, nous les pouvons reduire, en ②, egale à ① ⓪, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le 68 probleme, comme apparoistra. Soit 1 (4, egale à 12 ① + 5; Qui sont le premier & second terme de la premiere difference. Il faut doncques trouver quelque ② & ⓪ telles, qui ajoustées à la 1 (4) la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ② + quelque ⓪. Puis lesdictes ② ⓪ ajoustez aux 12 ① + 5, que la somme soit trinomie, duquel la racine soit ① & ⓪. Or pour les trouver, il sera premierement necessaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des ②, soit egal au ⓪, car autres ② & ⓪ ajoustez a 1 (4), ne peuvent faire que la somme aie racine servante à nostre propos. Au second, que le produict du nombre des ②, par la somme de tel ⓪ trouvé, & le 5 donné soit egal à 36, à sçavoir au quarré de 6, moitie de 12 des 12 ①, car autres ② & ⓪ ajoustez à 12 ① + 5 ne peuvent faire, que la somme aie racine servante à nostre propos: *Il nous faut doncques trouver deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier par le second + 5 soit 36.* & est ceste question la 11 du 81 probleme, par laquelle il appert, que le premier est 4, & le second aussi 4, le premier doncques sera le nombre des ②, & le second le ⓪. De sorte que les deux quantitez requises, seront 4 ② + 4. Ajoustons les mesmes à chascune de noz egales parties données;

Ergo

Ergo 1 (4) + 4 ② + 4, feront egales à 4 ② + 12 ① + 9.

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée;

Ergo 1 ② + 2, seront egales à 2 ① + 3.

Puis soubstrayons de chasque partie 2;

Ergo 1 ②, demeurera egale à 2 ① + 1.

Et ainsi au lieu de 1 (4), egale à 12 ① + 5, nous avons 1 ②, egale à 2 ① + 1. Et la valeur de 1 ①, par le 68 probleme est √ 2 + 1. Et est manifeste que ceci est l'origine de nostre construction du precedent probleme. Laquelle il nous falloit declarer.

PROBLEME LXXIII.

Estant donnez trois termes desquels le premier (4), *le second* ② ① ⓪, *le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.*

NOTA. Le trinomie du second terme de ce probleme se peut rencontrer en sept differences, à sçavoir:

② + ① + ⓪
— ② + ① + ⓪
② + ① — ⓪
— ② + ① — ⓪
② — ① + ⓪
— ② — ① + ⓪
② — ① — ⓪

Lesquelles sept differences reçoivent plusieurs diverses manieres d'operations selon les autres autheurs, mais nous en avons faict une seule & generale, comme s'ensuit.

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① — ⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 (4), le second 3 ② + 30 ① + 16, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) + $\frac{3}{4}$ ② (pour le $\frac{1}{4}$, par reigle, des 3 ② donnez) + 16 (pour le 16 donné, luy applicant ①) vallent 177 (exces de 225 quarré de la moitie de 30 des 30 ① donnez, sur 48 produict de 16 donné par 3 des 3 ② donnez) combien 1 ①? faict par le 70 probleme 6

Auquel ajousté 3, des 3 ② donnez, faict 9

Le quarré de 3, moitie de 6 premier en l'ordre, est 9

Au mesme ajousté 16 donné, faict 25

Sa racine quarrée 5

De la mesme soubstraict 3, moitie de 6 premier en l'ordre, reste 2

La racine quarrée de 9 second en l'ordre est 3, à laquelle appliqué ① par reigle seront 3 ①

Puis on dira, 1 ② par reigle vaut 3 ① (septiesme en l'ordre) + 2 (sixiesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme $\surd\, 4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$

Je di que les mesmes sont le quatriesme terme proportionel requis.

Demonstration Arithmetique. Mettons par le moyen du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④. 3 ② + 30 ① + 16. 1 ①. $\surd\, 4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$.

$80\frac{1}{2} + \surd\, 6464\frac{1}{4}$. $80\frac{1}{2} + \surd\, 6464\frac{1}{4}$. $\surd\, 4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$. $\surd\, 4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$.

Et appert que $\surd\, 4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$ est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer.

Veu que la reigle de ceste construction est generale, nous n'appliquerons pas (comme nous avons aussi faict au 71 probleme) les escriptures aux nombres des ordres, pour la multitude des differences.

1 ④

1 (4) egale a
15 (2) + 36 (1) + 27
— 6
9
9
36
6
9
3 (1)
$\sqrt{}$ 11 $\frac{1}{4}$ + 1 $\frac{1}{2}$

NOTA. Quant le second terme donné tient racine qui soit binomie, l'on extraira pour plus grande facilité (combien que la reigle ci dessus est generale) de chasque partie racine. Soit par exemple 1 (4), egale à 4 (2) + 12 (1) + 9. Or parce que le second terme, tient telle racine, on l'extraira de chasque terme, & 1 (2) sera egale à 2 (1) + 3, & par le 68 probleme 1 (1) vaudra 3.

DEVXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — (2) + (1) + (0).

1 (4) egale a
— 1 (2) + 4 (1) + 3
2
1
1
4
2
1
1 (1)
$\sqrt{}$ $\frac{5}{4}$ + $\frac{1}{2}$

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME (2) + (1) — (0).

1 (4) egale a
8 (2) + 16 (1) — 12
8.
16.
16.
4.
2.
— 2.
4 (1)
Soluti- on ou { 2 + $\sqrt{}$ 2
2 — $\sqrt{}$ 2

QVA-

QVATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —②+①—⓪.

1 ④ egale a
—2②+8①—5

6
4
9
4
2
—1
2①
1

Voyla les quatre premieres differences achevées, & sont celles qui ont toutes eues au second terme, la moyenne quantité +, à sçavoir + ①; s'ensuivent maintenant les trois autres, qui ont ladicte moyenne quantité —; Et receuront en la construction quelque petite mutation; La raison est, que leurs origines mesmes, les reçoivent, qui procede (comme apparoistra plus amplemẽt en son lieu) de cela, que ② —①+⓪, ont autant —①+⓪, pour racine, comme ①—⓪, desquelles ne sçavons en l'origine mesme quelle sera la vraye, par ce que la valeur des quantitez que nous cherchons, nous est incognue. D'ou s'ensuit que desdictes differentes suivantes on pourra faire deux constructions, qui seront aucunefois toutes deux bonnes; aucunefois seulement l'une, desquelles nous pourrons choisir la vraye.

Or la premiere de ces deux constructions, differe de la precedente seulement en cela, qu'il faut, que le septisme nombre en l'ordre (lequel cy dessus s'a tousiours esté dict +) soit par reigle —.

Et la deuxiesme de ces deux constructions, differe de la precedente seulement en cela, qu'il faut que le cincquiesme nombre en l'ordre (lequel cy dessus s'a tousjours dict +) soit par reigle —.

Lesquelles choses estant fort evidentes, nous en donnerons

nerons seulement les exemples par les characteres des nombres de l'ordre.

CINCQVIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ② — ① + ⓪.

1(④) egale a		1 (④) egale a		1 (④) egale a	
14② — 16① + 3.		11② — 18① + 8.		10② — 40① + 16	
2	2	— 2	— 2	6	6
16	16	9	9	16	16
1	1	1	1	9	9
4	4	9	9	25	25
2	— 2	3	— 3	5	— 5
1	— 3	4	— 2	2	— 8
— 4①	4①.	— 3①	3①.	— 4①	4①.
√ 5 — 2	ou { 3 / 1	1	ou { 2 √ 6 — 2 / 1		Cestui n'a point de vraye sol.

NOTA. Quand le second terme donné, aura racine qui soit binomie, on en pourra faire comme nous avons dict soubs la premiere sorte.

SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② — ① + ⓪.

1(④) egale a

— 3② — 6① + 5

4

1

4

9

3

1

— 1①

$\sqrt{1\frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$

SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ② — ① — ⓪.

1 (④) egale a

19② — 20① — 5

6

25

9

4

— 2

— 5

3①

ou $\begin{cases} 2\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}} \\ 2\frac{1}{2} - \sqrt{1\frac{1}{4}} \end{cases}$

La demonstration de chascune difference sera semblable à celle de la premiere difference. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier 4, le second ② ① ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque : nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand ④ est egale a ② ① ⓪, nous les pouvons reduire en ②, egale à ① ⓪, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le 68 probleme, comme il apparoistra. Soit 1 ④, egale à 3 ② + 30 ① + 16, qui sont le premier & second terme de la premiere difference. Il faut doncques trouver quelques ② & ⓪, tels que ajoustez à la 1 ④, la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ② + quelque ⓪; Puis lesdictes 2 ⓪, ajoustez aux 3 ② + 30 ① + 16, la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ① & ⓪; Or pour les trouver, il sera premierement necessaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des ② soit egal au ⓪, car autres ② & ⓪ ajoustez à 1 ④, ne peuvent faire que la somme aie racine servante à nostre propos, par la note du 2 exemple du 61 probleme. Au second, que le produict de la somme de 3 (des 3 ② donnez) & le nombre des ② trouvé, par la somme de 16 donné, & du ⓪ trouvé, soit egal à 225, à sçavoir au quarré de 15, moitie de 30 des 30 ① donnez, car autres ② & ⓪, ajoustez à 3 ② + 30 ① + 16 ne peuvent faire que la somme aie racine servante à nostre propos, par ladicte note du 61 probleme: *Il nous faut doncques trouver deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier + 3 par le second* *le second* + 16 *soit* 225. Et est ceste question la 12 du 81. probleme; par laquelle appert, que le premier est 6, & le second 9; le premier doncques sera le nombre des ②, & le second sera le ⓪. De sorte que les deux quantitez requises seront 6 ② + 9: Ajoustons les mesmes à chascune de noz egales parties donnees;

Ergo 1 ④ + 6 ② + 9, seront egales à 9 ② + 30 ① + 25.

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée;

Ergo 1 ② + 3, seront egales à 3 ① + 5.

Puis soubstrayons de chasque partie 3;

Ergo 1 ②, demeurera egale à 3 ① + 2.

Et ainsi au lieu de 1 ④ egale à 3 ② + 30 ① + 16, nous avons 1 ② egale à 3 ① + 2; Dont la valeur de 1 ① par le 68 probleme est $\sqrt{}\ 4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$.

Et est manifeste, que ceci est l'origine de nostre construction du probleme precedent; Laquelle il nous falloit declarer.

PROBLEME LXXIV.

Estant donnez trois termes, desquels le premier ④, le second ③ ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Le binomie du second terme donné de ce probleme se peut rencontrer en trois telles differences:

③ + ⓪
— ③ + ⓪
③ — ⓪

Desquelles nous donnerons trois constructions, toutes d'une mesme maniere d'operation.

PREMIE-

PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ③+⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ④, le second 2 ③ + 27, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

1 ④ (par reigle) + 2 ① (pour 2 des 2 ③ donnez, les applicant ①) vaut 3 (racine cubique des 27 donnez) combien 1 ① ? faict par le 72 probleme 1, par le mesme divisé ledict 3 racine de 27 donne quotient 3

Je di que 3 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 ④.	2 ③ + 27.	1 ①.	3.
81.	81.	3.	3.

Et appert que 3 est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer.

SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME −③+⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 ④, le second −2 ③ + 32, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

1 ④ (par reigle) − 2 ① (pour − 2 des − 2 ③ donnés, les applicant ①) vaut √ ③ 32 (à sçavoir racine cu-

ne cubique des 32 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme √③4, par la mesme divisé ladicte √③32 donne quotient 2

Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte;

1 (4).	— 2③ + 32.	1 ①.	2.
16.	16.	2	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonstrer.

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ③—⓪.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 (4), le second 3 ③ — 8, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

1 (4) (par reigle) + 3① (pour 3 des 3 ③ donnez, les applicant a ①) vaut — 2 (à sçavoir racine cubique des — 8 donnez) combien 1 ①? faict par le 72 probleme — 1, par le mesme divisé ledict — 2 racine de — 8 donne quotient 2

Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte;

1 (4)	3 ③ — 8.	1 ①.	2.
16.	16.	2.	2.

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonstrer.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DE CE LXXIV. PROBLEME.

Posons que 1 ④ soit egale à — 2 ① + 3; Ou bien (ce qui vaut le mesme) 1 ④ + 2 ①, egales à 3, desquels nous cherchons la valeur de 1 ①, que nous sçavons estre 1; Divisons par le mesme le 3 donné, donne quotient 3; doncques 1 & 3, sont deux nombres, desquels le produict faict le 3 donné, & le produict dudict nombre 1 par — 2 (des — 2 ① donnees) qui est — 2, ajousté à la potence de quarte quantité dudict nombre 1, reste ledict nombre donné 3. Quand doncques nous aurons trouvé tels deux nombres comme sont lesdicts 1 & 3, il est notoire que l'un sera la valeur de 1 ① requise. Pourtant mettons le susdict en forme de question ainsi: *Trouvons deux nombres tels que leur produict soit 3, & que le produict de l'un nombre par 2 ajousté à la potence de quarte quantité dudict nombre, la somme soit aussi 3.* Qui est la 13 question du 81 probleme; Et appert aux termes reduicts, que 1 ④ se trouva egale à 2 ③ + 27 (lequel 27 est le cube du 3 donné,) desquels la valeur de 1 ① est 3; Par le mesme (pour trouver l'autre nombre requis) se divise le 3 (qui est le 3 du second terme posé ci dessus.) Quand doncques 1 ④, est egale à — 2 ① + 3, alors pour trouver la valeur de 1 ①, nous pouvons (comme par reigle generale) mettre en leur lieu, 1 ④ egale à 2 ③ (à sçavoir + 2 au lieu du — 2 donné, & ③ au lieu de ① donnée) + 27 (pour le cube de 3 donné) divisant la racine cubique de 27, par ladicte valeur de 1 ①, lequel quotient sera le requis. Et par le revers de ces choses, Quand 1 ④ est egale à 2 ③ + 27, alors pour trouver la valeur de 1 ① nous pouvons mettre en leur lieu 1 ④, egale à — 2 ① + 3, divisant

ſant par la valeur de 1 ① la racine cubique du 27 donné, qui eſt l'operation de la ſuſdicte premiere difference ſemblable aux deux autres. Laquelle origine il nous falloit declarer.

NOTA I. L'on pourroit encore deſcrire autre maniere de conſtruction que n'eſt la precedente; à ſçavoir par l'operation du 14 exemple du 81 probleme; Mais nous le paſſons outre à cauſe de briefueté.

NOTA II. Conſiderant d'une part que l'origine des conſtructions des trois problemes ſuivans, eſt en tous aſſez la meſme; Et d'autre part la multitude des diverſités des differences que reçoivent aucuns d'iceux problemes, nous deſcrirons leurs origines meſmes, au lieu de conſtruction, commençant à ce 74 probleme, duquel nous donnerons (outre les conſtructions precedentes) autre maniere de conſtruction, comme s'enſuit.

Explication du donné. Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 6 ③ + $3\frac{1}{3}$, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

NOTA. Afin de declarer le ſens, autant de ceſte conſtruction, comme des trois problemes ſuivans, faut ſçavoir, que nous tachons d'ajouſter à chaſque partie, quelques quantitez egales, telles, que chaſque ſomme aie racine de moindre multitude de quantitez que les quantitez donnees; & deviennent ainſi finalement convertiz en ② egale à ① ⓪, deſquelles la valeur de 1 ① eſt alors notoire, par le 68 probleme.

Conſtruction.

On appliquera les ③ données, ou par egale addition, ou par egale ſoubſtraction, touſiours à la 1 ④, il faut doncques icy ſoubſtraire de chaſque partie 6 ③;

Ergo 1 ④ — 6 ③, demeureront egales à $3\frac{1}{3}$.

Puis il faut ajouster à chascune partie quelques ②① ⓪, ainsi que l'une aie pour racine quarrée, trinomie, & l'autre binomie. Or puis que les deux premiers characteres de la premiere partie, sont 1 (4) — 6 ③, il est notoire que les deux premiers characteres de la racine (apres l'addition desdictes ② ① ⓪) seront 1 ② — 3 ① (comme il appert par la multiplication de quantitez en eux) à sçavoir — 3 (des — 3 ①) pour moitie de — 6 (des — 6 ③ donnés.) Il reste maintenant d'appliquer à iceux 1 ② — 3 ①, quelque ③ tel, que le quarré de tel trinomie aie les quantitez comme ②①⓪, telles, que les mesmes ajoustez à la seconde partie, qui est $3\frac{1}{5}$, la somme aie racine qui soit ① ⓪, qui sera (par la note au 2 exemple du 61 probleme) quand le quarré de la moitie du nombre de multitude des ①, soit egal au produict du ⓪, par le nombre de multitude des ②; Mais veu qu'en l'invention de ce ⓪, qui doibt estre appliqué à 1 ② — 3 ①, nous n'avons que faire des signes des quantitez, nous les delaisserons, à fin qu'elles ne nous causent confusion, & que ne soyons contraincts de besoigner par postposees quantitez, disant ainsi: *Trouvons un* — ⓪ (car cest notoire que + ⓪ ne le pourra estre) *qui appliqué a* 1 — 3, *Et puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, Et au dernier nombre du produict ajousté* $3\frac{1}{5}$, *qu'alors le quarré de la moitie du cincquiesme, soit egal au produict du quatriesme par le sixiesme.* Et est ceste question la 15 du 81 probleme, par laquelle il appert que le nombre requis est — 2, qui appliqué ausdicts 1 ② — 3 ①, fera 1 ② — 3 ① — 2, son quarré 1 (4) — 6 ③ + 5 ② + 12 ① + 4. du mesme soubstraict la premiere de noz egales parties, reste 5 ② + 12 ① + 4, ajoustons les mesmes à chascune de noz egales parties;

Ergo

Ergo 1(4) — 6③ + 5② + 12① + 4, feront egales à 5② + 12① + $7\frac{1}{5}$.
Puis extrayons de chafque partie racine quarrée.

Ergo 1② — 3① + 2 feront egales à $\surd$ 5)(① + $\surd$ $7\frac{1}{5}$.

Lefquels reduicts 1② fera egale à 3① + $\surd$ 5)(① + $\surd$ $7\frac{1}{5}$ + 2.

Et par le 68 probleme, 1① vaudra $1\frac{1}{2}$ + $\surd\frac{5}{4}$ + $\surd$ *bino.* $5\frac{1}{2}$ + $\surd$ $36\frac{9}{20}$.

La difpofition des characteres de l'operation des chofes fufdictes eft telle:

Quantitez données	1(4) — 6③. o. o. o.	egales à	o. o. $3\frac{1}{5}$
Quant. à chafcune parties ajou.	+ 5② + 12① + 4.		5② + 12① + 4
Sommes	1(4) — 6③ + 5② + 12① + 4.		5② + 12① + $7\frac{1}{5}$,
Leurs racines quarrées	1② — 3① — 2.		$\surd$ 5)(② + $\surd$ $7\frac{1}{5}$
Reduictes	1②.		3① + $\surd$ 5)(① + $\surd$ $7\frac{1}{5}$ + 2

Et 1① vaut par le 68 probleme $1\frac{1}{2}$ + $\surd\frac{5}{4}$ + $\surd$ *bino.* $5\frac{1}{2}$ + $\surd$ $36\frac{9}{20}$.

Et par femblable difpofition de characteres, defpecherons nous les conftructions des trois problemes fuivans.

Nota.

Le —2, cy deffus trouvé par la 15 queftion du 81 probleme fe peut encore trouver par la 16 queftion du mefme probleme.

Item si 1(4), fust donnée egale à -8 ③ $+ 1\frac{1}{3}$, l'operation & disposition des characteres semblable à la precedente, sera telle :

Quantitez données.	$1(4) + 8$③ . 0. 0. 0.	egales à		0. 0. $1\frac{1}{3}$
Quant. à chascune part. ajoust.	12② $-$ 16① $+$ 4.			12② $-$ 16① $+$ 4
Sommes	$1(4) + 8$③ $+$ 12② $-$ 16① $+$ 4.			12② $-$ 16① $+ 5\frac{1}{3}$
Leurs racines quarrées	1② $+$ 4① $-$ 2.			$- \surd$ 12)(① $+ \surd 5\frac{1}{3}$
Reduictes	1②.			$-4$① $- \surd$ 12)(① $+ \surd 5\frac{1}{3} + 2$

Et 1① par le 68 probleme vaut $-2 - \surd 3 + \surd$ *bino.* $9 + \surd 85\frac{1}{3}$.

Item si 1 (4) fust donnée egale à 8 ③ $- \frac{4}{5}$, l'operation & disposition de characteres semblable à la precedente sera telle :

Quantitez données.	$1(4) - 8$③ 0. 0. 0.	egales à		0. 0. $-\frac{4}{5}$
Quant. à chascune partie ajoust.	20② $-$ 16① $+$ 4.			20② $-$ 16① $+$ 4
Sommes	$1(4) - 8$③ $+$ 20② $-$ 16① $+$ 4.			20② $-$ 16① $+ 3\frac{1}{5}$
Leurs racines	1② $-$ 4① $+$ 2.			$- \surd$ 20)(① $+ \surd 3\frac{1}{5}$
Reduictes	1②.			4① $- \surd$ 20)(① $+ \surd 3\frac{1}{5} - 2$

Et 1① par le 68 probleme vaut $2 - \surd 5 + \surd$ *bino.* $7 - \surd 51\frac{1}{5}$.

Dont

Dont les demonstrations seront semblables aux precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes desquels le premier (4), le second ③ ⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque; nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel ; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXV.

Estant donnez trois termes, desquels le premier (4), le second ③ ① ⓪, le troisiesme, nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 (4), le second 4 ③ + 8 ① — 32, le troisiesme 1 ①.

Explication du requis. Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction. La coustruction sera semblable à celle du precedent probleme. Et le 6 (derniere quantité de 1 ② — 2 ① + 6) est trouvé par la 17 ou 18 question du 81 probleme; la disposition des characteres de l'operation, semblable aux precedentes, est telle.

Quantitez donnees	1 (4) — 4 ③. 0. 0. 0.		8 ① — 32
Quantitez à chascune partie ajoustees	16 ② — 24 ① + 36.		16 ② — 24 ① + 36
Sommes	1 (4) — 4 ③ + 16 ② — 24 ① + 26.	egal. à	16 ② — 16 ① + 4
Leurs racines quarrees	1 ② — 2 ① + 6.		4 ① — 2
Reduictes	1 ②.		6 ① — 8

Et 1 ① par le 68 probleme vaudra 4 ou 2.

Item si 1 (4) fust donné egale à — 8 ③ + 40 ① — 32, l'operation & disposition des characteres semblable à la precedente sera telle:

Quantitez donnees	1 (4) + 8 ③. 0. 0. 0.		40 ① — 32
Quantitez à chascune partie ajoustees	4 ② — 48 ① + 36.		4 ② — 48 ① + 36
Sommes	1 (4) + 8 ③ + 4 ② — 48 ① + 36.	egales à	4 ② — 8 ① + 4
Leurs racines quarrees	1 ② + 4 ① — 6.		2 ① — 2
Reduictes	1 ②.		— 2 ① + 4

Et 1 ① par le 68 probleme, vaudra $\sqrt{}$ 5 — 1.

Item si 1 ① fust donné egale à 8 ③ + 2 ① + 589, l'operation & disposition des characteres semblable à la precedente sera telle:

Quantitez

Quantitez donnees	1(4) — 8③.	0.	0.	0.	egales à	2① + 589
Quantitez à chascune partie ajoustees		4② + 48① + 36.				4② + 48① + 36
Sommes	1(4) — 8③ + 4② + 48① + 36.					4② + 50① + 625
Leurs racines quarres		1② — 4① — 6.				2① + 25
Reduictes		1②.				6① + 31

Et 1① par le 68 probleme vaut $3 + \sqrt{40}$.

Et semblable sera l'operation en toutes les autres differences. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme du precedent premier exemple sa valeur, en ceste sorte :

1(4).	4③ + 8① — 32.	1①.	4.
256.	256.	4.	4.

Item.

1(4).	4③ + 8① — 32.	1①.	4.
16.	16.	2.	2.

Conclusion. Et appert qu'autant 4 comme 2, est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer.

Conclusion. Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier (4), le second ③①⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXVI.

E*Stant donnez trois termes, desquels le premier* (4), *le second* ③②⓪, *le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.*

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 (4), le second 4③ + 4② — 12, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La construction sera semblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de 1② — 2① + 4) est trouvé par la 19 ou 20 question du 81 probleme. La disposition des characteres de l'operarion semblable aux precedentes est telle:

Quantitez données	1(4) — 4③	0.	0.	0.	egales à	4② ⓪ — 12
Quantitez à chascune partie ajoust.	0.	0. 12②	— 16①	+ 16.		12② — 16① + 16
Sommes	1(4) — 4③	+ 12②	— 16①	+ 16.		16② — 16① + 4
Leurs racines quarrées		1②	— 2①	+ 4.		4① — 2
Reduictes				1②.		6① — 6

Et 1 ① par le 68 probleme, vaut $3 + \sqrt{3}$, ou $3 - \sqrt{3}$.

Item si 1 (4) fust donnée egale à 4 ③ — 1 ② — 5, l'operation & disposition des characteres semblable à la precedente, sera telle:

Quantitez donnees	1 (4) — 4 ③. 0. 0. 0.	egales à	— 1 ② 0 — 5
Quantitez à chascune partie ajoustees	10 ② — 12 ① + 9.		10 ② — 12 ① + 9
Sommes	1 (4) — 4 ③ + 10 ② — 12 ① + 9.		9 ② — 12 ① + 4
Leurs racines quarrees	1 ② — 2 ① + 3.		3 ① — 2
Reduictes	1 ②.		5 ① — 5

Et 1 ① par le 68 probleme vaut $\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$, ou $\frac{5}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}}$.

Et semblable sera l'operation en toutes les autres sortes. *Demonstration.* Mettons par le moien du 66 probleme soubs chascun terme du precedent premier exemple sa valeur, en ceste sorte:

1 (4).	4 ③ + 4 ② — 12.	1 ①.	$3 + \sqrt{3}$.
$252 + \sqrt{62208}$.	$252 + \sqrt{62208}$.	$3 + \sqrt{3}$.	$3 + \sqrt{3}$.

Item.

1 (4).	4 ③ + 4 ② — 12.	1 ①.	$3 - \sqrt{3}$.
$252 - \sqrt{62208}$.	$252 - \sqrt{62208}$.	$3 - \sqrt{3}$.	$3 - \sqrt{3}$.

Et appert

Et appert que autant $3 + \surd 3$, comme $3 - \surd 3$, est leur quatriesme proportionel ; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques données trois termes, desquels le premier (4), le second ③②⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque : Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXVII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier (4), le second ③②①⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 (4), le second $-$ 4 ③ $+$ 4② $+$ 40① $+$ 33, le troisiesme 1 ①.

Explication du requis. Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction.

La construction sera semblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de 1 ② $+$ 2 ① $+$ 4) est trouvé par la 21 ou 22 question du 81 probleme. La disposition des characteres de l'operation semblable aux precedentes est telle:

Quantitez

Quantitez données	1(4) + 4③.	0.	0.	0.	egales à	4② + 40① + 33
Quantitez à chascune partie adjoustées		12② + 16① + 16.				12② + 16① + 16
Sommes	1(4) + 4③	12② + 16① + 16.				16② + 56① + 49
Leurs racines quarrées		1② + 2① + 4.				4① + 7
Reduictes		1②.				2① + 3

Et 1① par le 68 probleme vaudra 3, lequel je di estre le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Mettons par le moyen du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1(4).	−4③ + 4② + 40① + 33.	1①.	3.
81.	81.	3.	3.

Et appert, que 3 est leur quatriesme terme proportionel, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

Et semblable sera l'operation en toutes les autres sortes. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier (4), le second ③②①⓪, le troisiesme nombre algebraique quelquonque: Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Nous demonstrerons encore, comment l'on trouvera aux problemes precedens, le quatriesme terme proportionel, n'estant le nombre de multitude de la superieure quantité pas unité,

unité, comme a esté aux exemples precedens; D'ou il ne sera pas mestier de convertir (par la 2 reigle de reduction) ledict nombre de multitude en unité, & sera pour eviter aucunefois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soient par exemple les trois termes donnez, desquels il faut trouver le quatriesme proportionel, tels: le premier 9 (4), le second — 12 ③ + 30 ② + 204 ① + 171, le troisiesme 1 ①. *Construction.* L'on prendra (par reigle) la racine quarrée des 9 (4), qui est — 3 ②. Puis on divisera la moitie de 12 ③, par iceux 3 ②. donne quotient 2 ①; Doncques 3 ② + 2 ①, sont les deux premiers characteres, ausquels il nous fraudra trouver quelque ⓪, comme l'on trouve, par la 22 question du 81 probleme, & sera 5. Et puis la reste comme dessus. La disposition des characteres de l'operation, semblable aux precedentes, est telle:

Quantitez donnez	9 (4) + 12 ③. 0. 0. 0.		30 ② + 204 ① + 171
Quantitez à chasques parties adjoustees.	34 ② + 20 ① + 25.		34 ② + 20 ① + 25
Sommmes	9 (4) + 12 ③ + 34 ② + 20 ① + 25.	egales à	64 ② + 224 ① + 196
Leurs racines quarrees	3 ② + 2 ① + 5.		8 ① + 14
Reduictes	1 ②.		2 ① + 3

Et 1 ① par le 68 probleme, vaudra 3, dont la demonstration sera semblable aux precedentes.

REIGLE.

Estant donnez trois termes de nombres Algebraiques quelconques : Trouver leur quatriesme proportionel, ou parfaict, ou avec infini approchement.

I'ay descrit (depuis le 66 probleme jusques au 80) l'invention du quatriesme terme proportionel, de trois Algebraiques donnez, & cela si avant comme j'estime qu'icelle matiere est cognue: Mais j'ay puis apres trouvé une reigle generale, pour de tous trois termes Algebraiques donnez trouver le quatriesme, ou valeur de 1 (1) parfaicte, ou avec infini approchement, ce qu'en la practique nous donne quasi autant comme une operation qui consiste en sa parfaicte demonstration Mathematique; car comme les sinus sont en leurs tables imparfaicts, & toutesfois en la practique sont autant comme si c'estoyent multinomies radicaux accomplis, ainsi se fait le semblable en ceste matiere Algebraique.

Le donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: Le premier 1 (3), le second 300 (1) + 33915024, le troisiesme 1 (1).

Le requis. Il nous faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

Construction. Pour premierement declarer en general la methode suivante je di qu'on trouvera de combien de characteres doit estre la valeur de 1 (1): Laquelle multitude de characteres estant cognue, on trouvera puis apres le premier charactere, qui sera un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9: Puis se trouvera semblablement le deuxiesme, & tous les autres tant qu'il y en a.

Or pour venir à la chose, & premierement trouver de combien de characteres doit estre la valeur 1 (1) donnée; je mets pour icelle 1, enquiers par le mesme ce qu'il en sortira,

ſortira, diſant, veu que 1 ① fait 1, les 300 ① font 300, par le 67 probleme: aux meſmes adjouſté 33915024, fait pour la valeur du deuxieſme terme 33915324: Et le premier terme, à ſçavoir 1 ③, fera tant ſeulement 1: Ce qui eſtant trop peu, parce que la valeur du premier terme doit eſtre egal avec la valeur du ſecond, & pourtant je mets au ſecond 10 pour la valeur de 1 ①, & enquiers par le meſme comme deſſus, & trouve la valeur du ſecond terme de 33918024, & le premier terme de 1000: Ce qui eſtant autrefois trop peu, je mets au troiſieſme 100 pour valeur de 1 ①; le meſme eſtant auſſi trop peu, je mets au quatrieſme 1000, par lequel je trouve le premier terme trop grand: Pourtant la valeur de 1 ① eſt moindre que 1000, & majeur que 100, elle eſt donc neceſſairement de trois characteres.

Or eſtant cognu que la deſirée valeur eſt de trois characteres, il faut que le premier ſoit un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Mais il eſt cy deſſus enquis avec le premier charactere 1, à ſçavoir avec 100, & trouvois trop peu, pourtant je l'eſſaye maintenant avec le premier charactere 2, mettant 200 pour valeur de 1 ①, & trouve trop peu: Ie l'enquiers puis apres avec 300, & vient auſſi trop peu: Puis avec 400, & trouve trop, ce qui me denote que le premier charactere doit eſtre 3.

Or pour trouver le ſecond charactere, il doit neceſſairement eſtre ou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Mais il eſt devant eſprouvé avec le ſecond charactere 0, à ſçavoir avec 300, & vint trop peu, pourtant je mets maintenant le ſecond caractere 1, à ſçavoir 310, & trouve trop peu: puis apres 320, vient auſſi trop peu: puis 330, & vient trop; ce qui me ſignifie que le ſecond charactere faut eſtre 2.

Pour trouver maintenant le troiſieſme charactere, il doit

doit estre necessairement ou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9. Mais il est dessus enquis avec le troisiesme charactere 0, à sçavoir par 320, & vint trop peu; pourtant je mets maintenant le troisiesme charactere 1, à sçavoir 321, & trouve trop peu; puis apres 322, & vient aussi trop peu; puis 323, vient trop peu; puis apres 324, & trouve par iceluy la valeur du premier terme, egal à la valeur du second, à sçavoir l'un & l'autre de 34012224; ce qui me demonstre que 324 est la valeur de 1 ①, & quatriesme terme proportionel requis; car comme 34012224 valeur du premier à 34012224 valeur du second terme, ainsi 324 valeur du troisiesme eu quatriesme 324.

COROLLAIRE.

Il appert par le susdit, que quand la valeur de 1 ① est nombre entier, que la mesme valeur se peut tousiours trouver parfaictement.

Mais si le susdit compte n'eust pas venu ainsi precisement, comme par exemple, que le ⓪ ou nombre Arithmetique donné au lieu de 33915024, eust tant seulement esté 33900000, alors 323 eust esté peu, & 324 trop, ce qui me certifie que la valeur de 1 ① fait 323 avec un rompu moindre que unité. Or pour trouver le mesme rompu, ou d'y approcher infiniment; je mets 323 avec encore un 0, dessus une ligne comme numerateur, & 10 dessoubs comme nominateur, en ceste sorte $\frac{3230}{10}$. Ce rompu fait 323, qui estant trop peu, il faut que 0 du numerateur face 0 avec quelque reste, ou 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9; Le mesme charactere estant trouvé comme dessus, & qu'il y a encore quelque superflu, on adjoustera au numerateur & nominateur autrefois 0, enquirant comme dessus, ce que doit venir au lieu d'iceluy 0 du numerateur: Et procedant ainsi infiniment, l'on approche infiniment plus pres au requis.

Z Mais

Mais si la desirée valeur de 1 ① fut rompu moindre que unité, l'on enquestera premierement avec $\frac{1}{10}$, qui estant trop grand avec $\frac{1}{100}$; puis aprés $\frac{1}{1000}$ &c. Or posé le cas que $\frac{1}{100}$ fut trop grand, mais $\frac{1}{1000}$ trop petit, cecy me certifie que dessus le nominateur 10000, doit venir un nombre comme numerateur majeur que 1, & moindre que 10, le mesme sera necessairement un charactere, comme 1 avec quelque superflu, ou 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Iceluy charactere estant trouvé au plus pres & moindre, & qu'il y a encore quelque residu, l'on agrandira numerateur & nominateur chascun d'un 0, enquirant puis apres comme dessus, ce que doit estre icelux dernier 0 du numerareur, & ainsi des autres.

Avisez encore qu'estant la valeur de 1 ① nombre rompu, il peut avenir qu'on pourra approcher infiniment au requis, sans toutesfois par ceste maniere pouvoir parvenir à la parfaicte solution: Comme par exemple, posons que l'incognuë valeur de 1 ① fust $\frac{5}{6}$, & que l'on met le nominateur selon la susdicte reigle, on trouve que dessus le mesme 10 faut venir 8, en ceste sorte $\frac{8}{10}$: Mais parce qu'il est trop peu, je mets pres de chascun nombre 0, ainsi $\frac{80}{100}$, & cerchant puis apres quel charactere doit venir au lieu de 0 du numerateur, je trouve au plus pres & moindre 3, ainsi $\frac{83}{100}$: Et faisant le semblable au troisiesme, je trouve $\frac{833}{1000}$: Et au quatriesme $\frac{8333}{10000}$. Et procedant ainsi avec les autres, l'on voit qu'on peut infinimēt approcher, sans toutesfois parvenir aux $\frac{5}{6}$ accomplies, à cause qu'il n'y a nul nombre entier en telle raison à 10, 100, ou 1000, (& semblables desquels le premier charactere est 1, avec les suivans 0) comme 5 à 6.

Nous pourrions encore donner exemples la ou la valeur de 1 ① est de nombres radicaux à nombre Arithmetique incommensurables: mais veu que l'infini approprochement est assez notoire par les precedens, il ne semble point mestier d'en faire propres declarations.

Or estant tous les susdicts exemples notoires par leur operation, nous n'en faisons point des particulieres demonstrations. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes de nombres Algebraiques quelconques, nous avons trouvé leur quatriesme proportionel, ou parfaictement, ou par infini approchement, ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXVIII.

Estant donnez trois termes, desquels le premier & second soyent quantitez derivatives des primitives, composees de ④③②①⓪, Le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 2 ②, le second 32 (qui sont derivatifs de 2 ① & 32 par la 27 definition) le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On trouvera la valeur de 1 ① des primitives quantitez des donnees, qui est de 2 ①, vallans 32, & sera par le 67 probleme 16. Puis on verra quelle racine algebraique est la superieure quantité des primitives de la superieure quantité des derivatives: c'est à dire, quelle racine soit ① de ②, se trouve quarrée, il faut doncques des susdictes 16 encore prendre racine quarrée, qui est pour solution 4. *Demonstration.* Mettons par le moyen du 66 probl. soubs chascun terme, sa valeur en ceste sorte:

2 ②	32.	1 ①.	4.
32.	32.	4.	4.

Et appert que 4 est leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Et par mesme raison, quand 3 ③ seront egales a 81, on trouvera la valeur de 1 ① des primitives quantitez des termes donnez, qui eſt de 3 ① egales à 81, & ſera par le 67 probleme 27. Puis on verra quelle racine algebraique ſoit la ſuperieure quantité des primitives, de la ſuperieure quantité des derivatives; C'eſt à dire, quelle racine ſoit ①, de ③, & appert que c'eſt cubique, il faut doncques des ſuſdictes 27 encore prendre racine cubique, qui eſt pour ſolution 3.

Mais pour l'invention de la valeur de 1 ① des derivatives quantitez compoſees, il faut premierement trouver leurs primitives, ainſi: On trouvera la majeure commune meſure des denominateurs donnez, & par icelle ſe diviſeront leſdicts denominateurs, & leurs quotiens ſeront denominateurs des primitives quantitez requiſes. Soyent par exemple les derivatives quantitez ④ & ②, leurs denominateurs ſont 4 & 2, deſquels la majeure commune meſure, par le 5 probleme eſt 2, par lequel diviſé 4 & 2 donnent quotient 2 & 1: Doncques 2 & 1 ſont les primitives quantitez requiſes. Et de meſme ſorte, des derivatives ⑫ ⑨ ③, la commune meſure, par ledict 5 probleme, ſera 3; par le meſme diuiſez les denominateurs donnez, ſe trouvera pour primitives requiſes ④ ③ ①, & ainſi d'autres quelconques.

Qui eſtant entendu, ſoit 1 ④ egale à 2 ② + 8, leurs derivatives ſont 1 ②, egale à 2 ① + 8, deſquelles la valeur de 1 ① par le 68 probleme, eſt 4; ſa racine quarrée (par ce que ſuperieure quantité ② eſt racine algebraique quarrée de ſuperieure quantité ④) eſt pour ſolution 2.

Item eſtant 1 ⑨ egale à 2 ③ + 496, leurs primitives ſont 1 ③, egale à 2 ① + 496, deſquels la valeur de 1 ① par le 69 probleme eſt 8, ſa racine cubique (par ce que ③ eſtoit racine algebraique cubique de ⑨) eſt pour ſolution 2.

Item

Item estant 2 (12), egale à 2 (9) + 3 (6) + 4 (3) + 2848, leurs derivatives sont 1 (4), egale à 2 (3) + 3 (2) + 4 (1) + 2848, desquels la valeur de 1 (1) par le 77 probleme est 8, sa racine cubique (par ce que (4) est racine algebraique cubique de (12)) est pour solution 2.

Et est ceste reigle generale, non seulement des derivatives de primitives composees de (4), & ses quantitez inferieures, mais de quantitez quelconques. Par exemple, estant (15) egale à 2 (12) + 3 (9) + 2 (6) + 22912, leurs primitives seront 1 (5), egale à 2 (4) + 3 (3) + 2 (2) + 22912, desquels la valeur de 1 (1) est 8, sa racine cubique (par ce que (5) est racine algebraique cubique de (15)) est pour solution 2. Et ainsi de tous les autres.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand au lieu de 1 (15) egale a 2 (12) + 3 (9) + 2 (6) + 22912 nous posames 1 (5) egale à 2 (4) + 3 (3) + 2 (2) + 22912, il faut sçavoir, que ceste derniere position, est de postposees quantitez d'une autre progression (lesquelles ne se distinguent pas en la construction par leur signe de postposition, par ce que son absence ne cause aucune confusion) à sçavoir 1 *sec.* (5), egale à 2 *sec.* (4) + 3 *sec.* (3) + 2 *sec.* (2) + 22912. De sorte que 1 (15) est par l'hypothese egale a 1 *sec.* (5), & 2 (12) egales a 2 *sec.* (4), & ainsi des autres chascun à son homologue. Prennons doncques desdicts termes quelques deux homologues, comme

1 (15) egale a 1 *sec.* (5).

Puis extrayons de chascune partie racine de quinte quantité.

Ergo 1 (3) est egale a 1 *sec.* (1).

Mais 1 *sec.* ① est egale ou vaut 8, par la construction cy dessus. Ergo 1 ③ est egale à 8.

Il appert doncques, que quand 1 ⑮, est egale a 1 *sec.* ⑤, de laquelle la valeur de sa 1 *sec.* ① est cognu, comme icy 8, que la mesme valeur sera aussi la valeur de 1 ③ des positives; Mais 1 ③ vallant 8, alors par le 78 probleme pour avoir la valeur de 1 ①, il faut prendre la racine cubique de 8: il appert doncques pourquoy l'on extraict encore quelque racine de la valeur de 1 ① des primitives pour avoir la valeur de 1 ① des derivatives.

Or ce que nous avons faict cy dessus par le 1 ⑮ & 1 *sec.* ⑤, se pourra faire semblablement, par les autres quantitez homologues, comme par les 2 ⑫ & 2 ④, ou par les 3 ⑨ & 3 ③, ou par les 2 ⑥ & 2 ②.

Mais pour encore demonstrer, que lesdicts homologues termes sont d'egale valeur, nous mettrons soubs chascun terme sa valeur, à sçavoir la 1 ① vallant 2, & la 1 *sec.* ① vallant 8, en ceste sorte:

1 ⑮.	2 ⑫ +	3 ⑨. +	2 ⑥.
32768.	8192.	1536.	128.
1 *sec.* ⑤.	2 *sec.* ④. +	3 *sec.* ③. +	2 *sec.* ②.
32768.	8192.	1536.	128.

Laquelle origine il nous falloit declarer.

Nous avons demonstré aux precedens l'invention du quatriesme terme proportionel, de trois termes donnez, estant toutes les quantitez positives, c'est à dire toutes d'une progression, & procedans d'une mesme positive, ou premiere posée prime quantité; Mais il avient en l'operation algebraique (comme il apparoistra aux exemples du 81 probleme) quand la proportion donnée, par laquelle on vient au requis, s'offre tresocculte, que joignant les positives quantitez on met

encore

encore d'autres quantitez d'une autre progression, & procedans d'une autre prime quantité que la positive; lesquelles nous appellons postposees quantitez, comme la 28 definition l'explique plus amplement.

Or comme aux precedens problemes de positives quantitez, l'on cherche tousiours la valeur en nombre arithmetique ou radical de 1 (1), ainsi est il ici necessaire, de trouver la valeur en positives quantitez, de la prime quantité des postposees quantitez; dont la cause sera plus notoire par leurs exemples au 81 probleme.

PROBLEME LXXIX.

Estant donnez trois termes, desquels la premiere postposée quantité de simple nom point multipliée ou divisée, le second de positives quantitez quelconques, le troisiesme, de postposées quantitez quelconques, mais de la mesme progression que celle du premier terme: Trouver leur quatriesme terme proportionel, en positives quantitez.

Explication du donné. Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 4 *sec.* (1), le second 8 (3) — 4 (1), le troisiesme 1 *sec.* (1). *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* Parce que le troisiesme terme est le quart du premier, on prendra aussi le quart du second, c'est à dire qu'on divisera le second terme par 4 (des 4 *sec.* (1),) donne quotient pour le quatriesme terme proportionel requis 2 (3) — 1 (1).

COROL. Il est manifeste par la precedente construction, que encore que le premier & troisiesme terme fussent multinomies quelconques, mais que le quotient de la division du premier terme par le troisiesme, fust nombre Arithmetique ou radical, qu'on en pourra trouver le quatriesme terme proportionel. *Demonstration.* Mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

4 *sec.* ①. 8 ③ — 4 ①. 1 *sec.* ①. 2 ③ — 1 ①.
8 ③ — 4 ①. 8 ③ — 4 ①. 2 ③ — 1 ①. 2 ③ — 1 ①.

Et appert, que 2 ③ — 1 ① est leur quatriesme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA I. Si la quantité du premier terme eust esté postposée quantité plus haute que *sec.* ①, par exemple 4 *sec.* ②, on convertiroit les mesmes en quantité de l'espece du troisiesme terme donné, prenant sa racine quarrée qui est 2 *sec.* ①, & semblablement la racine quarrée du second terme, qui est √ *bino.* 8 ③ — 4 ①, & seront 2 *sec.* ① egales à √ *bino.* 8 ③ — 4 ①: Puis divisant √ *bino.* 8 ③ — 4 ①, par 2 (des 2 *sec.* ①,) viendra pour la valeur de 1 *sec.* ①, ou pour le quatriesme terme proportionel requis, √ *bi.* 2 ③ — 1 ①.

Et de mesme sorte si 3 *sec.* ② valoient — 6 ② + 9 ①, & qu'on cherchast la valeur de 1 *sec.* ①, on extraira racine de chasque des egales parties, & √ 3) (*sec.* ①, seront egales à √ *bino.* — 6 ② + 9 ①; Puis divisant √ *bino.* — 6 ② + 9 ① par √ 3, viendra (pour valeur de 1 *sec.* ①) √ *bino.* — 2 ② + 3 ①.

NOTA II. Mais si le troisiesme terme fust quelque multinomie de postposees quantitez d'une mesme progression, on trouvera (comme le semblable se faict aux positives quantitez) premierement la valeur de 1 telle, postposée ①, laquelle cognue, le troisiesme terme se trouvera comme nous dirons: Soyent par exemple les trois termes donnez, tels: le premier 4 *sec.* ①, le second 8 ③ — 4 ①, le troisiesme 2 *sec.* ② + 3 *sec.* ①. Or la valeur de 1 *sec.* ①, est comme dessus 2 ③ — 1 ①; Ergo les 3 *sec.* ①, vaudront trois fois autant, qui est 6 ③ — 6 ①, & 1 *sec.* ② vaudra le quarré de 2 ③ — 1 ①, qui est 4 ⑥ — 4 (4) + 1 ②; ergo les 2 *sec.* ②, vaudront deux fois

autant

autant, qui eſt 8 ⑥ — 8 (4) + 2 ②, auſquels ajouſtez les 6 ③ — 3 ①, font pour quatrieſme terme proport. requis 4 ⑥ — 4 (4) + 6 ③ + 2 ② — 3 ①.

NOTA III. Si (par quelque operation algebraique la poſtpoſée quantité ſe rencontraſt avec quelque poſitive, egale à quelques poſitives quantitez, on mettra la poſtpoſée quantité ſeule, par le moien d'egale addition, ou ſoubſtraction de parties egales. Par exemple, ſi le premier terme donné fuſt 3 *ſec.* ① + 9 ②, & le ſecond terme à lui egal 6 ①, on ſoubſtraira de chaſcune partie 9 ②. & reſteront 3 *ſec.* ①, egales à — 9 ② + 6 ①, deſquels on trouvera par la reigle ci deſſus la valeur de 1 *ſec.* ①, qui ſera — 3 ② + 2 ①.

Ceſt avertiſſement ſervira auſſi pour le probleme ſuivant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier poſtpoſée quantité de ſimple nom, &c. ce qu'il falloit faire.

PROBLEME LXXX.

E*ſtant donnez trois termes, deſquels le premier poſitive quantité multipliée ou diviſée par poſtpoſée, le ſecond de poſitives quantitez quelconques, le troiſieſme de poſtpoſées quantitez quelconques, mais de la meſme progreſsion que celle du premier terme: Trouver leur quatrieſme terme proportionel en poſitives quantités.*

Explication du donné. Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier ① M *ſec.* ①, le ſecond 5 ③ — 2 ①, le troiſieſme 1 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

Conſtruction. On diviſera le ſecond terme donné par la 1 ①, de la 1 ① M *ſec.* ① donnée, donne quotient pour le quatrieſme terme proportionel requis, 5 ② — 2.

Demonſtration. Mettons ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ① M *sec.* ①. 5 ③ — 2 ①. 1 *sec.* ①. 5 ② — 2
5 ③ — 2 ①. 5 ③ — 2 ①. 5 ② — 2. 5 ② — 2

Que la valeur de 1 ① M *sec.* ①, sera 5 ③ — 2 ①, est manifeste par ce que 1 ① multiplié, par la valeur de 1 *sec.* ①, qui est 5 ② — 2, monte 5 ③ — 2 ①. Et appert que 5 ② — 2 est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA I.

Il est manifeste par les choses susdictes, que 3 ① M *sec.* ① vallans 36 ②, la 1 *sec.* ① vaudra 12 ①, car divisant 36 ② par les 3 ①, donne quotient 12 ②.

Item 3 ① M *sec.* ②, vallans 6 ② + 3 ①, la 1 *sec.* ② vaudra 2 ① + 1, & la 1 *sec.* ① vaudra sa racine, qui est √ *bino.* 2 ① + 1,

Item 2 ② M *sec.* ③ vallans 6 ④, la 1 *sec.* ③ vaudra 3 ②, & la 1 *sec.* ① vaudra sa racine cubique qui est √ ③ 3 ②. Et ainsi en infini des autres semblables.

Mais si le premier terme se presentast (par exemple) 3 ② M 4 *sec.* ①, c'est à dire 3 ②, multipliées par 4 *sec.* ①, il sera notoire que la requise multiplication n'est poinct faicte; parquoy les multipliant selon le 62 probleme, donnent produict 12 ②. M *sec.* ①, de sorte que le nombre de multitude des postposees quantitez est icy tousiours unité: qui est aussi la raison pourquoy l'on ne descrit point expressement ceste 1 devant la *sec.* ①.

NOTA II. Mais si la positive quantité du premier terme, fust divisée par postposée quantité, alors au lieu ou l'on a cy dessus divisé le second terme, par la positive quantité du premier terme, on divisera icy au contraire la positive quantité du premier terme, par le second terme. Soyent par exemple trois termes donnez tels: le premier 6 ③ *sec.* ①, le deuxiesme 3 ②, le troisiesme 1 *sec.* ①.

*ſec.*①. On diviſera les 6 ③, par 3 ②, donne quotient, & ſolution 2 ①; dont la demonſtration par la valeur des termes eſt telle:

6 ③ D *ſec.* ①.	3 ②.	1. *ſec.* ①.	2 ①.
3 ②.	3 ②.	2 ①.	2 ①.

Mais ſi la poſtpoſée quantité fuſt diviſée par poſitive, on multipliera alors la poſitive du premier terme, par le ſecond terme, & le produict ſera la valeur des poſtpoſées quantitez. Soyent par exemple trois termes donnez tels: le premier 3 *ſec.* ① D ①, le ſecond 6 ①, le troiſieſme 1 *ſec.* ①: On multipliera le ſecond terme 6 ①, par la 1 ① du premier terme; faict 6 ② pour valeur des 3 *ſec.* ①: Mais 3 *ſec.* ① vallans 6 ②, ergo 1 *ſec.* ① (pour quatrieſme proportionel requis) vaudra 2 ②. Dont la demonſtration par la valeur des termes, eſt telle:

3 *ſec.* ① D ①.	6 ①.	1 *ſec.* ①.	2 ②.
6 ①.	6 ①.	2 ②.	2 ②.

Que la valeur de 3 *ſec.* ① D ①, ſoit 6 ①, eſt manifeſte, par ce que 1 *ſec.* ① vallant 2 ②, la 1 *ſec.* ① D ①, vaudra 2 ①, & par conſequent les 3 *ſec.* ① D ①, vaudront 6 ①. Et appert que 2 ② ſont leur quatrieſme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

Et ſemblablement pourrions nous donner autres exemples de quantitez diviſées, comme nous avons faict cy deſſus des multipliées, ne fuſt que ces diviſées fuſſent par icelles multipliées aſſez manifeſtes.

Concluſion. Eſtant doncques donnez trois termes deſquels le premier poſitive quantité multipliée ou diviſée, &c. ce qu'il falloit faire.

DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Puis que le produict cy dessus de 1 ①, multiplié par 1 *sec.* ①, est egal par l'hypothese, à 5 ③ — 2 ①, c'est chose claire, que 1 *sec.* ① sera egal au quotient de la division de 5 ③ — 2 ①, par 1 ①, comme le semblable est vulgaire en computations communes. Par exemple, si le produict de 3 par 2, est egal à 6, ergo le 2 est egal au quotient de la division de 6 par 3.

Et le mesme se demonstre de la positive quantité du premier terme, divisée par postposée. Par exemple: Puis que le quotient de 6 ③, divisées par 1 *sec.* ①, est egal par l'hypothese, a 3 ②, c'est chose claire, que 1 *sec.* ①, sera egale, au quotient de la division de 6 ③, par les 3 ②, comme le semblable est vulgaire, en computations communes. Par exemple, si le quotient de 6 par 3, est egal à 2, ergo 3 est egal au quotient de la division de 6 par 2. Et le mesme se demonstre de la postposée quantité du premier terme divisée par positive quantité. Par exemple: Puis que le quotient de 3 *sec.* ① divisées par 1 ①, sont egales par l'hypothese à 6 ①, c'est chose claire, que 3 *sec.* ①, seront egales au produict de 6 ① par la 1 ①, comme le semblable est vulgaire en computations communes. Par exemple, si le quotient de 6 par 3 est egal à 2, ergo 6 est egal au produict de 2 par 3. donc 3 *sec.* ① D ① vallans 6 ①, les 3 *sec.* ① vaduront 6 ②, & par consequent la 1 *sec.* ① vaudra 2 ②. Laquelle origine il nous falloit declarer.

Nota. Nous avons demonstré au 79 & 80 probleme, l'invention du quatriesme terme, quand il y a un nom aux egaux termes donnez, qui soit postposée

quan-

quantité point multipliée ou point divisée: Puis de multipliée ou divisée. Mais quand il y a multinomie de postposées quantitez, l'invention de la postposée prime, n'est point encore legitimement trouvée: Toutesfois l'on peut en les operations Algebraiques aucunefois venir au requis par quelque cognue proportion, qu'il y a entre les termes donnez, & leur incognu valeur, comme la 23 question du 81 probleme le demonstre. Nous descrirons donc 6 theoremes explicans telles proportions que nous avons colligez du livre de Cardan intitulé *Ars Magna cap.* 10. & formé à nostre maniere: Dont le premier, second, & troisiesme theoreme, seront des trois sortes des comparaisons, qui se rencontrent de 1 (1) M *sec.* (1) à quelques *sec.* (1), & quelques (1). Mais le quatriesme, cincquiesme, & sixiesme theoreme, seront des trois sortes de comparaisons, qui se rencontrent de quelques (1) M *sec.* (1), à quelques *sec.* (1) & 1 (2).

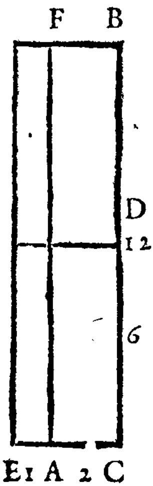
THEOREME I.

Q*Vand* 1 (1) *M* sec. (1) + *quelques* sec. (1), *sont egales à quelques* (1): *Alors comme la valeur de* 1 (1), *à la valeur de* 1 sec. (1), *ainsi la somme de la valeur de* 1 (1), *& le nombre de multitude* sec. (1), *au nombre de multitude de* (1).

Explication du donné. Soyent 1 (1) M *sec.* (1) + 6 *sec.* (1), egales à 3 (1); Et la valeur de 1 (1), soit 12; Et de 1 *sec.* (1) sera necessairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 12 (valeur de 1 (1)) a 2 (valeur de 1 *sec.* (1)) ainsi 18 (la somme de 12 valeur de 1 (1) & 6 nombre de multitude de *sec.* (1)) a 3, nombre de multitude de (1). *Autre demonstration Geometrique.* Soit AB, 1 (1) M *sec.* (1),

con-

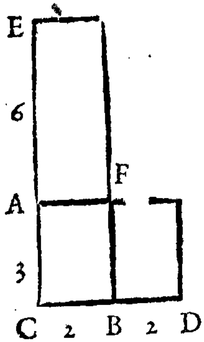
contenu ſoubs C B 1 (1), de laquelle la valeur ſoit 12, & ſoubs C A 1 *ſec.* (1), de laquelle la valeur ſoit 2, deſquels le produict pour A B (comme dict eſt) ſera 1 (1) M *ſec.* (1), qui vaudra 24. Puis ſoit A D 6 *ſec.* (1), contenu ſoubs C A 1 *ſec.* (1), & ſoubs C D 6, deſquels le produict ou valeur eſt 12. Puis ſoit le rectangle E B 3 (1), contenu ſoubs C B 1 (1), & C E 3, & ſoit ledict rectangle E B, egal au rectangle A B avec A D.



Nous avons doncques en ceſte figure les egales quantitez propoſees, à ſçavoir 1 (1) M *ſec.* (1) A B + 6 *ſec.* (1) A D, egales a 3 (1) E B.

Or que la raiſon de C B 12 valeur de 1 (1), à A C 2 valeur de 1 *ſec.* (1), eſt comme de C B 12 valeur de 1 (1) avec C D 6 nombre de multitude de *ſec.* (1), à E C 3 nombre de multitude de (1), eſt par leurs nombres manifeſte : Et pour demonſtrer le meſme geometriquement, il faut ſçavoir, que le rectangle E B, eſt egal au rectangle A B avec A D par l'hypotheſe ; Soubſtrayons doncques d'une & d'autre partie le rectangle A B, ergo reſtera E F egale à A D, doncques par la 16 propoſition du 6 d'Euclide, comme C B à A C, ainſi C D à A E, & par compoſee proportion, comme C B, à A C, ainſi C B avec C D, à A C avec A E qui eſt C E.

NOTA.



NOTA. Quand la valeur de 1 ① sera moindre que le nombre de multitude de *sec.* ①, la figure se representera d'autre forme. Par exemple; Soit 1 ① M *sec.* ① + 4 *sec.* ①, egale à 9 ①, & la valeur de 1 ① soit 2, & de 1 *sec.* ① sera 3. Et la figure (sur laquelle accordera aussi la precedente geometrique demonstration) sera telle:

Et encore seroit ce autre figure, si la valoir de 1 ①, fust egale au nombre des *sec.* ①. Cest avertissement servira aussi aux theoremes suivans. *Conclusion.* Quand doncques 1 ① M *sec.* ① + quelques *sec.* ①, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

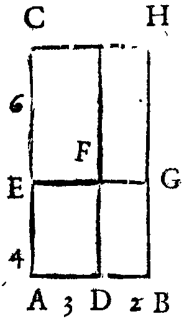
THEOREME II.

QVand 1 ① M sec. ①, *est egale à quelques* sec. ① + *quelques* ①: *Alors comme le nombre de multitude des* sec. ①, *à l'exces de la valeur de* 1 ①, *sur le nombre de multitude de* sec. ①, *ainsi l'exces de la valeur de* 1 sec. ①, *sur le nombre de multitude de* ①, *au nombre de multitude de* ①.

Explication du donné. Soit 1 ① M *sec.* ①, egale à 3 *sec.* ① + 4 ①, & la valeur de 1 ① soit 5, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 10. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 3 (nombre des *sec.* ①) à 2 (exces de 5 valeur de 1 ①, sur 3 nombre de multitude de *sec.* ①.) Ainsi 6 (exces de 10 valeur de 1 *sec.* ①, sur 4 nombre de multitude de ①) à 4, nombre de multitude de ①. *Autre demonstration Geometrique.* Soit A B 1 ① 5, & A C 1 *sec.* ① 10, leur produict C B sera 1 ① M *sec.* ①; Puis soit A D

3, nom-

3, nombre de multitude des *sec* ①, doncques CD sera 3 *sec.* ①. Puis soit menée la ligne EFG, ainsi que ED soit egal à FH, & soit AE 4, nombre de multitude de ①, ergo EB sera 4 ①. Nous avons doncques en ceste figure, les egales quantitez proposées, a sçavoir 1 ① M *sec.* ① en CB, egales à 3 *sec.* ① en CD + 4 ① en EB.



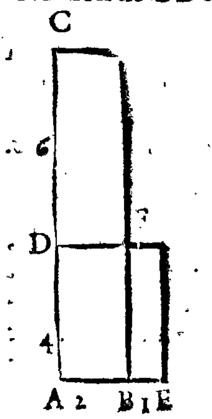
Or que la raison de AD 3 (nombre de multitude de *sec.* ①) à DB 2 (exces de AB 5, valeur de 1 ①, sur AD 3, nombre de multitude de *sec.* ①) est comme de EC 6 (exces de AC 10, valeur de 1 *sec.* ①, sur AE 4, nombre de multitude de ①) à AE 4 (nombre de multitude de ①) est par leurs nombres manifeste. Mais pour demonstrer le mesme geometriquement, il faut sçavoir, que FH est egale à ED, par l'hypothese: Ergo par le 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme AD, à FG, ou à DB, ainsi GH, ou CE, à EA. *Conclusion.* Quand doncques 1 ① M *sec.* ① est egal, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Cardane audict livre *Ars Magna cap.* 10. à la quatriesme demonstration dict ainsi: *Quod si productum, ex re in quantitatem, quantitatibus & rebus comparetur, consurgent duo modi tantum.* le sens est, que de la comparaison de 1 ① M *sec.* ① à quelques *sec.* ①, & quelques ①, procedent seulement deux manieres, à sçavoir celles des deux theoremes precedens: Mais nous y avons aperceu la troisiesme que nous descrirons en ceste sorte:

THEOREME III.

Qvant quelques ſec.Ⓘ, *ſont egales à* 1 Ⓘ M ſec.Ⓘ + *quelques* Ⓘ: *Alors comme l'exces du nombre de multitude des* ſe.Ⓘ, *ſur la valeur de* 1 Ⓘ, *à la valeur de* 1 Ⓘ; *ainſi le nombre de multitude de* Ⓘ, *à la valeur de* 1 ſec. Ⓘ.

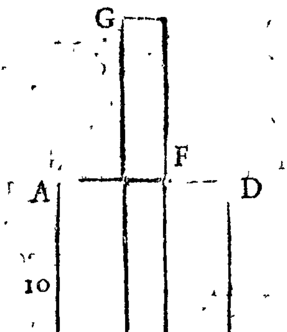
Explication du donné. Soyent 10 *ſec.* Ⓘ, egales à 1 Ⓘ M *ſec.* Ⓘ + 3 Ⓘ; Et la valeur de 1 Ⓘ ſoit 4, & de 1 *ſec.* Ⓘ ſera neceſſairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 6 (exces du nombre de multitude des 10 *ſec.* Ⓘ, ſur la valeur de 1 Ⓘ 4) à 4 (valeur de 1 Ⓘ) ainſi 3 (nombre de multitude des 3 Ⓘ) à 2, valeur de 1 *ſec.* Ⓘ. *Autre demonſtration Geometrique.* Soit A B 1 *ſec.* Ⓘ 2, & A C 10, nombre de multitude de *ſec.* Ⓘ, leur produict ſera C B 10 *ſec.* Ⓘ. Puis ſoit faict le rectangle D E egal à C F, & ſoit D A 1 Ⓘ. de laquelle la valeur 4, & A E, ſoit 3. Nous avons doncques en ceſte figure les egales quantitez propoſees; Car D B eſt 1 Ⓘ M *ſec.* Ⓘ, & D E 3 Ⓘ, leſquelles enſemble ſont egales à C B 10 *ſec.* Ⓘ. Or que la raiſon de C D 6 (exces de A C 10 nombre de multitude de *ſec.* Ⓘ, ſur D A 4, valeur de 1 Ⓘ) à D A 4 (valeur de 1 Ⓘ) eſt comme A E 3 (nombre de multitude de Ⓘ) à A B 2 (valeur de 1 *ſec.* Ⓘ) eſt par leurs nombres manifeſte. Mais pour demonſtrer le meſme geometriquement, faut ſçavoir que C F eſt egale à la D E par l'hypotheſe. Ergo par la 16 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme C D à D A, ainſi A E à D F ou à A B. *Concluſion.* Quand doncques quelque *ſec.* Ⓘ ſont egales à &c, ce qu'il falloit demonſtrer.



THEOREME IV.

QVand 1 ②, est egale à quelques ① M sec. ① + *quelques* sec. ① : *Alors comme la valeur de 1 ①, à la valeur de 1* sec. ①, *ainsi le nombre de multitude de* sec. ①, *à l'exces de la valeur de 1 ①, sur le produict du nombre de multitude des ①, par la valeur de 1* sec. ①. *Item la valeur de 1 ①, est moyen proportionel, entre la valeur de 1* sec. ①, *& la somme du nombre de multitude des* sec. ①, *& la valeur des ①.*

Explication du donné. Soit 1 ② egale à 3 ① M *sec.* ① + 2 *sec.* ①; Et la valeur de 1 ① soit 10, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstrat. Arithmetique.* Comme 10 (valeur de 1 ①) à 2 (valeur de 1 *sec.* ①) Ainsi 20 (nombre de multitude des *sec.* ①) à 4 (exces de 10 valeur de 1 ①, sur 6 produict de 3 nombre de multitude des ①, par 2 valeur de 1 *sec.* ①.) Item 10 (valeur de 1 ①) est moien proportionel entre 2 (valeur de 1 *sec.* ①) & 50 somme de 20 nombre des *sec.* ① & de 30 valeur des 3 ①. *Autre demonstrat. Geometrique.* Soit A B 1 ① 10, & A B C D, sera 1 ②.



Puis soit menée la ligne E F, ainsi que A E soit 3 ① M *sec.* ①. Puis soit descript le rectangle G E, egal au rectangle F C, & soit E H, 1 *sec.* ① 2, & H G 20 : Ergo G E faict 20 *sec.* ①. Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de A B 10 (valeur de 1 ①) à H E 2 (valeur de 1 *sec.* ①) est comme G H 20 (nombre de multitude des

des *sec.* (1)) à E C 4 (exces de C B 10 valeur de 1 (1) sur E B 6) est par leurs nombres manifeste.

Mais pour demonstrer ceci geometriquement, il faut sçavoir, que F C est egal à G E par l'hypothese; Ergo par la 16 proposition du sixiesme livre d'Euclide, comme D C ou A B, à H E, ainsi G H, à E C.

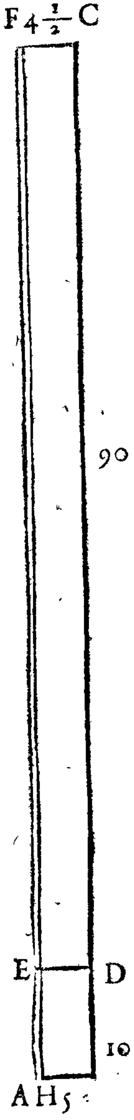
Conclusion. Quand doncques 1 (2) est egale à quelques, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME. V.

Q*Vand* 1 (1) *M* sec. (1), *est egale à quelques* (2) + *quelques* sec. (1): *Alors comme la valeur de* 1 sec. (1), *à la valeur de* 1 (1), *ainsi l'exces de la valeur de* 1 sec. (1), *sur le produict de la valeur de* 1 (1), *par le nombre de multitude des* (2), *au nombre de multitude des* se. (1). *Item la valeur de* 1 (1) *est moyen proportionel, entre le quotient procedant de la division de la valeur de la* sec. (1), *par le nombre de multitude des* (2), *& la reste procedante de la soubstraction du nombre des* sec. (1), *de la valeur de* 1 (1).

Explication du donné. Soit 1 (1) M *sec.* (1) egale a 2 (2) + $4\frac{1}{2}$ *sec.* (1); Et la valeur de 1 (1) soit 5, & de 1 *sec.* (1) sera necessairement 100. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 100 (valeur de 1 *sec.* (1)) à 5 (valeur de 1 (1)) Ainsi 90 (exces de 100 valeur de 1 *sec.* (1), sur 10 produict de 5 valeur de 1 (1), par 2 nombre des (2)) à $4\frac{1}{2}$ (nombre de multitude des *sec.* (1).)

Item 5 (valeur de 1 (1)) est moyen proportionel entre 50 (quotient procedant de la division de 100 valeur de la *sec.* (1), par le nombre des (2)) & $\frac{1}{2}$ (reste procedant de la soubstraction de $4\frac{1}{2}$ nombre de multitude des *sec.* (1) de 5 valeur de 1 (1).) *Autre demonstration Geometrique.* Soit A B 1 (1) 5, & B C 1 *sec.* (1) 10, doncques



A C, est 1 ① M *sec.* ①, la mesme soit egale à 3 ② + $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①. Puis soit la ligne B D, double à la A B (double par ce que le nombre de multitude de ② est 2) Doncques (veu que A B est 1 ①, & B D 2 ①) le rectangle A D, sera 2 ②, & la reste E C sera $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①. Puis soit menée la ligne F H, ainsi que F B soit egale à E C, donc E C sera $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①, à sçavoir F C $4\frac{1}{2}$, par C B 1 *sec.* ①.

Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de B C 100 (valeur de 1 *sec.* ①) à A B 5 (valeur de 1 ①) est comme D C 90 (exces de C B 100 valeur de 1 *sec.* ①, sur D B 10 produict de 5, valeur de A B 1 ①, par 2, nombre des ②) à F C $4\frac{1}{2}$ (nombre de multitude des *sec.* ①) est par leurs nombres manifeste: Mais pour demonstrer le mesme geometriquement, faut sçavoir, que F B est egal à E C, par l'hypothese: Ergo par la 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme B C, à E D, ou A B, ainsi D C, à F C.

Conclusion.

Quand doncques 1 ① M *sec.* ①, est egale à quelques ②, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

THEO-

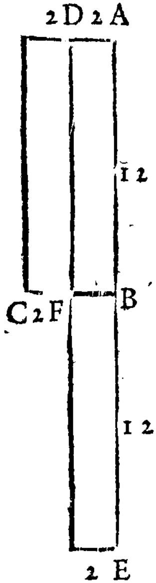
THEOREME VI.

QVand quelques sec. ①, *sont egales à* 1 ① *M* sec. ① + *quelques* ②: *Alors comme le nombre de multitude des* sec. ①, *à la somme de la valeur de* 1 *sec.* ①, *& le produict du nombre de multitude des* ②, *par la valeur de* 1 ①, *ainsi la valeur de* 1 ①, *à la valeur de* 1 sec. ①. *Item la valeur de* 1 ① *est moyen proportionel entre la valeur de* 1 sec. ①, *& le quotient procedant de la division de l'exces du nombre de multitude des* sec. ①, *sur la valeur de* 1 ①, *par le nombre des* ②.

Explication du donné. Soyent 4 *sec.* ① egales à 1 ① M *sec.* ① + 6 ②. Et la valeur de 1 ① soit 2, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 12. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 4 (nombre de *sec.* ①) à 24 (somme de 12 valeur de 1 *sec.* ①, & 12 produict de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) ainsi 2 (valeur de 1 ①) à 12 (valeur de 1 *sec.* ①.)

Item 2 (valeur de 1 ①) est moyen proportionel entre 12 (valeur de 1 *sec.* ①) & $\frac{1}{3}$ (quotient procedant de la division de 2 exces de 4 nombre de multitude des *sec.* ①, sur 2 valeur de 1 ①, par 6 nombre des ②.)

Autre demonstration Geometrique. Soit A B 1 *sec.* ① 12, & B C 4; Doncques C A seront 4 *sec.* ① egales par l'hypothese, à 1 ① M *sec.* ① + 6 ②, les mesmes soyent D E, à sçavoir D A 1 ① 2, parquoy D B 1 ① M *sec.* ①, & B E, sera sextuple à F B 1 ①, c'est à dire que B E sera 6 ①, ergo F E 6 ②.



Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de C B 4 (nombre de multitude des *sec.* ①) à A E 24 (somme de A B 12 valeur de 1 *sec.* ①, & B E 12 produict de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) est comme D A 2 (valeur de 1 ①) à A B 12 (valeur de 1 *sec.* ①) est par leurs nombres manifeste.

Mais pour demonstrer le mesme geometriquement faut sçavoir que C A est egal à D E par l'hypothese: Ergo par la 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme C B, à A E, ainsi D A, à A B. *Conclusion*. Quand doncques quelques *sec.* ① sont egales à &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Estant doncques ainsi achevée la reigle de proportion des quantitez, nous viendrons à leur reigle de faux. Il est bien vray que suivant l'ordre des nombres Arithmetiques & Radicaux precedens, qu'il nous fauldroit premierement descrire la reigle de proportionelle partition des quantitez, qui seroit chose assez facile, mais ne voyant pour le present leur utilité nous la passerons oultre.

Sixies-

Sixiesme distinction, de la reigle des faux des nombres algebraiques, dicte reigle de

ALGEBRE.

PROBLEME LXXXI.

Estant proposé question qui se solve par Algebre: La solver par Algebre.

Or nous sommes venuz au dernier probleme de ce livre, qui est de la tressinguliere & admirable Reigle d'Algebre, l'Inexhauste fontaine d'infiniz Theoremes Arithmetiques, Revelatrice des mysteres cachez en nombres: De laquelle nous avons declaré la methode par similitude, en nombres Arithmetiques, au 16 probleme, nous la demonstrerons maintenant par effect en la chose mesme. Mais avant que nous y venons, il faut encore dire un mot, à sçavoir: Comme il est mestier à l'apprentif, avant qu'il vienne à la reigle de faux des nombres Arithmetiques (que nous avons descript audict 16 probleme) qu'il cognoisse les lettres des cyffres, qu'il scache les quatre generales numerations, & la reigle de trois des nombres Arithmetiques, qui au paravant avoient esté descriptes, sans lequel il commenceroit desordonneement, & à peu de prouffit, à icelle Reigle des faux, parce qu'elles sont matiere & instrumens, par lesquels il faut operer: Tout ainsi est il necessaire, avant que venir à ceste Reigle de Faux, ou Algebre, que l'on cognoisse ses propres characteres, ses quatre numerations generales, Reduction, & Reigle de proportion de ses nombres Algebraiques. Lesquelles sont copieusement descriptes aux precedens, & sans la cognoissance d'icelles, on commencera desordonneement, & à peu d'utilité, parce qu'elles sont aussi matiere & instrumens, necessaires à l'operation d'icelle.

Item comme il n'estoit pas la le lieu, d'enseigner ou repeter la maniere d'Ajouster, Soubstraire, Multiplier, Diviser, &c. des nombres Arithmetiques, Mais cela se faisoit au paravant en son propre lieu: Ainsi ne sera ce pas ici le lieu de repeter en ceste operation la maniere d'Ajouster, Soubstraire, Multiplier, Diviser, Reduire, trouver quatriesme proportionel, des nombres Algebraiques; Car cela confondroit & nostre distinct ordre, & mesme l'apprentif; mais il faut que tout ceci s'apprenne aux precedens; Ce que nous conseillons de faire à ceux qui en requirent facilement parvenir à chef.

QVESTION I.

TRouvons un nombre, qui avec sa moitie, face 18.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①
Sa moitie	$\frac{1}{2}$ ①
Leur somme	$1\frac{1}{2}$ ①
Egale à	18

Puis on mettra une ligne, joignant les nombres algebraiques, & alors leur disposition sera comme cy dessus.

Puis on dira, $1\frac{1}{2}$ ① est egale ou vaut 18, combien 1 ① ? faict par le 67 probl. 12. Doncques 1 ① premier en l'ordre vaut 12, & la $\frac{1}{2}$ ① second en l'ordre vaudra (par le 66 probleme) 6, & la $1\frac{1}{2}$ ① troisiesme en l'ordre vaudra 18; Lesquelles valeurs se mettront chascune joignant sa quantite, & sera alors la disposition des characteres de la construction (lesquelles nous descrirons autre fois en ce-en ceste premiere question pour plus grande evidence) comme ci dessous:

Soit le nombre requis	1 ①	12
Sa moitie	$\frac{1}{2}$ ①	6
Leur somme	$1\frac{1}{2}$ ①	18
Egale à	18	18

Je di que 12 est le nombre requis. *Demonstration.* 12 avec sa moitie 6, faict selon le requis 18; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Semblable sera la methode, en toutes les questions suivantes; à sçavoir apres que (par operation conforme à la petition) on aura trouvé deux quantitez egales, on trouvera par icelles la valeur de 1 ①, par quelque probleme des problemes 67.68.69.70.71.72.73.74.75.76.77.78.79.80. à luy respondant; qui estant cognu, on trouvera par la mesme valeur de 1 ①, la valeur de toutes les quantitez en l'ordre, par le 66 probleme; & l'on aura les nombres requis à la proposition.

L'on peut aussi souventesfois trouver les autres nombres requis par le premier nombre trouvé, sans trouver par le 66 probleme la valeur des quantitez de l'ordre. Par exemple, sçachant cy dessus que le nombre requis est 12, nous pourrions prendre sa moitie, qui est 6, & l'ajouster à 12, faict selon le requis 18: de sorte que par l'une & l'autre maniere l'on vient à la desirée solution; Mais par ce qu'il avient souventesfois, que la raison du nombre premier trouvé est aux autres nombres requis trop obscure, voire aucunefois pas determinée, comme il apparoistra en plusieurs questions du second livre de Diophante, & autres suivants; l'on trouvera alors la valeur des quantitez en l'ordre, comme dessus, par le moyen du 66 probleme.

Item la ou (au commencement de la construction) nous avons posé pour le nombre requis 1 ①: On peut poser nombre algebraique quelconque, & tel qui en l'operation nous semblera le plus commode, selon la qualité de la question. Par exemple, si à cause d'eviter fraction, nous eussions voulu poser pour le nombre requis, 2 ①, sa moitie sera 1 ①, font ensemble 3 ①, egales à 18, & par le 67 probleme 1 ① vaudroit 6: Ergo les proposées 2 ① (par le 66 probleme) vaudroient 12, qui est le mesme, ce que dessus valoit la posée 1 ①, & nous vient la mesme solution.

Prennons autrefois pour nombre requis 4 ②, sa moitie sera 2 ②, font ensemble 6 ② egales à 18, & par le 78 probleme 1 ① vaudra √ 3; Ergo les 4 ② par le 66 probleme vaudront comme dessus 12. Et ainsi d'autres quantitez quelconques.

QUESTION II.

Partons 5 en deux parties telles, que leur produict soit 6.

NOTA.

Nous dirons icy encore une fois pour tout, que les nombres derriere la ligne, sont les nombres de la solution; à sçavoir les valeurs des nombres algebraiques, ausquels ils correspondent, & se mettent apres que la valeur de 1 ① est trouvée.

CONSTRVCTION.

Soit l'une partie	1 ①	3
Et l'autre sera necessairement	— 1 ① + 5	2
Leur produict	— 1 ② + 5 ①	6
Egales à	6	

Lesquels termes reduicts, par la 4 reigle devant le 66 probleme, à sçavoir mettant la superieure quantité seule

&c. 1

&c. 1 ② ſera egale à 5 ① — 6, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 3, ou 2 ſoit 3.

Je di que 3 & 2 ſont les nombres requis. *Demonſtration*. Que 3 & 2 ſont les parties de 5, eſt notoire, & leur produict eſt 6 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION III. QVI ENSEMBLE LES IV^e. V^e. VI^e. QVESTIONS SVIVANTES, ſervent à l'origine des extractions des racines quarrées, des multinomies radicaux du 39 probleme.

Trouvons deux nombres tels, que leurs quarrez facent 7, & que l'un quarré ſoubſtraict de l'autre, reſte 1.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	2
Son quarré pour premier quarré	1 ②	4
Ergo le ſecond quarré (puis qu'avec le premier quarré il doit faire 7) ſera neceſſairement	— 1 ② + 7	3
Sa racine quarrée, pour le ſecond nombre requis.	√ *bino*. — 1 ② + 7	√ 3
Difference des quarrez	2 ② — 7	1
Egale à	1	

Leſquels termes reduicts, 2 ② ſeront egales à 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & √ 3 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration*. Les deux quarrez de 2 & de √ 3, qui ſont 4 & 3, font enſemble 7. Item ſoubſtraict 3 de 4 reſte 1, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. L'on pourroit encore faire ceſte conſtruction ainſi:

Soit

Soit le premier nombre requis	1①	√3
Son quarré pour le premier quarré	1②	3
Ergo le second quarré (puis que du premier il doibt differer en 1) sera + 1 ou — 1, soit	1② + 1	4
Sa racine quarrée pour le second nombre requis	√ *bino.* 1② + 1	2
Somme des quarrez	2② + 1	7
Egale à	7	

Lesquels termes reduicts 2 ② seront egales à 6; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra √ 3. & les deux nombres requis seront comme dessus 2 & √ 3.

QVESTION IV.

TRouvons deux nombres tels, que le double de leur produict soit √ 48, *& la somme de leurs quarrez* 7.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis.	1①	2
Ergo le second nombre (puis qu'il faut que le double du produict du premier & second soit √ 48) sera	$\frac{\sqrt{12}}{1(1)}$	√3
Le quarré du premier nombre est	1②	4
Le quarré du second nombre est	$\frac{12}{1(2)}$	3
La somme des quarrez	$\frac{1(4)+12}{1(2)}$	7
Egale à	7	

Lesquels termes reduicts, 1 ④ sera egale à 7 ② — 12. Et par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & √ 3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 2 & √ 3, est √ 12, son double √ 48; Item la somme des quarrez de 2 & √ 3, est 7, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. L'on pourroit encore faire ceste construction ainsi:

Soit

Soit le premier nombre requis — 1 ① | 2

Son quarré pour le premier quarré — 1 ② | 4

Ergo le second quarré (puis qu'avec le premier quarré il doibt faire 7) sera necessairement — -1 ② $+7$ | 3

Sa racine quarrée pour le second nombre requis — $\sqrt{}$ *bino.* -1 ② $+7$ | $\sqrt{3}$

Produict du premier & second nombre, est $\sqrt{}$ *bino.* -1 ④ $+7$ ②, son double — $\sqrt{}$ *bino.* -4 ④ $+28$ ② | $\sqrt{48}$

Egales à — $\sqrt{48}$

Lesquels termes reduicts 1 ④ sera egale a 7 ② -12.
Et par le 78 probleme, 1 ① vaudra 2, & les deux nombres requis seront comme dessus 2 & $\sqrt{3}$.

QVESTION V.

Trouvons trois nombres tels, que le double du produict du premier & second, soit $-\sqrt{60}$; *Et le double du produict du premier par le troisiesme, soit* $\sqrt{40}$; *Et le double du produict du second par le troisiesme, soit* $-\sqrt{24}$.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis — 1 ① | $\sqrt{5}$

Ergo le second (puis qu'il faut que le double du produict du premier & second soit $-\sqrt{60}$) sera — $-\frac{\sqrt{15}}{1 ①}$ | $-\sqrt{3}$

Et le troisiesme (puis qu'il faut que le double du produict du premier & troisiesme soit $\sqrt{40}$) sera — $\frac{\sqrt{10}}{1 ①}$ | $\sqrt{2}$

Le produict du second $-\frac{\sqrt{15}}{1 (1)}$ & troisiesme $\frac{\sqrt{10}}{1 (1)}$ est — $-\frac{\sqrt{600}}{1 ②}$ | $-\sqrt{24}$

Egal à — $-\sqrt{24}$

Lesquels termes reduicts $-\sqrt{24}$ ② seront egales à $-\sqrt{600}$; Et par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{5}$.

Je di

Je di que $\sqrt{5}$ & $-\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\sqrt{5}$ & $-\sqrt{3}$, est $-\sqrt{15}$, son double $-\sqrt{60}$; Item le produict de $\sqrt{5}$ & $\sqrt{2}$, est $\sqrt{10}$, son double $\sqrt{40}$; Item le produict de $-\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, est $-\sqrt{6}$, son double $-\sqrt{24}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION VI.

Trouvons quatre nombre tels, que le double du produict du premier & second, soit $\sqrt{140}$; *Et du premier & troisiesme* $\sqrt{84}$; *Et du second & troisiesme* $\sqrt{60}$; *Et du premier & quatriesme* $-\sqrt{56}$; *Et du second & quatriesme* $-\sqrt{40}$; *Et du troisiesme & quatriesme* $-\sqrt{24}$.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	$1\,(1)$	$\sqrt{7}$
Ergo le second	$\frac{\sqrt{35}}{1\,(1)}$	$\sqrt{5}$
Ergo le troisiesme	$\frac{\sqrt{21}}{1\,(1)}$	$\sqrt{3}$
Ergo le quatriesme	$-\frac{\sqrt{14}}{1\,(1)}$	$-\sqrt{2}$
Double du produict du second & troisiesme	$\frac{\sqrt{2940}}{1\,(2)}$	$\sqrt{60}$
Double du produict du second & quatriesme	$-\frac{\sqrt{1960}}{1\,(2)}$	$-\sqrt{40}$
Double du produict du troisiesme & quatriesme	$-\frac{\sqrt{1176}}{1\,(2)}$	$-\sqrt{24}$
Somme de ces trois produicts (quand aux autres produicts requis les mesmes se trouvét selon la question) est $\frac{\sqrt{2940}-\sqrt{1960}-\sqrt{1176}}{1\,(2)}$		$\sqrt{60}-\sqrt{40}-\sqrt{24}$
Egale à $\sqrt{60}-\sqrt{40}-\sqrt{24}$		

Lesquels

Lesquels termes reduicts $\sqrt{60}$ X ② + $\sqrt{40}$ X ② — 24 X ② seront egales à $\sqrt{2940} - \sqrt{1960} - \sqrt{1176}$; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra $\sqrt{7}$.

Je di, que $\sqrt{7}$, & $\sqrt{5}$, & $\sqrt{3}$, & $-\sqrt{2}$, sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Le double du produict de $\sqrt{7}$ & $\sqrt{5}$, est $\sqrt{140}$; Et de $\sqrt{7}$ & $\sqrt{3}$, est $\sqrt{84}$; Et de $\sqrt{5}$ & $\sqrt{3}$, est $\sqrt{60}$; Et de $\sqrt{7}$ & $-\sqrt{2}$ est $-\sqrt{56}$; Et de $\sqrt{5}$ & $-\sqrt{2}$ est $-\sqrt{40}$; Et de $\sqrt{3}$ & $-\sqrt{2}$, est $-\sqrt{24}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VII, LAQVELLE ENSEMBLE LES QVESTIONS SVIVANTES jusques à la 18 servent aux origines des constructions des problemes 69. 71. 72. 73. 75. 76. 77.

Trouver deux nombres tels, que leur produict soit 2, & la somme de leurs cubes 40.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\sqrt{}$ ③ *bino.* $20 + \sqrt{392}$
Ergo le second nombre, à fin que le produict du premier & second soit 2 (qui se trouve divisant 2 par 1 ①) sera	$\frac{2}{1 ①}$	$\sqrt{3}\ \frac{8}{20+\sqrt{392}}$
Le cube du premier nombre	1 ③	$20 + \sqrt{392}$
Le cube du second nombre	$\frac{8}{1 ③}$	$\frac{8}{20+\sqrt{392}}$
Somme des cubes 1 ③ +	$\frac{8}{1 ③}$	40
Egale à	40	

Lesquels

Lesquels reduicts 1 ⑥ sera egale à 40 ③ — 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra $\sqrt{}$ 3 *bino.* 20 + $\sqrt{}$ 392.

Je di que $\sqrt{}$ ③ *bino.* 20 + $\sqrt{}$ 392 & $\sqrt{}$ ③ $\frac{8}{20+\sqrt{392}}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Leur produict par le 40 probleme est 2, & la somme de leurs cubes par le 28 probleme est 40, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Ceste question (comme nous avons dict à l'origine du 69 probleme) sert pour declaration de la construction du mesme 69 probleme; Mais il faut sçavoir qu'icelle construction est colligée des nombres procedans de l'invention du valeur de 1 ①, quand 1 ⑥ vaut 40 ③ — 8.

Quant à ce que l'on prent la pour le deuxiesme nombre $\sqrt{}$ ③ *bino.* 20 — $\sqrt{}$ 392, & que nous trouvons icy $\sqrt{}$ ③ $\frac{8}{20+\sqrt{392}}$, il faut sçavoir, que c'est tout le mesme par le 27 probleme. car divisant le numerateur 8 par le nominateur 20 + $\sqrt{}$ 392, &c. Doncques pour eviter fraction, on prent la tousiours le binomie disioinct, respondant au premier conjoinct. Et le semblable s'entendra sur la 8 question suivante.

QVESTION VIII.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit 2, & la difference de leurs cubes 20.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\sqrt{}$ ③ *bino.* $\sqrt{}$ 108 + 10
Ergo le second nombre à fin que le produict du premier & second soit 2 sera	$\frac{2}{1 ①}$	$\sqrt{}$ 3 $\frac{8}{\sqrt{108}+10}$

Le cu-

Le cube du premier nombre	$1③$	$\sqrt{}\,108+10$
Le cube du second nombre	$\frac{8}{1③}$	$\frac{8}{\sqrt{108+10}}$
Difference des cubes est $1③ - \frac{8}{1③}$		
ou bien $-1③+\frac{8}{1③}$, soit $1③-\frac{8}{1③}$		20
Egale à	20	

Lesquels reduicts $1⑥$ sera egale à $20③+8$; Et par le 78 probleme $1①$ vaudra $\sqrt{}③$ *bino.* $\sqrt{}\,108+10$.

Je di que $\sqrt{}③$ *bino.* $\sqrt{}\,108+10$ & $\sqrt{}③ \frac{8}{\sqrt{108+10}}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Leur produict (par le 40 probleme) est 2, & la difference de leurs cubes (par le 29 probleme) est 20, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IX.

TRouvons un nombre cubique, qui avec — 6, face autant comme le costé dudict cube, multiplié par 7.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre cubique	$1③$	27
Auquel ajousté — 6 faict	$1③-6$	21
Egal à $1①$ (costé cubique du premier en l'ordre) multiplié par 7 qui est à	$7①$	21

Lesquels reduicts, $1③$ sera egale a $7①+6$; Et par le 69 probleme $1①$ vaudra 3.

Je di, que 27 est le nombre requis. *Demonstrat.* 27 est le nombre cubique qui avec — 6 faict 21. Aussi faict 21, le costé 3 dudict cube multiplié par 7; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

TRouvons deux nombres tels, que leur produict soit 400, & du cube de l'un, soubstraicts les six quarrez du mesme nombre, la reste soit 400.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	40
Le second doncques sera necessairement	$\frac{400}{1\textcircled{1}}$	10
Son cube	$\frac{64000000}{1\textcircled{3}}$	1000
Duquel soubstraict les six quarrez du second en l'ordre, qui sont	$\frac{960000}{1\textcircled{2}}$	600
Reste	$\frac{-960000\textcircled{1}+64000000}{1\textcircled{3}}$	400
Egal à	400	

Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale a — 2400 ① + 160000, & par la 2 differ. du 69 prob. la 1 ① vaudra 40.

Je di, que 40 & 10, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 40 & 10, est 400, & du cube du 10, qui est 1000, soubstraict 600, pour les six quarrez de 10, reste 400; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XI.

Trouvons deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier par le second + 5, soit 36.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	4
Sa moitie est $\frac{1}{2}$ ①, son quarré $\frac{1}{4}$ ②; ergo le second nombre	$\frac{1}{4}\textcircled{2}$	4
Produict du premier 1 ①, par le second $\frac{1}{4}$ ② + 5 est	$\frac{1}{4}\textcircled{3}+5\textcircled{1}$	36
Egale à	36	

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à — 20 ① + 144; Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 4 sont les deux nombres requis. *Demonstration* Le quarré de la moitie du premier nombre est 4, & est egal au second nombre 4; Item le produict

duict de 4 par 4 + 5 (qui est le premier nombre par le second + 5) est 36, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XII.

Trouvons deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier + 3 par le second + 16, soit 225.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	6
Sa moitie est $\frac{1}{2}$ ①, son quarré $\frac{1}{4}$ ②; Ergo le second nombre	$\frac{1}{4}$ ②	9
Produict du premier 1 ① + 3, par le second $\frac{1}{4}$ ② + 16, est $\frac{1}{4}$ ③ + $\frac{3}{4}$ ② + 16 ① + 48		225
Egales à	225	

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale a — 3 ② — 64 ① + 708; Et par le 71 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 & 9 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le quarré de la moitie du premier nombre 6 est 9, & est egal au second nombre 9; Item le produict du premier 6 + 3, par le second 9 + 16, est 225, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIII.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit 3, & que le produict de l'un nombre par 2, ajousté à la potence de quatre quantité dudict un nombre, la somme soit aussi 3.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	3
Ergo le second nombre sera	$\frac{3}{1 ①}$	1
Qui multiplié par 2 faict	$\frac{6}{1 ①}$	3

Le

Le mesme ajousté à la potence de quarte quantité du second nombre second en l'ordre, qui est	$\frac{81}{1(3)}$	1
Faict	$\frac{6(3)+0\,1}{1(4)}$	3
Egales à	3	

Lesquels reduicts, 1 ④ sera egale à 2 ③ + 27; Et par le 74 probleme, 1 ① vaudra 3.

Je di, que 3 & 1 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 3 & 1, est 3; Et le produict de 1 par 2 est 2, qui ajousté à la potence de quarte quantite dudict 1, la somme est aussi 3; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIV.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit 27, & de la potence de quarte quantité de l'un, soubstraicts ses deux cubes, la reste soit aussi 27.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	9
Ergo le second nombre sera	$\frac{27}{1(1)}$	3
Sa potence de quarte quantité	$\frac{531441}{1(3)}$	81
De laquelle soubstraicts les deux cubes du second nõbre second en l'ordre, qui sont	$\frac{39766}{1③}$	54
Reste	$\frac{-39366①+531441}{1(4)}$	27
Egales à	27	

Lesquels reduicts, 1 ④ sera egale à − 1458 ① + 19683; Et par le 72 probleme 1 ① vaudra 9.

Je di, que 9 & 3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 9 & 3 est 27; Puis de la potence de quarte quantité de 3 qui est 81, soubstraicts les deux cubes dudict 3, qui sont 54, la reste est aussi 27, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

QVESTION XV.

TRouvons un — ⓪, qui appliqué à 1 — 3, & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication de quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict adjousté 3 $\frac{1}{5}$: qu'alors le quarré de la moitie du quatriesme, soit egal au produict du troisiesme par le cincquiesme.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	— 1 ①	— 2
Qui appliqué a 1 — 3 faict 1 — 3 — 1 ①. multiplions les par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques en ceste sorte:		

			1		— 3	— 1 ①
			1		— 3	— 1 ①
			— 1 ①.		+ 3 ①.	+ 1 ②
	— 3.		+ 9.		+ 3 ①.	
1.	— 3.		— 1 ①.			
1.	— 3.		— 2 ① + 9.		+ 6 ①.	+ 1 ②

Doncques le troisiesme nombre du produict est	— 2 ① + 9	5
Et le quatriesme	6 ①	12
Et le dernier est 1 ②, auquel selon la question ajousté 3 $\frac{1}{5}$ le dernier sera	1 ② + 3 $\frac{1}{5}$	7 $\frac{1}{5}$
Reste maintenant que le quarré de 3 ① (moitie du quatriesme) qui est	9 ②	36
Soit egal au produict du troisiesme, par le dernier, qui est — 2 ③ + 9 ② — 6 $\frac{2}{5}$ ① + 28 $\frac{4}{5}$		36

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à — 3 $\frac{1}{5}$ ① + 14 $\frac{2}{5}$; Et

$\frac{2}{5}$; Et 1 ① par le 69 probleme vaudra 2, & par consequent la posée — 1 ① vaudra — 2.

Je di, que — 2 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant 1 — 3 — 2, par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication algebraique, le produict sera 1 — 6 + 5 + 12 + 4; Doncques le troisiesme nombre du produict, est 5, & le quatriesme 12, & le dernier 4: auquel dernier adjousté 3 $\frac{1}{5}$, fera 7 $\frac{1}{5}$, qui multiplié par le troisiesme 5, faict 36 egal au quarré de 6, moitie du quatriesme, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVI.

TRouvons un — ⓞ tel, que son quarré + 3 $\frac{1}{5}$, multiplié par la somme du double d'iceluy — ⓞ, & le quarré de — 3, le produict soit egal au quarré du produict de — 3, par iceluy — ⓞ requis.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	— 1 ①	— 2
Son quarré est 1 ②, auquel adjousté 3 $\frac{1}{5}$ faict	1 ② + 3 $\frac{1}{5}$	7 $\frac{1}{5}$
Qui multiplié par la somme du double du nombre requis, & le quarré de — 3 qui est par — 2 ① + 9, faict		
	— 2 ③ + 9 ② — 6 $\frac{2}{5}$ ① + 28 $\frac{4}{5}$	36
Egal au quarré du produict de — 3 par — 1 ① premier en l'ordre, qui est à	9 ②	36

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à — 3 $\frac{1}{5}$ ① + 28 $\frac{4}{5}$;
Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que — 2 est le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré de — 2 est 4, auquel adjousté 3 $\frac{1}{5}$, faict 7 $\frac{1}{5}$, qui multiplié par 5 (5 pour la somme du double de — 2

& le

& le quarré de — 3) faict 36, qui sont egales au quarré du produict de — 3 par iceluy — 2; selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVII.

Trouvons un ⓪, qui appliqué à 1 — 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict adjousté — 32, & au quatriesme nombre du produict adjousté 8: Qu'alors le quarré de la moitie du quatriesme, soit egal au produict du troisiesme par le dernier.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	6
Qui appliqué a 1 — 2, faict 1 — 2 + 1 ①, qui multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques comme nous les avons multiplie à la 15 question, donnent produict 1. — 4. 2 ① + 4. — 4 ①. 1 ②.		
doncques le troisiesme nombre est	2 ① + 4	16
Et le quatriesme — 4 ①, auquel ajouste 8 fera	— 4 ① + 8	— 16
Et le dernier est 1 ②, à laquelle ajousté — 32 fera	1 ② — 32	4
Reste maintenant que le quarré de — 2 + 4 (moitie du quatriesme) qui est	4 ② — 16 ① + 16	64
Soit egal au produict du troisiesme nombre, par le dernier, qui est	2 ③ + 4 ② — 64 ① — 128	64

Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale à 24 ① + 72, Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant

tipliant 1 — 2 + 6 par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication algebraique, le produict sera 1 — 4 + 16 -- 24 + 36. Doncques le troisiesme nombre du produict est 16, le quatriesme — 24, le dernier 36, puis au dernier ajousté — 32, & au quatriesme 8, alors sera le troisiesme 16, le quatriesme — 16, & le dernier 4; Et le quarré de — 8, moitie du quatriesme, est 64, & est egal au produict du troisiesme 16, par le dernier 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVIII.

TRouvons un (0) tel, que son quarré — 32 multiplié par la somme du double d'iceluy (0), & le quarré de — 2, le produict soit egal au quarré de la moitie de la somme de 8 & du produict d'iceluy (0) par — 2.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 (1)	6
Son quarre 1 (2), auquel ajousté — 32 faict	1 (2) — 32	4
Qui multiplié par la somme du double du nombre requis, & le quarre de — 2, qui est par 2 (1) + 4, faict	2 (3) + 4 (2) — 64 (1) — 128	64
Egal au quarré de la moitie de la somme de 8, & du double du produict de 1 (1) premier en l'ordre, par — 2. c'est à dire, egal au quarré de — 2 (1) + 4 qui est	4 (2) — 16 (1) + 16	64

Lesquels reduicts 1 (3) sera egale à 24 (1) + 72; Et par le 69 probleme 1 (1) vaudra 6.

Je di, que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré de 6 est 36, qui avec — 32 font 4, qui multiplié par 16 (16 pour la somme du double d'iceluy 6 avec le quarre de — 2) faict 64, qui sont egales au quarré de la moitie de la de la somme de 8, & du double du produict dudict 6 par — 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIX.

TRouvous un ①, qui appliqué à 1 — 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict adjousté — 12, & au troisiesme nombre du produict ajousté 4: Qu'alors le quarré de la moitie du quatriesme, soit egal au produict du troisiesme par le dernier.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	
Laquelle appliquée a 1 — 2 faict 1 — 2 + 1 ①, qui multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, comme nous les avons multiplié à la 11 question, donnent produict:		
1. — 4. 2 ① + 4. — 4 ①. 1 ②.		
Doncques le dernier nombre est 1 ②, à laquelle ajousté — 12 faict	1 ② + 12	4
Et le quatriesme est	— 4 ①	— 16
Et le troisiesme est 2 ① + 4, auquel ajousté 4, faict	2 ① + 8	16
Reste maintenant que le quarré de — 2 ① (moitie du quatriesme) qui est	4 ②	64
Soit egal au produict du troisiesme 2 ① + 8, par le dernier 1 ② — 12, qui est à	2 ③ + 8 ② — 24 ① — 96	64

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à — 2 ② + 12 ① + 48; Et 1 ① par le 71 probleme vaudra 4.

 Je di

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant 1 — 2 + 4 par eux meſmes diſtinctement ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera 1 — 4 + 12 — 16 + 16: Doncques le dernier nombre du produict eſt 16, & le quatrieſme — 16, & le troiſieſme 12: puis au dernier ajouſté — 12, & au troiſieſme 4, alors ſera le dernier 4, le quatrieſme — 16, & le troiſieſme 16, & le quarré de — 8, moitie du quatrieſme, eſt 64, & eſt egal au produict du troiſieſme 16, par le dernier 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XX.

TRouvons un ⓪ tel, que ſon quarré — 12 multiplié par la ſomme du double d'icelui ⓪, & le quarré de — 2 & 4, le produict ſoit egal au quarré du produict de — 2 par icelui ⓪ requis.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	4
Son quarré 1 ②, auquel ajouſté — 12 faict	1 ② — 12	4
Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de — 2 & 4, qui eſt par 2 ① + 8, faict	2 ③ + 8 ② — 24 ① — 96	64
Egal au quarré du produict de — 2, par 1 ① premier en l'ordre, qui eſt à	4 ②	

Leſquels reduicts, 1 ② ſera egale à — 2 ② + 12 ① + 48; Et 1 ① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de 4 eſt 16, qui avec — 12 faict 4, qui multiplié par 16 (16 pour la ſomme du double d'iceluy 4, & le quarré de — 2 & encore 4) faict 64, qui ſont egales au quarré du produict de — 2, par le 4 trouvé, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

QVESTION XXI.

TRouvons un ⊙ qui appliqué à 1 + 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict ajouste 33, & au quatriesme 40, & au troisiesme 4. Qu'alors le quarré de la moitie du quatriesme, soit egal au produict du troisiesme, par le dernier.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	4
Qui appliqué à 1 + 2, faict 1 + 2 + 1 ①, qui multipliez par eux mesmes distinctement, selon la maniere de multiplication des qnantitez algebraiques, comme nous les avons multiplie à la 11 question, donnent produict		
1. 4. 2 ① + 4. 4 ①. 1 ②.		
Doncques le dernier nombre est 1 ②, auquel ajousté 33, faict	1 ② + 33	49
Et le quatriesme nombre 4 ①, auquel ajousté 40, faict	4 ① + 40	56
Et le troisiesme nombre 2 ① + 4, auquel ajousté 4, faict	2 ① + 8	16
Reste maintenant que le quarré de 2 ① + 20 (moitie du quatriesme) qui est	4 ② + 80 ① + 400	784
Soit egal au produict du troisiesme 2 ① + 8, par le dernier 1 ② + 33, qui est	— 2 ③ + 8 ② + 66 ① + 264	784

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à — 2 ② + 7 ① + 68;
Et 1 ① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di

Je di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant 1 + 2 + 4 par eux mesmes distinctement selon la maniere de multiplication algebraique, le produict sera 1. 4. 12. 16. 16. Doncques le dernier nombre du produict est 16, auquel adjousté 33, faict 49; Et le quatriesme nombre du produict est aussi 16, auquel adjousté 40, faict 56; Et le troisiesme nombre est 12, auquel adjousté 4, faict 16.

Or le quarré de la moitie du quatriesme 56, est 784, egal au produict du troisiesme 16, par le dernier 49, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXII.

Trouvons un ◎ tel, que son quarré + 33 multiplié par la somme du double d'icelui ◎, & le quarré de 2, & encore 4, le produict soit egal au quarré de la moitie de la somme de 40, & du double du produict de 2 par icelui ◎.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	4
Son quarré 1 ②, auquel ajousté 33 faict	1 ② + 33	49
Qui multiplié par la somme du double du nombre requis & le quarré de 2 & encore 4, qui est par 2 ① + 8, faict	2 ③ + 8 ② + 66 ① + 264	784
Egal au quarré de 2 ① + 20 (pour la moitie de la somme de 40, & du double du produict de 2 par 1 ① premier en l'ordre) qui est	4 ② + 80 ① + 400	784

Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale à 2 ② + 7 ① + 68; Et 1 ① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 est le nombre requis. *Demonstration.* Le quarre de 4 est 16, qui avec 33 faict 49, qui multiplié par 16 (pour la somme du double de 4, & le quarré

de 2,

de 2, & encore 4) faict 784, qui sont egales au quarré de 28 (qui est la moitie de somme de 40, & du double du produict de 2 par 4) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Les exemples suivans seront ceux la, ausquels se recontrent postposees quantitez: Mais il faut sçavoir que toute operation qui se faict par icelles, se peult aussi faire par positives; mais parce que la raison des nombres requis est aucunefois fort obscure, de sorte que pour l'absolver par positives quantitez, l'on auroit mestier de quelques theoremes, ou autres inductions, lesquelles souventesfois ne nous viennent à la memoire, pourtant on les despesche pour le plus commode, par les postposees. Nous donnerons doncques deux exemples de postposees quantitez point multipliees ou divisees; Puis un de postposée quantite multipliée; Et puis un autre de divisée; Et au dernier un autre par lequel sera demonstré l'usage des 6 theoremes suivans au precedent 80 probleme.

QVESTION XXIII.

T*Rouvons deux nombres desquels la difference soit 3 & leur produict* 10.

NOTA. Pour declarer ce qui est generalement requis es operations des postposees quantitez, il faut sçavoir, qu'apres qu'il y a posees quelques postposees quantitez, il faut operer par les mesmes, selõ la question, comme l'on a faict ci devant par les positives: mais estant venu à l'egalete, on ne trouvera pas par icelle la valeur de 1 ①, comme l'on a faict dessus, mais on trouvera la valeur des postposees en positives, par les 79 & 80 problemes. puis on commencera autre operation semblable à la premiere, mais entierement de positives

quan-

quantitez, comme les exemples le declareront plus amplement.

Constrvction.

Soit le premier nombre requis 1①
Et soit le second nombre 1 *sec.* ①
Leur difference 1① — 1 *sec.* ①
Egale à 3

Lesquels reduicts (mettant la 1 *sec.* ① seule) 1 *sec.* ① sera egale ou vaudra 1① + 3.

Or ayant trouvé que la 1 *sec.* ① ci dessus posée second en l'ordre vaut (en quantitez de la mesme progression qu'est la positive 1①) 3①—1, on recommencera l'operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis 1① | 5
Et soit le second nombre (car autant est trouvé valoir la 1 *sec.* ① premierement en la premiere operation posée) 1①—3 | 2
Leur difference selon le requis est 3, reste que leur produict soit 10; mais il est 1②—3① | 10
Le mesme doncques est egal à 10

Lesquels reduicts, 1② sera egale à 3①+10; Et par le 68 probleme 1① vaudra 5.

Je di, que 5 & 2 sont les nombres requis. *Demonstration.* La difference de 5 & 2 est 3. Item le produict de 5 & 2 est 10, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Qvestion XXIV.

T*Rouvons quatre nombres tels, que la somme du premier second & troisiesme soit* 10, *& du second troisiesme & quatriesme* 14, *& du troisiesme quatriesme & premier* 13, *& du quatriesme premier & second* 11.

Con-

CONSTRVCTION.

Soit le quatriesme nombre requis, & 1 ① le premier 1 *sec.* ①, & le second 1 *ter.* ①, & le troisiesme 1 *quart.* ①; Doncques la somme du quatriesme nombre avec les trois autres est 1 ① + 10
Et du premier nombre avec les 3 autres, est 1 *sec.* ① + 14
Et du second nombre avec les 3 autres, est 1 *ter.* ① + 13
Et du troisiesme nombre avec les trois autres, est 1 *quar.* ① + 11

Lesquels quatre sommes sont entre eux egales; ergo 1 *sec.* ① + 14, est egale à 1 ① + 10, soubstrayons doncques, de chasque partie 14, & demeurera 1 *sec.* ① egale ou vallant 1 ① — 4
Et pour semblable raison, la 1 *ter.* ① vaudra 1 ① — 3
Et la 1 *quart.* ① vaudra 1 ① — 1

Or ayant des postposees quantitez trouvé leur valeur en positives, nous commencerons par les mesmes autres operations semblables à la precedente, en ceste sorte:

Soit le quatriesme nombre autrefois	1 ①	6
Et le premier, (au lieu de 1 *sec.* ① que nous posames premierement) sera	1 ① — 4	2
Et le second (au lieu de 1 *ter.* ① que nous posames au commencement) sera	1 ① — 3	3
Et le troisiesme (au lieu de 1 *quart.* ① que nous posames au commencement) sera	1 ① — 1	5
Leur somme	4 ① — 8	16
Egale au quatriesme, & les trois autres	1 ① + 10	16

Lesquels reduicts 3 ① seront egales à 18; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Je di, que 2. 3. 5. 6. sont les quatre nombres requis.

Demon-

Demonstration. La somme de 2.3.5. est 10, & de 3.5.6. est 14, & de 5.6.2. est 13, & de 6.2.3. est 11, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXV.

TRouvons deux nombres tels, que le triple de leur produict avec le quadruple du majeur, soit egal au double du quarré du majeur, & que les quarrez de deux nombres facent 29.

CONSTRVCTION.

Soit le majeur nombre requis	1 (1)
Et le moindre	1 *sec.* (1)
Le triple de leur produict	3 (1) M *sec.* (1)
Auquel ajousté le quadruple du majeur qui est 4 (1), faict	3 (1) M *sec.* (1) + 4 (1)
Egal au double du quarré du majeur nombre qui est à	2 (2)

Lesquels reduicts 3 (1) M *sec.* (1), seront egales à 2 (2) − 4 (1), & par le 80 probl. 1 *sec.* (1) vaudra $\frac{2}{3}$ (1) − $\frac{4}{3}$.

Or ayant trouvé que 1 *sec.* (1) cy dessus posée second en l'ordre vaut (en quantitez de la mesme progression qu'est la premiere posée 1 (1)) $\frac{2}{3}$ (1) − $\frac{4}{3}$, on recommencera l'operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le maieur nombre requis	1 (1)	5
Et le moindre	$\frac{2}{3}$ (1) − $\frac{4}{3}$	2
Le triple de leur produict	2 (2) − 4 (1)	30
Auquel ajousté le quadruple du maieur, qui est 4 (1), la somme (egale au double du quarré du maieur nombre selon le requis) sera	2 (2)	50
Reste maintenant que les quarrez des deux nombres facent 29, mais le quarré du		

maieur

majeur nombre eſt 1 ②, & du moindre
nombre eſt $\frac{4}{9}$ ② — $\frac{16}{9}$ ① + $\frac{16}{9}$, qui font
enſemble 1 $\frac{4}{9}$ ② — $\frac{16}{9}$, ① + $\frac{16}{9}$ | 29
Egales à 29

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à $\frac{16}{13}$ ① + 18 $\frac{11}{13}$. Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 5.

Je di que 5 & 2 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le triple du produict de 5 & 2, eſt 30, au meſme ajouſté le quadruple du majeur 5, faict 50, qui eſt egale au double du quarré du majeur. Item le quarré de 5, eſt 25, auquel ajouſté le quarré de 2, faict 29, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXVI.

TRouvons deux nombres tels, que le quotient de la diviſion du majeur par le moindre, ſoit egal au triple du quarré du moindre, avec le quadruple du moindre, & que le quarré du moindre, avec le double du majeur ſoit 84.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis 1 ①
Et le majeur 1 *ſec.* ①
Le quotient du majeur par le moindre eſt 1 *ſec.* ① D ①
Egal au triple du quarré du moindre, qui eſt 3 ②,
avec le quadruple du moindre qui eſt 4 ①,
font enſemble 3 ② + 4 ①
Mais eſtant 1 *ſec.* ① D ① egale à 3 ② + 4 ①, alors par le 80 probleme, 1 *ſec.* ① vaut 3 ③ + 4 ②.

Or ajant trouvé que 1 *ſec.* ①, ci deſſus poſée ſecond en l'ordre, vaut (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la premiere poſée 1 ①) 3 ③ + 4 ②, nous recommencerons l'operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le moindre nombre requis	1 ①	2
Et le maieur	3 ③ + 4 ②	40
Le quotient du maieur par le moindre (egal au triple du quarré du moindre, avec le quadruple du moindre selon le requis) est	3 ② + 4 ①	20
Reste maintenant que le quarré du moindre, avec le double du maieur, facent 84; Mais le quarré du moindre est 1 ②, & le double du maieur est 6 ③ + 8 ②, qui font ensemble	6 ③ + 9 ②	84
Egales à	84	

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à $-$ 1 $\frac{1}{2}$ ② + 14

Et par le 70 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 40 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le quotient de la division du maieur 40, par le moindre 2, est 20, le mesme est egal au triple du quarré de 2, qui est 12, avec le quadruple de 2. Item le quarré de 2, qui est 4, avec le double de 40 faict 84, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVII. ET EST LA QVATRIESME QVESTION DE CARdane chap. 10. livre 10. seulement changez les nombres.

Partons 26 en trois parties continues proportionelles, ainsi que le quarré de la moienne, soit egal à la somme du double du produict de la moienne par la moindre, & le sextuple de la moindre.

CONSTRVCTION.

Soit la moienne partie requise	1 ①
Et la moindre	1 *sec.* ①
Le quarré de la moienne	1 ②

Est

Est egal au double du produict de la moienne, par la moindre 2 ① M *sec.* ① avec le sextuple de la moindre partie, qui est 6 *sec.* ①, font ensemble 2 ① M *sec.* ① + 6 *sec.* ①

Or si nous sçavions le moyen de trouver la valeur en positives quantitez de 1 *sec.* ① quand il y a quelque autre postposee quantité à la quantité multipliee, comme ici nous la pourrions trouver & proceder comme devant; ce qui n'estant pas ainsi, nous nous aiderons des theoremes derriere le 80 probleme comme s'ensuit:

Estant 1 ② egale à 2 ① M *sec.* ① + 6 *sec.* ①; Alors (par le 4 theoreme derriere ledict 80 probleme) la valeur de 1 ① est moienne proportionel, entre la valeur de 1 *sec.* ①, & la somme du nombre de multitude des *sec.* ① & la valeur des ①: Ergo la valeur de 1 ① est ici moyen proportionel, entre la valeur de 1 *sec.* ①, & la valeur de 2 ① + 6, doncques les trois valeurs de 1 *sec.* ①, & 1 ①, & 2 ① + 6, sont en continue proportion. Mais la moindre & moyenne partie requise sont par l'hypothese 1 *sec.* ①, & 1 ①, ergo la troisiesme & majeure partie sera 2 ① + 6

Or la somme de ces trois parties requises est 26 par l'hypothese; des mesmes soubstraict la moyenne 1 ①, & la majeure 2 ① + 6, reste pour la moindre partie (qui est pour la valeur de 1 *sec.* ① en positives quantitez) — 3 ① + 20

Aiant doncques par tel moyen trouvé que 1 *sec.* ① cy dessus posee second en l'ordre vault (en quantitez de la mesme progression qu'est la premiere posee 1 ①) — 3 ① + 20, & que la maieure partie sera 2 ① + 6, nous recommencerons par les mesmes l'operation comme s'ensuit:

Soit la moindre partie requiſe	−3 ① + 20	2
Et la moienne	1 ①	6
Et la maieure	2 ① + 6	8
Le quarré de la moienne	1 ②	36
Eſt egal au produict des extremes (car ils ſont en continue proportion par l'hypotheſe) à ſçavoir au produict de − 3 ① + 20, par 2 ① + 6, qui eſt − 6 ② + 22 ① + 120		36

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à $3\frac{1}{7}$ ① + $17\frac{1}{7}$;

Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di que 2. 6. 18. ſont les trois nombres requis.

Demonſtration.

La ſomme de 2. 6. 18. eſt 26, ce ſont doncques les trois parties de 26. Elles ſont auſſi continues proportionelles, car comme 2 a 6, ainſi 6 a 18. Item le quarré de la moienne 6, qui eſt 36, eſt egal à la ſomme de 24 & 12, à ſçavoir le double du produict de la moienne, par la moindre 2, qui eſt 24, & le ſextuple de la moindre 2, qui eſt 12, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

LES

LES SIX PREMIERS LIVRES D'ALGEBRE

DE

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE.

Dont les quatres premiers sont traduicts en langue Françoise: & expliquez par SIMON STEVIN de Bruges. *Et les deux derniers par* ALBERT GIRARD, Samielois.

PREFACE DE STEVIN.

IL est vray, que nous avons descript cy devant, plusieurs exemples d'Algebre, qui pourroyent suffire à leur probleme, d'autant plus que bonne partie d'iceux contiennent double utilité; Au premier qu'ils declarent le style & la maniere requise en operation Algebraique; Au second qu'ils servent aux origines des constructions des precedens problemes, demonstrans ainsi les causes des choses: neantmoins voulans en tout plus abondamment satisfaire, & donner plus de contentement aux singuliers esprits, qui se pourroyent complaindre de la petite quantité de subtiles questions, il m'a semblé bon de conjoindre à ce 81 probleme, comme pour exemples du mesme, les quatre premiers livres de Diophante, tant pour leurs tressubtiles & habiles operations, comme aussi qu'ils n'ont encores esté divulgez, que je sçache, en langue Françoise.

Or

Or Diophante environ le commencement de ſon premier livre, ſe dict comprendre ſon Arithmetique en 13 livres, leſquels aucuns affirment tous exiſter: Et entre autres Jehan de Regiomonte ſe dict les avoir veu à la Vaticane Bibliotheque de Rome; mais les ſix premiers ſont pour le preſent ſeulement venuz en lumiere, transferez de langue Greque en Latine, par Guillaume Xylandre, & par le meſme diligemment expliquez. Sur les deux premiers a commenté Maxime Planude. Suide & autres diſent, que Hypatheia femme philoſophe & Royne d'Alexandrie en a auſſi treſdoctement commentée, mais ſes œuvres ne ſont point encore divulgées.

Or deſdicts ſix livres, nous convertirons ſeulement le Premier, Second, Troiſieſme, & Quatrieſme, laiſſant le Cincquieſme, & Sixieſme, pour empeſchement d'autres occupations plus neceſſaires. Quant au texte de Diophante, nous ne nous obligerons pas tant à la lettre, qu'au ſens d'iceluy, & ce pour deux raiſons:

Premierement que l'exemplaire Grecq duquel Xylandre l'avoit translaté, a esté (par le souvent rescrire, comme il semble) si rempli de vices (dont Xylandre s'en complaint souventesfois) que le texte de Diophante, ne se pourroit expliquer de mot à mot: Au second que nous avons voulu diriger les mesmes questions, en forme & disposition comme les precedentes. Quant aux nombres proposez du premier livre (qui est de questions n'ayans qu'une solution) nous les avons changé, & mis en leurs lieux des moindres: Des autres livres dont les questions ont solutions en multitude infinie, nous avons prins les mesmes nombres.

PREMIER LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

Preface de Diophante.

APERCEVANT, trescher Dionyse, que vous esties desireux d'entendre l'explication des questions qui se proposent en nombres, me suis adonné de vous preparer la raison & moyen d'y parvenir, voire par les fondemens mesmes, sur lesquels la chose est entierement apuyée, prenant pour commencement la description de la nature & force des nombres: laquelle chose combien d'aventure elle semble tresdifficile (estant pour l'heure incognue) par ce que les esprits de ceux qui commencent ne sont pas enclinez à bon espoir de pouvoir comprendre la chose: Toutesfois & vostre courage, & ma demonstration, fera que facilement l'entendrés, car ceux la apprennent vitement, ausquels à l'appetit d'appendre s'applique la doctrine.

STEVIN.

APRES *ladicte Preface Diophante commence aux definitions des nombres, & choses necessaires à la construction des questions: les mesmes nous passons outre, à cause de briefueté: Aussi (comme nous avons dessus dict) que nous userons aux constructions, de noz fondemens qui sont copieusement declarez ci devant; Seulement nous descrirons ici les characteres de Diophante, signifians quantitez algebraiques, à cause que nous les userons en quelques lieux, ou le texte de Diophante sera translaté de mot à mot. Les characteres sont tels:*

Nombre	N	Qui signifient selon nostre maniere:	1
Quarré	Q		2
Cube	C		3
Quarré de quarré	QQ		4
Quarré de cube	QC		6
Cube de cube	CC		9
Vnité	V		

Nous viendrons doncques à la premiere question, de laquelle le sens est tel:

QVESTION I.

P*Artons 7 en deux parties telles, que la majeure excede la moindre en 3.*

CON-

CONSTRVCTION.

Soit le moindre partie requiſe	1 ①	2
Ergo la majeure partie	1 ① + 3	5
Leur ſomme	1 ① + 3	7
Egale à	7	

Leſquels termes reduicts 2 ① ſeront egales à 4; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 5 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2 & 5 eſt 7; ce ſont doncques les parties de 7. Item 5 excede à 2 en 3, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION II.

P*Artons* 8 *en deux parties, qui ſoyent en raiſon triple.*

CONSTRVCTION.

Soit la moindre partie requiſe	1 ①	2
Et la majeure ſera ſon triple	3 ①	6
Leur ſomme	4 ①	8
Egale à	8	

Et par le 76 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 6 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 6 & 2 eſt 8; ce ſont doncques les parties de 8. Item 6 eſt triple à 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION III.

P*Artons* 10 *en deux parties telles, que la majeure ſoit le triple plus* 2 *de la moindre.*

CON-

CONSTRVCTION.

Soit la moindre partie requiſe	1 (1)	2
Ergo la majeure	3 (1) + 2	8
Leur ſomme	4 (1) + 2	10
Egale à	10	

Leſquels reduicts 4 (1) ſeront egales à 8. Et par le 67 probleme, 1 (1) vaudra 2.

Je di que 2 & 8 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2 & 8, eſt 10, ce ſont doncques les parties de 10. Item 8 eſt le triple + 2 de 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION IV.

TRouvons deux nombres en raiſon triple, & que le majeur excede au moindre en 4.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis	1 (1)	2
Ergo le maieur ſon triple	3 (1)	6
Leur difference	2 (1)	4
Egale à	4	

Et par le 67 probleme 1 (1) vaudra 2.

Je di que 2 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le 6 eſt triple à 2, & excede au 2 en 4; ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION V.

PArtons 14 en deux parties telles, que le tiers de la premiere, avec la moitie de la ſeconde, ſoit 6.

CON-

CONSTRVCTION.

Soit le tiers de la premiere partie	1①	2
Ergo la premiere partie	3①	6
Or puis que le tiers de la premiere partie, avec la moitie de la ſeconde, doibt faire 6, ergo la moitie de la ſeconde ſera	— 1① + 6	4
Ergo la ſeconde partie ſon double	— 2① + 12	8
Somme de la premiere & ſeconde partie	1① + 12	14
Egale à	14	

Leſquels reduicts, 1① ſera egale ou vaudra 2.

Je di que 6 & 8 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 6 & 8, eſt 14, ce ſont doncques les parties de 14. Item le tiers de 6, qui eſt 2, avec 4 moitie du 8, faict 6, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VI.

P*Artons 16 en deux parties telles, que la moitie de la premiere, excede au tiers de la ſeconde en 3.*

CONSTRVCTION.

Soit la moitie de la premiere partie requiſe	1①	5
Ergo la premiere partie	2①	10
Et puis qu'il faut que 1① moitie de la premiere partie excede au tiers de la ſeconde en 3, ergo le tiers de la ſeconde partie ſera	1① — 3	2
Ergo la ſeconde partie ſera ſon triple	3① — 9	6
Somme de la premiere & ſeconde partie	5① — 9	16
Egale à	16	

Leſquels reduicts 5① ſeront egales à 25; Et 1① par le 67 probleme, vaudra 5.

Je di que 10 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 10 & 6 eſt 16, ce ſont doncques

ques les parties de 16. Item 5 (moitie de 10) excede à 2 (tiers de 6) en 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VII.

TRouvons un nombre duquel soubstraict 5, & du mesme soubstraict 2, que la majeure reste soit double au moindre reste.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	8
Du mesme soubstraict 5, demeure pour moindre reste	1 ① − 5	3
Et dudict nombre requis soubstraict 2, demeure pour moindre reste	1 ① − 2	6
Egale au double de la moindre reste qui est à	2 ① − 10	6

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 8.

Je di, que 8 est le nombre requis. *Demonstration.* Soubstrayons 5 de 8, reste 3, puis 2 de 8, reste 6, qui est double au 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VIII.

TRouvons un nombre, lequel premierement adjousté à 2, puis à 7, que les deux sommes soyent en raison double.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	3
Le mesme ajousté à 2, faict pour moindre somme	1 ① + 2	5
Et ledict nombre requis ajousté à 7, faict pour maieure somme	1 ① + 7	10
Egale au double de la moindre somme, qui est à	2 ① + 4	10

Les-

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Adjoustons 3 a 2, faict 5; Puis ledict 3 a 7 faict 10, qui est en double raison a 5, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IX.

TRouvons un nombre, qui premierement soubstraict de 5, & puis de 7, que les restes soyent en raison double.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	3
Le mesme soubstraict de 5 demeure pour moindre reste	— 1 ① + 5	2
Et ledict nombre requis soubstraict de 7, demeure pour maieure reste	— 1 ① + 7	4
Egal au double du moindre reste qui est à	— 2 ① + 10	4

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Soubstraict 3 de 5, reste 2; Puis soubstraict ledict 3 de 7, reste 4, qui est double audict 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

TRouvons un nombre, auquel adjousté 3, & le mesme nombre requis soubstraict de 5, que somme à reste aie raison triple.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	3
Auquel adjousté 3, la somme est	1 ① + 3	9
Et soubstraict ledict nombre requis de 5, reste	— 1 ① + 5	2
Son triple	— 3 ① + 15	6
Egal à la susdicte somme	1 ① + 3	6

Lesquels

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 12, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Ajousté 3 a 3, donne sommē 6, puis soubstraict ledict 3 de 5, reste 2, auquel la somme 6, obtient raison triple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XI.

TRouvons un nombre, auquel adjousté 4, & du mesme nombre requis soubstraict 2, que la somme soit triple au reste.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	5
Auquel ajousté 4, la somme est	1 ① + 4	9
Et dudict nombre requis soubstraict 2, reste	1 ① − 2	
Le triple	3 ① − 6	9
Egal à la susdicte somme	1 ① + 4	9

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 10; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 5.

Je di que 5 est le nombre requis. *Demonstration.* Ajousté 4 à 5, donne somme 9, & dudict 5 soubstraict 2, reste 3; auquel la susdicte somme 9, est en raison triple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XII.

PArtons 5 en deux nombres, & puis le mesme 5 en deux autres nombres, tellement que le maieur de la premiere partition, soit le double du moindre de la derniere partition. Et le maieur de la derniere partition, le triple du moindre de la premiere partition.

CON-

CONSTRVCTION.

Soit le maieur nombre de la premiere partition	1 ①	4
Son subdouble pour le moindre nombre de la derniere partition est	$\frac{1}{2}$ ①	2
Mais puis que le moindre nombre de la derniere partition est $\frac{1}{2}$ ①, ergo le maieur nombre de la derniere partition sera	$-\frac{1}{2}$ ① $+ 5$	3
Son subtriple pour le moindre nombre de la premiere partition	$-\frac{1}{6}$ ① $+ \frac{5}{3}$	1
Somme du premier & quatr. en l'ordre	$\frac{5}{6}$ ① $+ \frac{5}{3}$	5
Egale à	5	

Lesquels reduicts $\frac{5}{6}$ ① seront egales à $\frac{10}{3}$; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4.

Je di, que 4 & 1 nombre de la premiere partition, & 3 & 2, nombres de la derniere partition, sont les nombres requis. *Demonstration.* 4 & 1 font 5. Item 3 & 2 font aussi 5, ce sont doncques les parties de 5. Item 4 est le double du 2, & 3 est le triple de 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIII.

PArtons 25 trois fois en deux nombres, ainsi que le maieur nombre de la premiere partition, soit le triple du moindre de la seconde partition; Et que le maieur nombre de la seconde partition, soit le double du moindre de la troisiesme partition; Et que le maieur nombre de la troisiesme partition, soit le quadruple du moindre de la premiere partition.

CONSTRVCTION.

Soit le maieur nombre de la premiere partition	1 ①	21
Ergo le moindre nombre de la seconde partition son subtriple, sera	$\frac{1}{3}$ ①	7
Ergo le maieur nombre de la seconde partition	$-\frac{1}{3}$ ① $+ 25$	18

Ergo le moindre nombre de la troisiesme partition son subdouble $+\frac{1}{6}$ ① $+ 12\frac{1}{2}$ | 9
Et puis que le maieur nombre de la premiere partition est 1 ①, doncques le moindre nombre de la premiere partition sera -1 ① $+25$ | 4
Son quadruple pour le maieur nombre de la troisiesme partition, sera -4 ① $+100$ | 16
Somme du quatriesme & sixiesme en l'ordre $+4\frac{1}{6}$ ① $+112\frac{1}{2}$ | 25
Egales à 25

Lesquels reduicts $4\frac{1}{6}$ ① seront egales à $87\frac{1}{2}$; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 21.

Je di, que 21 & 4, nombres de la premiere partition, & 18 & 7, nombres de la deuxiesme partition, & 16 & 9, nombres de la troisiesme partition, sont les nombres requis. *Demonstration.* La somme de 21 & 4, est 25, & de 18 & 7, est aussi 25, & de 16 & 9, est aussi 25, ce sont doncques les parties de 25. Item 21 est triple au 7, & 18 est double au 9, & 16 est quadruple au 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XIV.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit triple à leur somme.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① | 12
Et le second quelque nombre maieur que le denominateur de la triple raison requise, c'est à dire maieur que 3, soit 4 | 4
Somme du premier & second nombre 1 ① $+4$ | 16
Son triple 3 ① $+12$ | 48
Egal au produict du premier & second nombre 4 ① | 48

Les-

Lesquels reduicts, 1 (1) sera egal ou vaudra 12.

Je di que 12 & 4 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 12 & 4, est 48, qui est triple à 16, somme de 12 & 4; selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XV.

Trouvons deux nombres tels, que du premier soubstraict 15, & les adjoustant au second, que la somme soit double au reste. Item soubstraict du second nombre 25, & les ajoustant au premier, que la somme soit triple au reste.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 (1) + 15	47
Ergo le second nombre (à fin que soubstraict du premier 15, & les ajoustant au second, la somme soit double au reste) sera	2 (1) — 15	49
Duquel soubstraict 25, reste	2 (1) — 40	24
Et ajousté lesdicts 25 au premier nombre, la somme est	1 (1) + 40	72
Qui estant triple au reste troisiesme en l'ordre, doncques le triple du troisiesme en l'ordre, qui est	6 (1) — 120	72
Sera egal au mesme quatriesme en l'ordre	1 (1) + 40	

Lesquels reduicts 5 (1) seront egales à 160; Et par le 67 probleme 1 (1) vaudra 32.

Je di que 47 & 49 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* De 47 soubstraict 15, reste 32, & ajoustant 15 à 49, donne somme 64, qui est double au reste 32. Item de 49 soubstraict 25, reste 24, & ajoustant les 25 au 47, donne somme 72, qui est triple à ladicte reste 24, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVI.

Trouvons trois nombres, deſquels la ſomme du premier & ſecond ſoit 5, & du ſecond & troiſieſme 7, & du troiſieſme & premier 6.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres requis	1 ①	9
Puis ſoubſtraict du meſme le premier & deuxieſme nombre, qui ſont enſemble 5, reſte pour le troiſieſme nombre	1 ① — 5	4
Et par la meſme raiſon trouverons nous le premier	1 ① — 7	2
Et le ſecond nombre	1 ① — 6	3
Somme du premier ſecond & troiſieſme nombre	3 ① — 18	9
Egale au premier en l'ordre qui eſt	1 ①	9

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 18; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 9.

Je di que 2. 3. 4. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2 & 3 eſt 5, & de 3 & 4 eſt 7, & de 4 & 2 eſt 6, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVII.

Trouvons quatre nombres tels, que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme, ſoit 9; Et du ſecond troiſieſme & quatrieſme, 12; Et du troiſieſme quatrieſme & premier, 11; Et du quatrieſme premier & ſecond 10.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des quatre nombres requis	1 ①	14
Puis ſoubſtraict de la meſme la ſomme du premier ſecond & troiſieſme nombre, qui eſt 9,		

reſte

reste pour le quatriesme nombre requis	1 Ⓘ — 9	5
Et pour mesme raison sera le premier nombre	1 Ⓘ — 12	2
Et le second nombre	1 Ⓘ — 11	3
Et le troisiesme nombre	1 Ⓘ — 10	4
Somme du premier second troisiesme & quatriesme nombre	4 Ⓘ — 42	14
Egale au premier en l'ordre qui est	1 Ⓘ	14

Lesquels reduicts, 3 Ⓘ seront egales à 42; Et par le 67 probleme, 1 Ⓘ vaudra 14.

Je di, que 2. 3. 4. 5. sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2.3.4. est 9, & de 3.4.5. est 12, & de 4.5.2. est 11, & de 5.2.3. est 10, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVIII.

TRouvons trois nombres, desquels la somme du premier & second, excede au troisiesme en 7; Et du second & troisiesme, au premier en 3; Et du troisiesme & premier, au second en 1.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres requis	1 Ⓘ	11
Or puis que la somme du premier & second nombre, excede le troisiesme en 7, s'ensuit par le theoreme suivant, que la somme de tous les nombres requis, sera le double du troisiesme nombre plus 7; Soubstraict doncques du premier en l'ordre 7, reste 1 Ⓘ — 7, pour le double du troisiesme; Ergo sa moitie pour le troisiesme nombre requis, est	$\frac{1}{2}$ Ⓘ — $3\frac{1}{2}$	2
Et pour la mesme raison le premier sera	$\frac{1}{2}$ Ⓘ — $1\frac{1}{2}$	4

Et

Et le second	$\frac{1}{2}$ ① $-\frac{1}{2}$	5
Somme du premier second & troisiesme nombre	$1\frac{1}{2}$ ① $-5\frac{1}{2}$	11
Egale au premier en l'ordre, qui est	1 ①	11

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① sera egale à $5\frac{1}{2}$; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 11.

Je di, que 4. 5. 2. sont les trois nombres requis. *Demonstration*. La somme de 4 & 5, est 9, qui excede à 2 en 7.

Item la somme de 5 & 2, qui est 7, excede au 4 en 3.

Item la somme de 2 & 4, est 6, qui excede à 5 en 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

LA somme de quelques nombres, avec quelque autre nombre, est egale au double d'iceluy autre nombre, avec l'exces de ladicte somme sur iceluy autre nombre.

Explication du donné. Soyent donnez quelques nombres 4 & 5, & quelque autre nombre 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par iceux nombres ce qui est requis au theoreme. *Demonstration.* La somme de 4 & 5, est 9, qui avec l'autre nombre 2, faict 11. Le mesme est egal à 4 (double de 2) avec 7, exces de ladicte somme 9, sur ledict autre nombre 2.

Soyent autre fois quelques nombres 7. 3. 5. 6. & quelque autre nombre 29. Or la somme de 7. 3. 5. 6. est 21, qui avec l'autre nombre 29, faict 50. Le mesme est egal à 58 (double de 29) avec -8, exces de ladicte somme 21; sur ledict autre nombre 29. *Conclusion.* La somme doncques de quelques nombres, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

QVESTION XIX.

CEste 19 question, est la mesme que la 18, mais elle se fera par autre construction comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

Soit le troisiesme nombre requis	1 ①	2
Or puis que la somme du premier & second excede au troisiesme en 7, leur somme doncques sera necessairement	1 ① + 7	9
Et puis que la somme du second & troisiesme, excede au premier en 3, ie pose que le second soit la moitie de la somme de 7 & 3, qui est	5	5
Qui soubstraict de la somme du premier & second 1 ① + 7, reste pour le premier	1 ① + 2	4
Reste maintenant que la somme du troisiesme & premier qui est	2 ① + 2	6
Soit egale à la somme de 1, dernier exces, & 5 du second nombre (car ainsi excedera la somme du troisiesme & premier au second en 1) font	6	

Lesquels reduicts, 2 ① seront egales à 4; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 4. 5. 2. sont les trois nombres requis; dont la demonstration est faicte à la precedente question.

QVESTION XX.

TRouvons quatre nombres, desquels la somme du premier second & troisiesme, excede au quatriesme en 3; Et du second troisiesme & quatriesme au premier en 11; Et du troisiesme quatriesme & premier au second en 13; Et du quatriesme premier & second au troisiesme en 7.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des quatre nombres requis	1 ①	17

Or puis que la somme du premier second & troisiesme excede le quatriesme en 3, s'ensuit par le theoreme de la 18 question, que la somme de tous les nombres requis, sera le double du quatriesme nombre plus 3; Soubstraict doncques du premier en l'ordre 3, reste 1 ① — 3 pour le double du quatriesme nombre requis; Ergo sa moitie pour le quatriesme nombre requis sera | $\frac{1}{2}$ ① — 1 $\frac{1}{2}$ | 7

Et pour mesme raison le premier sera	$\frac{1}{2}$ ① — 5 $\frac{1}{2}$	3
Et le second	$\frac{1}{2}$ ① — 6 $\frac{1}{2}$	2
Et le troisiesme	$\frac{1}{2}$ ① — 3 $\frac{1}{2}$	5
Somme du premier second troisiesme & quatriesme nombre, est	2 ① — 17	17
Egale au premier en l'ordre, qui est	1 ①	17

Lesquels reduicts, 1 ① sera egale à 17.

Je di que 3. 2. 5. 7. sont les quatre nombres requis.

Demonstration. La somme de 3. 2. 5. est 10, qui excede au 7 en 3. Item la somme de 2. 5. 7. est 14, qui excede au 3 en 11. Item la somme de 5. 7. 3. est 15, qui excede au 2 en 13. Item la somme de 7. 3. 2. est 12, qui excede au 5 en 7, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXI.

CEste 21 question, est la mesme que la 20, mais elle se fera par autre construction en ceste sorte:

CONSTRVCTION.

Soit le quatriesme nombre requis	1 ①	7
Or puis que la somme du premier second & troisiesme, excede au quatriesme en 3, icelle somme sera	1 ① + 3	10

Et

Et puis que la somme du second troisiesme & quatriesme, excede au premier en 11, je pose que le second & troisiesme soit la moitie de la somme des exces 11 & 3, qui est	7	7
Qui soubstraict de la somme du premier second & troisiesme 1 ① + 3, reste le premier	1 ① — 4	3
Or puis que la somme du second troisiesme & quatriesme excede au premier en 11; Item que la somme du troisiesme quatriesme & premier excede au second en 13; Ergo la somme du troisiesme & quatriesme, sera la moitie d'iceux exces 11 & 13, qui est	12	12
Duquel soubstraict le quatriesme 1 ①, reste pour le troisiesme	— 1 ① + 12	5
Mais la somme du second & troisiesme est 7, duquel soubstraict le troisiesme, reste pour le second	1 ① — 5	2
Reste maintenant que la somme du quatriesme premier & second 3 ① — 9, excede au troisiesme — 1 ① + 12, en 7, mais elle luy excede en 4 ① — 21, ergo	4 ① — 21	7
Sont egales à	7	

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 28, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 7.

Je di, que 3. 2. 5. 7, sont les quatre nombres requis, dont la demonstration est faicte, à la precedente question.

QUESTION XXII.

Partons 12 en trois nombres tels, que la somme du premier & second soit le triple du troisiesme; Et la somme du troisiesme & second, le quincuple du premier.

CONSTRVCTION.

Soit le troisiesme nombre requis	1 ①	3
Son triple pour la somme du premier & second, est	3 ①	9
Leur somme	4 ①	12
Egale à	12	

Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra (pour troisiesme nombre requis) 3.

Reste maintenant de trouver le premier & second.

Soit le premier nombre requis	1 ①	2
Son quincuple pour la somme du troisiesme & second	5 ①	10
Leur somme	6 ①	12
Egale à	12	

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra (pour premier nombre requis) 2. Puis soubstraict 3 & 2 (à sçavoir le troisiesme & premier nombre) de 12, reste pour le second nombre requis 7.

Je di, que 2. 7. 3. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme de 2. 7. 3. est 12, ce sont doncques les parties de 12. Item la somme de 2 & 7 qui est 9, est triple au 3.

Item la somme de 7 & 3, est quincuple au 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIII.

TRouvons trois nombres tels, que le maieur excede au moyen la tierce part du moindre, & que le moyen excede au moindre, en la cincquiesme partie du maieur; Et que le moindre, excede au quart du moyen en 4.

CONSTRVCTION.

Soit le moyen nombre requis	1 ①	8
Et puis que le moindre excede au $\frac{1}{4}$ du moyen		

en 4,

en 4, le moindre sera le quart du moyen plus 4 qui est $\frac{1}{4}$ ② + 4 | 6

Or le moyen excede au moindre, en la $\frac{1}{5}$ du majeur, soubstraict doncques le moindre du moyen, reste pour la $\frac{1}{5}$ du majeur $\frac{3}{4}$ ① − 4, son triple pour le majeur est $\frac{15}{4}$ ① − 20 | 10

Or le majeur excede au moyen, en la $\frac{1}{3}$ du moindre, soubstraict doncques le moyen du majeur, reste pour la $\frac{1}{3}$ du moindre $\frac{11}{4}$ ① − 20, son triple pour le moindre $\frac{33}{4}$ ① − 60 | 6

Egal au second en l'ordre qui est $\frac{1}{4}$ ① + 4 | 6

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 64, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 8.

Je di que 6. 8. 10. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le majeur nombre 10, excede au moyen 8 en 2, qui est la tierce part du moindre 6. Item le moyen 8, excede au moindre 6 en 2, qui est la cincquiesme part du majeur 10. Item le moindre 6, excede au 2 (qui est la quatriesme partie du moyen 8) en 4, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XXIV.

CEste 24 question, est la mesme que la 23, mais elle se fera ici par autre construction en ceste sorte.

CONSTRUCTION.

Soit le moindre nombre requis 1 ① + 4 | 6

Et puis que le quart du moyen, est excedé du moindre en 4, le moyen sera 4 ① | 8

Et puis que le majeur excede au moyen le $\frac{1}{3}$ du moindre, qui est $\frac{1}{3}$ ① + $\frac{4}{3}$, la somme d'icelui tiers du moindre & du moyen pour le majeur nombre sera $4\frac{1}{3}$ ① + $\frac{4}{3}$ | 10

Et puis

Et puis que le moyen, excede au moindre en la $\frac{1}{5}$ du majeur, qui est $\frac{13}{15}$ ① + $\frac{4}{15}$, la somme du moindre & de la $\frac{1}{5}$ du majeur pour le moyen sera | $1\frac{13}{15}$ ① + $4\frac{4}{15}$ | 8

Egale au second en l'ordre qui est | 4 ① | 8

Lesquels reduicts $2\frac{2}{15}$ ① seront egales à $4\frac{4}{15}$; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 6. 8. 10 sont les trois nombres requis, dont la demonstration est faicte à la precedente 23 question.

QUESTION XXV.

Trouvons trois nombres tels, que la somme des $\frac{3}{4}$ du second, & du $\frac{1}{3}$ du premier, soit egale à la somme des $\frac{4}{5}$ du troisiesme, & $\frac{1}{4}$ du second. Item egale à la somme des $\frac{2}{3}$ du premier; & $\frac{1}{5}$ du troisiesme.

NOTA. I'ai prins en ceste question les mesmes nombres de Diophante, j'ai aussi suivi son operation, posant premierement 3 ①, à fin d'autant plus manifestement declarer (dont Xylandre se complaint au mesme lieu) ce qui deffaut en l'exemplaire Grec, auquel il y a seulement *second troisiesme & premier*, la ou toutesfois il faut dire, à mon advis, $\frac{3}{4}$ *du second, &* $\frac{4}{5}$ *du troisiesme, &* $\frac{2}{3}$ *du premier.*

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis | 3 ① | 6

Et le second quelque nombre Arithmetique soit | 4 | 4

Somme des $\frac{3}{4}$ du second, & $\frac{1}{3}$ du premier, est | 1 ① + 3 | 5

Or puis que (selon la question) les $\frac{2}{3}$ du premier (qui sont 2 ①) avec le $\frac{1}{5}$ du troisiesme faut estre egal au troisiesme en l'ordre, s'ensuit que 2 ① soubstraicts de 1 ① + 3, la reste pour $\frac{1}{5}$ du troisiesme nombre requis sera — 1 ① + 3

+ 3; Et son quincuple pour le troisiesme nombre requis, sera —5① + 15 | 5

Multipliant doncques $\frac{1}{5}$ du troisiesme, qui est —1① + 3 par 4, le produict sera $\frac{4}{5}$ du troisiesme, lequel produict est —4① + 12 | 4

Au mesme adjousté selon la question le $\frac{1}{4}$ du second, qui est 1, faict —4① + 13 | 5

Egal au troisiesme en l'ordre qui est 1① + 3 | 5

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 10; Et par le 67 probleme, 1① vaudra 2.

Je di, que 6. 4. 5. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Premierement la somme de 3 & 2, qui est 5 (à sçavoir 3 pour les $\frac{3}{4}$ du second nombre 4, & 2 pour le $\frac{1}{3}$ du premier nombre 6) est egale à la somme de 4 & 1, à sçavoir 4 pour les $\frac{4}{5}$ du troisiesme nombre 5, & 1 pour le $\frac{1}{4}$ du second nombre 4. Au second ladicte somme 5, est aussi egale à la somme de 4 & 1, à sçavoir 4 pour les $\frac{2}{3}$ du premier nombre 6, & 1 pour $\frac{1}{5}$ du troisiesme nombre 5, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XXVI.

Trouvons quatre nombres tels, que la somme des $\frac{3}{4}$ du second & $\frac{1}{3}$ du premier, soit egale à la somme des $\frac{4}{5}$ du troisiesme, & $\frac{1}{4}$ du second. Item egale à la somme des $\frac{5}{6}$ du quatriesme, & $\frac{1}{5}$ du troisiesme. Item egale à la somme des $\frac{2}{3}$ du premier, & $\frac{1}{6}$ du quatriesme.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre 3① | $\frac{150}{23}$

Et le second quelque nombre Arithmetique, soit 4 | 4

Somme des $\frac{3}{4}$ du second, & du $\frac{1}{3}$ du premier est 1① + 3 | $\frac{119}{23}$

Or puis

Or puis que selon la question, la somme des $\frac{2}{3}$ du premier (qui sont 2 ①) & de $\frac{1}{6}$ du quatriesme, faut estre egale au troisiesme en l'ordre, s'ensuit que 2 ① soubstraict dudict troisiesme en l'ordre, la reste (pour $\frac{1}{6}$ du quatriesme) sera $-$ 1 ① $+$ 3; Et son sextuple pour le 4 nombre requis — $-$ 6 ① $+$ 18 | $\frac{114}{23}$

Et puis que la somme des $\frac{5}{6}$ du quatriesme (qui sont $-$ 5 ① $+$ 15) & $\frac{1}{5}$ du troisiesme, faut estre egale au troisiesme en l'ordre, s'ensuit que $-$ 5 ① $+$ 15, soubstraict de 1 ① $+$ 3, la reste pour la $\frac{1}{5}$ du troisiesme, sera 6 ① $-$ 12, & son quincuple pour le troisiesme nombre — 30 ① $-$ 60 | $\frac{120}{23}$

Multipliant doncques $\frac{1}{5}$ du troisiesme (qui est 6 ① $-$ 12) par 4, le produict pour $\frac{4}{5}$ du troisiesme sera — 24 ① $-$ 48 | $\frac{96}{23}$

Au mesme ajousté le $\frac{1}{4}$ du second, qui est 1, la somme est — 24 ① $-$ 47 | $\frac{119}{23}$

Egale au troisiesme en l'ordre, qui est — 1 ① $+$ 3 | $\frac{119}{23}$

Lesquels reduicts 23 ① seront egales à 50; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{50}{23}$.

Je di que $\frac{150}{23}$. 4. $\frac{120}{23}$. $\frac{114}{23}$ sont les 4 nombre requis.

Demonstration. Premierement la somme de 3 & $\frac{50}{23}$, qui est $\frac{119}{23}$ (à sçavoir 3 pour les $\frac{3}{4}$ du second nombre 4, & $\frac{50}{23}$ pour le $\frac{1}{3}$ du premier $\frac{150}{23}$) est egale à la somme de $\frac{96}{23}$, & 1 (à sçavoir $\frac{96}{23}$ pour les $\frac{4}{5}$ du troisiesme, & 1 pour le $\frac{1}{4}$ du second) Au second ladicte somme de $\frac{119}{23}$, est aussi egale à la somme de $\frac{95}{23}$ & $\frac{24}{23}$ (à sçavoir $\frac{95}{23}$ pour les $\frac{5}{6}$ du quatriesme $\frac{114}{23}$, & les $\frac{24}{23}$ pour le $\frac{1}{5}$ du troisiesme $\frac{120}{23}$) Au troisiesme ladicte somme de $\frac{119}{23}$, est aussi egale à la somme de $\frac{100}{23}$, & $\frac{19}{23}$ (à sçavoir $\frac{100}{23}$ pour les $\frac{2}{3}$ du premier $\frac{150}{23}$, & les $\frac{19}{23}$ pour

la $\frac{1}{6}$

la $\frac{1}{6}$ du quatriesme $\frac{114}{23}$) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Les questions qui ne se peuvent faire selon nombre donné ou raison requise, semblent de peu d'utilité; & telles sont les precedentes 25 & 26 & les suivantes 27 & 28, les considerant simplement cõme elles sont proposees. Mais on les peut rendre en leur parfection, à sçavoir selon nombre donné, par la Reigle de Proportionelle partition. Par exemple, soyent 10 à partir en quatre parties selon le requis de ceste 26 question: On besoignera comme devant, & apres telle operation achevée, on partira 10 en quatre parties (par le 15 probleme) entre eux en telle raison comme sont les nombres de la solution, à sçavoir $\frac{150}{23}$. 4. $\frac{120}{23}$. $\frac{114}{23}$. Et les quatre parties de 10 requises seront telles: $3\frac{18}{119}$. $1\frac{111}{119}$. $2\frac{62}{119}$. $2\frac{47}{119}$. dont la demonstration sera semblable à la precedente; Et le mesme s'entendra aussi de la 25 & 27 & 28 questions. Mais il faut noter que cecy se faict en infinies manieres; Car si nous mettons 8 au lieu de 4 second en l'ordre de la precedente construction, les quatres nombres requis seront $\frac{300}{23}$, 8, $\frac{240}{23}$, $\frac{228}{23}$, & partissant 10 en parties proportionelles à iceux, les parties de 10 se trouveront encor autrement que les precedentes, & ainsi en l'infini.

QVESTION XXVII.

TRouvons trois nombres tels, que la somme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres, soit egale à la somme du second, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres. Item egale à la somme du troisiesme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① | $\frac{13}{12}$
Et le second & troisiesme soyent ensemble quel-

que

que nombre Arithmetique comme 3 | 3

Ergo la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres, eſt 1 ① + 1; mais la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres; ergo la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des deux autres, eſt 1 ① + 1, ſon quadruple 4 ① + 4.

Doncques le quadruple de la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des deux autres eſt 4 ① + 4.

Mais le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les trois nombres eſt (par le ſuivant theoreme) egale au quadruple de la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres.

Ergo le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les trois; eſt 4 ① + 4.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les trois nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir 1 ① + 3; Reſte pour le triple du ſecond nombre 3 ① + 1, deſquels le $\frac{1}{3}$ pour le ſecond nombre, eſt 1 ① + $\frac{1}{3}$ | $\frac{17}{12}$

Mais la ſomme du premier, & $\frac{1}{3}$ des deux autres, eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres; Ergo la ſomme du troiſieſme nombre, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres, eſt 1 ① + 1, ſon quincuple 5 ① + 5.

Doncques le quincuple de la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres, eſt 5 ① + 5.

Mais le quadruple du troiſieſme, plus la ſomme de tous les trois nombres, eſt (par le ſuivant theoreme) egale au quincuple de la ſomme du troiſieſme, & la $\frac{1}{5}$ des deux autres.

Ergo

Ergo le quadruple troisiesme, plus la somme de tous les trois, est 5 (1) + 5.

Des mesmes soubstraict la somme de tous les trois, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir 1 (1) + 3, reste pour le quadruple du troisiesme nombre 4 (1) + 2, desquels le $\frac{1}{4}$ pour le troisiesme nombre 1 (1) + $\frac{1}{2}$ | $\frac{19}{12}$

La somme du premier second & troisiesme nombre (qui sont le premier, troisiesme & quatriesme en l'ordre) est 3 (1) + $\frac{5}{6}$ | $\frac{49}{12}$

Egale à la somme du premier & second en l'ordre 1 (1) + 3 | $\frac{49}{12}$

Lesquels reduicts 2 (1) seront egales à 2 $\frac{1}{6}$; Et par le 67 probleme 1 (1) vaudra $\frac{13}{12}$.

Je di, que $\frac{13}{12}$. $\frac{17}{12}$. $\frac{19}{12}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Premierement la somme de $\frac{13}{12}$ & 1 (à sçavoir $\frac{13}{12}$ pour le premier nombre, & 1 pour le $\frac{1}{3}$ des deux autres nombres $\frac{17}{12}$ $\frac{19}{12}$) qui est $\frac{25}{12}$, est egale à la somme de $\frac{17}{12}$ & $\frac{2}{3}$ (à sçavoir $\frac{27}{12}$ pour le second nombre, & $\frac{2}{3}$ pour le quart des deux autres nombres $\frac{13}{12}$ & $\frac{19}{12}$.) Au second de ladicte somme $\frac{25}{12}$, est aussi egale à la somme de $\frac{19}{12}$ & $\frac{1}{2}$ (à sçavoir $\frac{19}{12}$ pour le troisiesme nombre, & $\frac{1}{2}$ pour le $\frac{1}{5}$ des deux autres nombres $\frac{13}{12}$ & $\frac{17}{12}$) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

LE multiple d'un nombre de quelques nombres donnez, plus la somme de tous les donnez, est egal au produict du multiple d'unité maieur que le premier multiple, par la somme dudict un nombre, & le semblab e submultiple des nombres restans.

Explication du donn'. Soyent donnez quelques nombres 6. 5. 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par ces nombres ce qui est propose au theoreme. *Demonstration.*

stration. Prennons le multiple de quelque nombre des donnez; soit le triple du second 5, faict 15, au mesme adjousté tous les nombres 6. 5. 2. la somme sera 28. Or dict le theoreme, que ceste somme de 28, sera egale au quadruple (car le premier multiple estoit triple, & le second multiple doibt estre d'unité maieur, ergo quadruple) de la somme de 5 & 2 (à sçavoir 5 qui dessus avoit esté multiplié, & 2 pour semblable submultiple des nombres restans, c'est à dire du subquadruple de la somme de 6 & 2) qui est aussi 28, selon le theoreme.

Et pourtant nous avons dict à la 27 question, que le triple du second, plus la somme de tous les trois, est egal au quadruple de la somme du second nombre, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres.

Autre exemple.

Soyent autrefois quelques nombres tels: 2. 7. 8. 3. 5. & prenons le multiple d'un des mesmes, soit le septuple du troisiesme 8, faict 56; au mesme ajoustez tous les nombres 2. 7. 8. 3. 5. la somme sera 81. Or dict le theoreme, que ceste somme de 81, est egale à l'octuple (car le premier multiple est sextuple, & le second multiple doibt estre d'unité maieur, ergo octuple) de la somme de 8 & 2 $\frac{1}{8}$ (à sçavoir 8 qui avoit esté multiplié cy dessus, & 2 $\frac{1}{8}$ pour le semblable submultiple des nombres restans, c'est à dire, le suboctuple de 17, qui est la somme de 2. 7. 3. 5.) car elle est aussi 81.

Dont se pourroit conclure, en questions comme sont la 27 & 28, que le septuple du troisiesme nombre, plus la somme de tous les nombres, est egal à l'octuple de la somme du troisiesme nombre, & du $\frac{1}{8}$ des quatre autres. *Conclusion.* Le multiple doncques d'un nombre, plus la somme, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

QVESTION XXVIII.

Trouvons quatre nombres tels, que la somme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, soit egale à la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres: Item egale à la somme du troisiesme, & le $\frac{1}{5}$ des trois autres: Item egale à la somme du quatriesme, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① | $\frac{47}{90}$

Et le second, troisiesme, & quatriesme ensemble quelque nombre Arithmetique comme 3 | 3

Ergo la somme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres est (selon la question) egale à la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres, ergo la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres, est 1 ① + 1, son quadruple 4 ① + 4.

Doncques le quadruple de la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres est 4 ① + 4.

Mais le triple du second plus la somme de tous les quatre nombres, est (par le precedent theoreme) egale au quadruple de la somme du second & le $\frac{1}{4}$ des trois autres.

Ergo le triple du second, plus la somme de tous les quatre nombres, est 4 ① + 4.

Des mesmes soubstraict la somme de tous les quatre nombres, qui sont le premier & second en l'ordre, à sçavoir 1 ① + 3, reste pour le triple du second nombre 3 ① + 1, desquels le $\frac{1}{3}$ pour le second nombre est 1 ① + $\frac{1}{3}$ | $\frac{77}{90}$

Mais la somme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, est selon la question, egale à la somme du troisiesme & le $\frac{1}{5}$ des trois autres; Ergo la somme du troisiesme nombre & le

$\frac{1}{5}$ des trois autres, eſt 1 ① + 1, ſon quincuple 5 ① + 5.

Doncques le quincuple de la ſomme du troiſieſme & le $\frac{1}{5}$ des trois autres, eſt 5 ① + 5;

Mais le quadruple du troiſieſme plus la ſomme de tous les quatre nombres eſt (par le precedent theoreme) egale au quincuple de la ſomme du troiſieſme & la $\frac{1}{5}$ des trois autres;

Ergo le quadruple du troiſieſme, plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt 5 ① + 5.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir 1 ① + 3, reſte pour le quadruple du troiſieſme nombre 4 ① + 2, deſquels le $\frac{1}{4}$ pour le troiſieſme nombre 1 ① + $\frac{1}{2}$ $\frac{92}{90}$

Mais la ſomme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du quatrieſme & le $\frac{1}{6}$ des trois autres; Ergo la ſomme du quatrieſme nombre, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres, eſt ① + 1, ſon ſextuple 6 ① + 6.

Doncques le ſextuple de la ſomme du quatrieſme, & le ' des trois autres eſt 6 ① + 6.

Mais le quincuple du quatrieſme plus la ſomme de tous les quatre nombres eſt (par le precedent theoreme) egale au ſextuple de la ſomme du quatrieſme & à $\frac{1}{6}$ des trois autres.

Ergo le quincuple du quatrieſme, plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt 6 ① + 6.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir 1 ① + 3, reſte

pour

pour le quincuple du quatriesme nombre 5 ① + 3, desquels le $\frac{1}{5}$ pour le quatriesme nombre	1 ① + $\frac{3}{5}$	$\frac{101}{90}$
La somme du premier second troisiesme & quatriesme nombre (qui sont le premier troisiesme quatriesme & cincquiesme en l'ordre) est	4 ① + $\frac{49}{30}$	$\frac{317}{90}$
Egale à la somme du premier & second en l'ordre	1 ① + 3	$\frac{317}{90}$

Lesquels reduicts 3 ① seront egales à $\frac{47}{30}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{47}{90}$.

Ie di, que $\frac{47}{90}$ $\frac{77}{90}$ $\frac{92}{90}$ $\frac{101}{90}$ sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Premierement la somme de $\frac{47}{90}$ & 1, est $\frac{137}{90}$ (à sçavoir $\frac{47}{90}$ pour le premier nombre, & 1 pour le $\frac{1}{3}$ des trois autres nõbres) & est egale à la somme de $\frac{77}{90}$, & $\frac{2}{3}$ (à sçavoir $\frac{77}{90}$ pour le second nombre, & $\frac{2}{3}$ pour le $\frac{1}{4}$ des trois autres.) Au second ladicte somme $\frac{137}{90}$, est aussi egale à la somme de $\frac{92}{90}$, & $\frac{1}{2}$ (à sçavoir $\frac{92}{90}$ pour le troisiesme nombre, & $\frac{1}{2}$ pour le $\frac{1}{5}$ des trois autres nombres.) Au troisiesme ladicte somme $\frac{137}{90}$, est aussi egale à la somme de $\frac{101}{90}$ & $\frac{2}{5}$ (à sçavoir $\frac{101}{90}$ pour le quatriesme nombre, & $\frac{2}{5}$ pour le $\frac{1}{6}$ des trois autres nombres) selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIX.

Soyent donnez deux nombres 8 *&* 2. *Il faut trouver un troisiesme, qui multiplié par les donnez, donne l'un produict quarré, & l'autre produict son costé.*

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	2
Qui multiplié par 8 donné, faict pour premier produict	8 ①	16

 Et mul-

Et multiplié ledict nombre requis par 2 donné, faict pour second produict	2 ①	4
Qui doibt estre la racine du premier produict, ergo son quarré	4 ②	16
Est egal au second en l'ordre	8 ①	16

Lesquels reduicts, 4 ① seront egales à 8, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di, que 2 est le nombre requis. *Demonstration.* Multiplié 2 par 8, faict 16, & le mesme 2 multiplié par le 2 donné faict 4, qui est racine quarrée du quarré 16, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXX.

TRouvons deux nombres, desquels la somme soit 6, & le produict des mesmes 8.

CONSTRVCTION.

Soit l'un nombre	1 ①	4
Ergo l'autre	— 1 ① + 6	2
Leur produict	— 1 ② + 6 ①	8
Egal à	8	

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à 6 ① — 8, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2 sont les deux nombres requis. *Demonstrat.* La somme de 4 & 2 est 6; Et le produict de 4 & 2 est 8, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

Autre construction de ceste 30 question selon Diophante, pour avoir à la fin simple quantité egale à simple quantité.

Soit l'un nombre requis 1 ①, plus la moitie de la somme des nombres requis qui est 3, faict 1 ① + 3	4

Ergo

Ergo l'autre nombre (puis que leur ſomme doibt eſtre 6) ſera	—1①+3	2
Leur produict	—1②+9	8
Egal au produict requis	8	

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2 ſeront les nombres requis comme deſſus.

QVESTION XXXI.

TRouvons deux nombres, deſquels la ſomme ſoit 6, & la ſomme de leurs quarrez 20.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	4
Ergo le ſecond nombre	—1①+6	2
Le quarré du premier nombre eſt	1②	16
Le quarré du ſecond nombre	1②—12①+36	4
Somme des deux quarrés	2②—12①+36	20
Egal à	20	

Leſquels reduicts 2 ② ſeront egales à 12 ① —16, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 4 & 2 eſt 6, & le quarré de 4 eſt 16; auquel ajouſté le quarré de 2, qui eſt 4, la ſomme eſt 20, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Autre conſtruction de ceſte 31 queſtion, ſelon Diophante, pour avoir à la fin ſimple quantité egale à ſimple quantité.

Soit le premier nombre requis 1 ①, plus la moitie de la ſomme des nombres requis, qui eſt 3, faict	1①+3	4

Ergo le second nombre (puis que leur somme doibt estre 6) sera	−1①+3	2
Le quarré du premier nombre	1②+6①+9	16
Le quarré du second nombre	1②−6①+9	4
Sommes des deux quarrez	2②+18	20
Egale à	20	

Lesquels reduicts, 2 ② seront egales à 2, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2, seront les deux nombres requis, comme dessus.

QVESTION XXXII.

Trouvons deux nombres, desquels la somme soit 6, & desquels le quarré de l'un, excede au quarré de l'autre, en 12.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	4
Ergo le second	−1①+6	2
Le quarré du premier nombre	1②	16
Du mesme soubstraict le quarré du second nombre, qui est	1②−12①+36	4
Reste	12①−36	12
Egales à	12	

Lesquels reduicts, 12 ① seront egales à 48, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 4 & 2 est 6, & le quarré de 4 qui est 16, excede au quarré de 2 qui est 4, en 12, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

Autre

Autre construction de ceste 32 question, selon Diophante.

Soit le premier nombre requis 1 ①, plus la moitié de la somme des nombres requis qui est 3, faict	1 ① + 3	4
Ergo le second nombre	— 1 ① + 3	2
Le quarré du premier nombre	1 ② + 6 ① + 9	16
Du mesme soubstraict le quarré du second nombre qui est	1 ② — 6 ① + 9	4
Reste	12 ①	12
Egales à	12	

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2 seront les deux nombres requis, comme dessus.

QVESTION XXXIII.

TRouvons deux nombres, desquels la difference soit 2, & le produict 8.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	2
Ergo le second nombre	1 ① + 2	4
Leur produict	1 ② + 2 ①	8
Egal à	8	

Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 sont les nombres requis. *Demonstration.* La difference de 4 à 2 est 2, & le produict de 4 par 2 est 8, selon le requis; Ce qu'il falloit demonstrer.

Autre construction de ceste 33 question selon Diophante, pour avoir à la fin simple quantité egale à simple quantité.

Soit le premier nombre 1①, plus la moitie de leur difference requise, qui est 1, faict	1①+1	4
Ergo le second nombre, puis que leur difference doibt estre 2, sera	1①—1	2
Leur produict	1②—1	8
Egal au produict requis	8	

Lesquels reduicts 1② sera egal à 9, & par le 78 probleme, 1① vaudra 3.

Doncques 4 & 2 seront les nombres requis comme dessus.

QVESTION XXXIV.

TRouvons deux nombres en raison double, & que la somme de leurs quarrez, soit à la somme des mesmes nombres en raison quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1①	3
Et le second nombre son double, sera	2①	6
Leur somme	3①	9
Le quarré du premier nombre	1②	9
Le quarré du second nombre	4②	36
La somme des quarrez 5②, est quincuple au troisiesme en l'ordre; Ergo sa $\frac{1}{5}$ qui est	1②	9
Est egale au troisiesme en l'ordre, qui est	3①	9

Lesquels reduicts 1① sera egale ou vaudra 3.

Je di, que 3 & 6 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Les nombres 6 & 3 sont en raison double, & la somme de leurs quarrez 45 (à sçavoir 36 & 9) est en quinen quincuple raiſon à la ſomme de 6 & 3, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXV.

TRouvons deux nombres en raiſon triple, & que la ſomme de leurs quarrez aye à la difference des nombres, raiſon quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	1
Et le ſecond nombre ſon triple, ſera	3 ①	3
Leur difference eſt	2 ①	2
Le quarré du premier nombre	1 ②	1
Le quarré du ſecond nombre	9 ②	9
La ſomme des quarrez 10 ②, eſt quincuple au troiſieſme en l'ordre. ergo ſa $\frac{1}{5}$ qui eſt	2 ②	2
Eſt egale au troiſieſme en l'ordre, qui eſt	2 ①	2

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 1.

Je di, que 1 & 3 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 3 & 1 ſont en raiſon triple, & la ſomme de leurs quarrez (qui ſont 9 & 1) eſt 10, qui obtient à 2 (difference d'entre 3 & 1) raiſon quincuple, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXVI.

TRouvons deux nombres en raiſon triple, & que la difference de leurs quarrez, ſoit à la ſomme des meſmes nombres en raiſon quadruple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	2
Et le ſecond nombre ſon triple, ſera	3 ①	6
Leur ſomme	4 ①	8

Le

Le quarré du premier nombre	1 ②	4
Le quarré du second nombre	9 ②	36
Difference des quarrez 8 ②, est quadruple au troisiesme en l'ordre, ergo son $\frac{1}{4}$ qui est	2 ②	8
Est egal au troisiesme en l'ordre	4 ①	8

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 4, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 6 sont les nombres requis. *Demonstrat.* 6 & 2 sont en raison triple, & la difference de leurs quarrez 32 (à sçavoir de 36 & 4) est quadruple à la somme de 6 & 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXVII.

TRouvons deux nombres en raison triple, & que la difference de leurs quarrez aye a la difference des nombres raison quadruple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①	1
Et le second nombre son triple, sera	3 ①	3
Leur difference	2 ①	2
Le quarré du premier nombre	1 ②	1
Le quarré du second nombre	9 ②	9
Difference des quarrez 8 ②, est quadruple au troisiesme en l'ordre, ergo son $\frac{1}{4}$ qui est	2 ②	2
Est egal au troisiesme en l'ordre, qui est	2 ①	2

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 1.

Je di, que 1 & 3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 3 & 1 sont en raison triple, & 8 difference de leurs quarrez, à sçavoir de 1 & 9, obtient raison quadruple, à 2 difference des nombres 3 & 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXVIII.

TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que le quarré du moindre, aye au maieur nombre, raiſon double.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	6
Et le maieur nombre ſon triple, ſera	1 ①	18
Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double au maieur nombre, ergo ſa moitie qui eſt $\frac{1}{2}$ ②		18
Eſt egale au maieur nombre	3 ①	18

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① ſera egale à 3, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 & 18 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* 18 & 6 ſont en raiſon triple, & le quarre 36 du moindre nombre 6 obtient au maieur nombre 18, raiſon double ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXIX.

TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que le quarré du moindre nombre, aye au moindre nombre raiſon double.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	2
Et le maieur nombre ſon triple, ſera	3 ①	6
Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double au moindre nombre, ergo ſa moitie qui eſt $\frac{1}{2}$ ②		2
Eſt egale au moindre nombre	1 ①	2

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① ſera egale à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtrat.* 6 & 2 ſont en raiſon triple, & le quarré 4 du moindre nombre 2, obtient au meſme moindre nombre raiſon double, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

ANNO-

ANNOTATION D'A. G.

C'este question est fort mal proposée, & veux bien croire qu'elle a esté adjoustée de quelque ignorant, car la deuxiesme condition n'est pas liée n'y conjoincte, ce qui pourra servir d'advertissement de n'en point faire des telles.

QVESTION XL.

TRouvons deux nombres en raison triple tels, que le quarré du moindre, aye a la somme des nombres raison double.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	8
Et le maieur nombre son triple, sera	3 ①	24
Leur somme	4 ①	32
Le quarré du moindre nombre 1 ②, est double à		
la somme des nombres 4 ①, ergo	1 ②	64
Est egale au double de 4 ①, qui est à	8 ①	64

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 8.

Je di, que 8 & 24 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Les nombres 24 & 8 sont en raison triple, & le quarré 64 du moindre nombre 8, est double à 32, qui est la somme des 24 & 8, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLI.

TRouvons deux nombres en raison triple tels, que le quarré du moindre nombre, aye a la difference des nombres raison double.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	4
Et le maieur nombre son triple sera	3 ①	12
Leur difference est	2 ①	8

Le

Le quarré du moindre nombre 1②, est double
à la difference 2①, ergo $\frac{1}{2}$② | 8
Est egale à la difference des nombres 2① | 8

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$① sera egale à 2, & par le 67 probleme 1① vaudra 4.

Je di, que 4 & 12 sont les deux nombres requis. *Demonstrat.* 12 & 4 sont en raison triple, & le quarré 16 du moindre nombre 4, est 8 (difference de 4 & 12) en raison double, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Ce qui est mis pour 42 question, est appendice des precedentes sonnant ainsi:

Par mesme maniere on trouvera deux nombres de raison donnée, ainsi que le quarré du maieur, au moindre nombre soit raison requise. Item deux nombres de raison donnée, ainsi que le quarré du maieur, au mesme maieur soit raison requise. Item deux nombres de raison donnée, ainsi que le quarré du maieur, obtienne à la somme des nombres, raison requise. Et au dernier deux nombres de raison donnée, ainsi que le quarré du maieur, à la difference des nombres, soit raison requise.

QVESTION XLIII.

Soyent donnez deux nombres 3 & 2; Il faut trouver leur troisiesme nombre tel, que la somme de chasques deux nombres multipliée par le troisiesme, donnent trois produicts d'egaux exces: desquels produicts celuy de 3, par la somme des deux autres, soit le maieur; Et le produict de 2, par les deux autres, le moyen; Et le produict du nombre requis, par les deux autres, le moindre.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1① | $\frac{3}{2}$
Au mesme ajouste le 2 donné, faict pour la somme des deux nombres 1① + 2, qui

multi-

multipliée par le troisiesme nombre 3, donne produict 3 ① + 6 | $\frac{21}{2}$

Puis ajousté au nombre requis 1 ①, le 3 donné, faict pour la somme de deux nombres 1 ① + 3, qui multipliée par le troisiesme nombre 2, donne produict 2 ① + 6 | $\frac{18}{2}$

Puis ajoustez les nombres donnez 3 & 2, faict pur la somme de deux nombres 5, qui multipliée par le troisiesme (qui est le premier en l'ordre) donne produict 5 ① | $\frac{15}{2}$

Doncques le maieur produict est 3 ① + 6, le moyen 2 ① + 6, le moindre 5 ①; Mais de trois nombres d'egal exces, le double du moyen est egal à la somme des extremes, & le moyen est icy 2 ① + 6, ergo son double 4 ① + 12 | 18

Est egal à la somme des extremes, c'est à dire à la somme de 3 ① + 6 & 5 ①, qui sont 8 ① + 6 | 18

Lesquels reduicts 4 ① seront egales a 6, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que $\frac{3}{2}$ sont le nombre requis. *Demonstration.* Multipliant $\frac{7}{2}$, somme de 2 & $\frac{3}{2}$, par le troisiesme nombre 3, le produict est $\frac{21}{2}$; Puis multipliant $\frac{9}{2}$, somme de $\frac{3}{2}$ & 3, par le troisiesme nombre 2, le produict est $\frac{18}{2}$; Puis multipliant 5, somme de 3 & 2, par le troisiesme nombre $\frac{3}{2}$, le produict est $\frac{15}{2}$; Or ces trois produicts ont egaux exces, car le maieur excede au moyen en $\frac{3}{2}$, aussi excede le moyen au moindre en $\frac{3}{2}$; Item le produict de 3, par les deux autres, est le maieur; Et le produict de 2 par les deux autres est le moyen; Et le produict du nombre requis $\frac{3}{2}$, par les deux autres, est le moindre selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

SECOND

SECOND LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

TRouvons deux nombres, desquels la somme de leurs quarrez, aye a la somme des nombres raison decuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 (1)	6
Et le maieur quelque autre, soit	2 (1)	12
Somme des nombres	3 (1)	18
Le quarré du moindre	1 (2)	36
Le quarré du maieur	4 (2)	144
Somme des quarrez	5 (2)	180
Egale au decuple de la somme des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à	30 (1)	180

Lesquels reduicts 5 (1) seront egales à 30, & par le 67 probleme, 1 (1) vaudra 6.

Je di, que 6 & 12 sont les nombres requis. *Demonstration.* La somme des quarrez des nombres 6 & 12 est 180, qui obtient à 18, somme des nombres, raison decuple, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

Trouvons deux nombres, desquels la difference, obtienne à la difference de leurs quarrez raison subsextuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	2
Et le maieur quelque autre nombre, soit	2 ①	4
Leur difference	1 ①	2
Le quarré du moindre nombre	1 ②	4
Le quarré du maieur nombre	4 ②	16
Difference des quarrez	3 ②	12
Egale au sextuple de la difference des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à	6 ①	12

Lesquels reduicts 3 ① seront egales à 6, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 sont les nombres requis. *Demonstration.* La difference 2 (d'entre les nombres 2 & 4) obtient à la difference 12 (d'entre leurs quarrez 16 & 4) raison subsextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

Trouvons deux nombres tels, que leur produict aye à leur somme raison sextuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	9
Et le maieur quelque nombre, soit	2 ①	18
Leur somme	3 ①	27
Le produict du moindre & majeur	2 ②	162
Egal au sextuple de la somme des nombres	18 ①	162

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 18, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 9.

Je

Je di, que 9 & 18 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 162 (qui est le produict de 9 & 18) obtient à 27 (qui est la somme de 9 & 18) raison sextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IV.

Trouvons deux nombres, desquels la somme de leurs quarrez obtienne à la difference des nombres, raison decuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	2
Et le maieur quelque autre nombre, soit	2 ①	4
Leur difference	1 ①	2
Le quarré du moindre nombre	1 ②	4
Le quarré du maieur nombre	4 ②	16
Somme des quarrez	5 ②	20
Egale au decuple de la difference des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à	10 ①	20

Lesquels reduicts, 5 ① seront egales à 10, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 20 (somme des quarrez des nombres 2 & 4) obtient à 2 (qui est difference des nombres 2 & 4) raison decuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION V.

Trouvons deux nombres tels, que la difference de leurs quarrez, aye à la somme des nombres, raison sextuple.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1 ①	6
Et le maieur quelque autre nombre, soit	2 ①	12
Leur somme est	3 ①	18

Le quarré du moindre	1②	36
Le quarré du maieur	4②	144
Difference des quarrez	3②	108
Egale au sextuple de la somme des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à	18 ①	108

Lesquels traduicts 3 ① seront egales à 18, & 1 ① par le 67 probleme, vaudra 6.

Je di, que 6 & 12 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 108 (qui est la difference des quarrez de 6 & 12) obtient à 18 (qui est la somme des nombres 6 & 12) raison sextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

TRouvons deux nombres, desquels la difference 2, & la difference de leurs quarrez 22.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre	1①	$4\frac{1}{2}$
Ergo le maieur nombre	1① + 2	$6\frac{1}{2}$
Le quarré du moindre nombre	1②	$\frac{81}{4}$
Le quarré du maieur nombre	1② + 4① + 4	$\frac{169}{4}$
Difference des quarrez	4① + 4	22
Egale à la difference des quarrés requise	22	

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 18, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $4\frac{1}{2}$.

Je di, que $4\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La difference de $4\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ est 2, & la difference de leurs quarrez (qui sont $\frac{81}{4}$ & $\frac{169}{4}$) est 22, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VII.

NOTA. Si l'on considere bien la 7 question, le sens se trouve tel.

Trouvons deux nombres desquels la difference 2, & la difference de leurs quarrez 16.

Laquelle estant semblable à la precedente 6 question nous n'en ferons point de construction.

QVESTION VIII.

Partons un nombre quarré à sa racine commensurable, comme 16, en deux semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit le premier quarré	1 ②	$\frac{256}{25}$
Ergo le second quarré	— 1 ② + 16	$\frac{144}{25}$
Egal à quelque quarré à sa racine commensurable, pour le costé duquel on posera quelques ① — $\sqrt{}$ 16; Soit 2 ① — 4, & le quarré sera	4 ② — 16 ① + 16	$\frac{144}{25}$

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 16, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{16}{5}$.

Ie di que $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* La somme de $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, est 16. Item la racine de $\frac{256}{25}$ est $\frac{16}{5}$; & la racine de $\frac{144}{25}$ est $\frac{12}{5}$, qui sont à leurs quarrez commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Il est notoire qu'on pourra trouver par ceste 8 question, des infiniz triangles rectangles divers, desquels chasque costé sera nombre Arithmetique. Par exemple; Si l'on pose l'un costé contenant l'angle

 droict,

droict, la racine des susdictes $\frac{256}{25}$ qui est $\frac{16}{5}$, & l'autre costé la racine des $\frac{144}{25}$, qui est $\frac{12}{5}$, l'hypothenuse sera 4.

QVESTION IX.

CEste 9 question, est la mesme que la 8, mais elle se fera ici par autre construction telle.

CONSTRVCTION.

Soit le costé du premier quarré	1 ①	$\frac{16}{5}$
Et le costé du second quarré, soit de quelques ① moins √16, soit	2 ①—4	$\frac{12}{5}$
Ergo le premier quarré	1 ②	$\frac{256}{25}$
Et le second quarré	4 ②—16 ①+16	$\frac{144}{25}$
Somme des quarrez	5 ②—16 ①+16	16
Egale à	16	

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 16, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{16}{5}$.

Doncques $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, seront les deux quarrez requis, comme dessus.

QVESTION X.

P*Artons un nombre composé de deux nombres quarrez à leur racines commensurables, comme 13 composé de 9 & 4; En deux autres semblables quarrez.*

CONSTRVCTION.

Soit le costé du premier quarré, de quelques ① plus la racine de l'un quarré donné 4, comme	1 ①+2	$\frac{18}{5}$
Et le costé du second quarré, soit de quelques ① moins la racine de l'autre quarré donné, comme	2 ①—3	$\frac{1}{5}$
Ergo le premier quarré	1 ②+4 ①+4	$\frac{324}{25}$
Et le second quarré	4 ② 12 ①+9	$\frac{1}{25}$

Somme

Somme des quarrez	5 ② — 8 ① + 13	13
Egale à	13	

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 8, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{8}{5}$.

Ie di que $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$, sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* Les deux quarrez $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$, font ensemble 13, & la racine de $\frac{324}{25}$ est $\frac{18}{5}$, & la racine de $\frac{1}{25}$ est $\frac{1}{5}$, lesquels racines sont à leurs quarrez commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XI.

TRouvons deux nombres quarrez à leurs racines commensurables, tels que leur difference soit 60.

CONSTRVCTION.

Soit le costé du premier quarré	1 ①	$8\frac{1}{2}$
Et le costé du second quarre 1 ①, & plus quelque nombre moindre que $\sqrt{}$ 60 (dont la raison appert en la derniere egaleté) soit	1 ① + 3	$11\frac{1}{2}$
Ergo le premier quarré	1 ②	$72\frac{1}{4}$
Et le second quarré	1 ② + 6 ① + 9	$132\frac{1}{4}$
Difference des quarrez	6 ① + 9	60
Egale à la difference requise	60	

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à 51, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $8\frac{1}{2}$.

Ie di que $72\frac{1}{4}$ & $132\frac{1}{4}$ sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* La difference des deux quarrez $72\frac{1}{4}$ & $132\frac{1}{4}$ est 60, & la racine de l'une est $8\frac{1}{2}$, & de l'autre $11\frac{1}{2}$, qui sont à leurs quarrez commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTE DV QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

NOus parlerons en aucunes queſtions ſuivantes du quarré de double egaleté, pourtant avant qu'y venir nous deſcrirons ſa Definition & Invention en ceſte ſorte:

DEFINITION.

Estant deux quantitez, à l'une deſquelles il faut poſer eſtre egal quelque quarré, tel que ſa valeur, enſemble la valeur de l'autre quantité, ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables: Alors iceluy quarré poſé, s'appelle quarré de double egaleté.

EXPLICATION.

Soyent par exemple deux quantitez, l'une 1 ① + 1, l'autre 1 ① + 6, & le quarré poſé, egal à 1 ① + 1 ſoit 4; D'ou s'enſuit que 1 ① + 6, vaudra ſemblable quarré 9 (car 1 ① + 1 vallant 4, la 1 ① vaut 3) Doncques 4 eſt quarré de double egaleté; Nommé ainſi, par ce qu'il eſt quarré, egal à 1 ① + 1, & ſur cela il cauſe encore egaleté, entre 1 ① + 6 & ſemblable quarré 9.

DE L'INVENTION DV QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

ET pour declarer ſon invention nous poſerons deux quantitez, la moindre 1 ① + 1, & la maieure 1 ① + 6, deſquelles il faut trouver le quarré de double egaleté, egal premierement à la moindre (car on peut egaler le quarré de double egaleté au moindre, ou au maieur, comme l'on veut; nous dirons doncques premierement du moindre, puis du maieur.)

On ſoubſtraira la moindre quantité propoſée 1 ① + 1 de la maieure 1 ① + 6, reſte 5; puis on prendra quelques

quelques deux nombres, desquels le produict soit 5, à sçavoir egal à ladicte reste; soit l'un 5, l'autre 1 (car leur produict est 5) leur difference 4 (difference par ce que c'est du moindre que nous cherchons, car quand on le cherche du majeur, il faut prendre leur somme) sa moitié 2, son quarté, pour le quarré de double egaleté egal à la moindre quantité proposée, est 4.

La demonstration est, que la moindre quantité 1 ① + 1 vallant 4, la 1 ① vaudra 3; Mais 1 ① vallant 3, la maieure quantité 1 ① + 6 vaudra 9, qui est semblable quarré. Doncques 4, selon la definition ci dessus, est leur quarré de double egaleté.

Mais pour trouver le quarré de double egaleté, egal à la maieure quantité proposée 1 ① + 6, on aioustera les susdictes 5 & 1, font 6, sa moitié 3, son quarré, pour le quarré de double egaleté requis egal au maieur proposé, est 9, dont la demonstration est notoire par la precedente.

AVTRE EXEMPLE.

Soient autre fois deux quantitez desquelles il faut trouver le quarré de double egaleté egal au moindre, tels; le maieur 4 ② + 15 ①, le moindre 4 ② — 1 ① — 4.

On soubstraira la moindre quantité de la maieure, reste 16 ① + 4. Puis on prendra quelque deux nombres desquels le produict soit 16 ① + 4, à sçavoir egal à icelle reste, soit l'vn 4 ① + 1, l'autre 4, (car leur produict est 16 ① + 4) leur difference 4 ① — 3, sa moitié 2 ① — $\frac{3}{2}$, son quarré (pour le quarré de double egaleté requis, egal au moindre proposé) est 4 ② — 6 ① + $\frac{9}{4}$.

La demonstration est, qu'estant 4 ② — 6 ① — $\frac{9}{4}$ egales à 4 ② — 1 ① — 4, alors 1 ① vaudra $\frac{3}{4}$, & le quarré de double egaleté 4 ② — 6 ① + $\frac{9}{4}$, vaudra quarré sa racine commensurable 1. Item 4 ② + 15 ① vaudront semblable quarré 25.

Mais pour trouver le quarré de double egaleté egal au maieur, on aioustera les susdictes 4 ① + 1 & 4, font 4 ① + 5, sa moitié 2 ① + $\frac{5}{2}$, son quarré (pour le quarré de double egaleté requis egal au maieur nombre proposé 4 ② + 15 ①) est 4 ② + 10 ① + $\frac{25}{4}$. Dont la demonstration sera semblable à la precedente.

EXCEPTION.

Quant à ce que nous avons dict ci dessus (comme au premier exemple de l'invention du quarré de double egaleté) qu'on trouvera quelques deux nombres desquels le produict soit 5, il faut considerer que tous nombres combien leur produict fust 5, n'en seront pas propres ne fust que l'on voulust dire la solution estre — ou 0, qui n'estant pas l'intention de Diophante, faut qu'ils soient de la qualité comprinse en la reigle descripte par Xylandre telle:

REIGLE.

On trouvera deux nombres, desquels le produict soit egal à la difference des deux nombres donnez, mais par telle condition, que le quarré de la moitié de leur difference, soit maieur que le moindre nombre Arithmetique donné, ou, ce qui est le mesme, que le quarré de la moitie de leur somme, soit maieur que le maieur nombre Arithmetique donné.

Dont la cause est notoire par les operations, comme nous en dirons plus amplement à la note de la suivante 12 question.

QUESTION XII.

Trouvons un nombre, qui adiousté à 3, puis à 2, les sommes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CON-

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	$\frac{97}{64}$
Lequel aiouſté à 3, la ſomme eſt	1 ① + 3	$\frac{289}{64}$
Et ledict nombre requis aiouſté à 2, la ſomme eſt	1 ① + 2	$\frac{225}{64}$
Or chaſque de ces deux ſommes doibt eſtre egale à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, ſoit par poſition de 4 & $\frac{1}{4}$ (pour les deux nombres deſquels le produict eſt egal à la difference de 1 ① + 3 & 1 ① + 2) deſquels le quarré de double egaleté, egal au moindre 1 ① + 2, eſt par la precedente note	$\frac{225}{64}$	

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra $\frac{97}{64}$.

Je di, que $\frac{97}{64}$ eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Aiouſtant $\frac{97}{64}$ à 3, faict quarré $\frac{289}{64}$, ſa racine $\frac{17}{8}$. Item aiouſté $\frac{97}{64}$ à 2, faict quarré $\frac{225}{64}$, ſa racine $\frac{15}{8}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Si au lieu des deux nombres 4 & $\frac{1}{4}$, on euſt prins 5 & $\frac{1}{5}$ (deſquels le produict eſt auſſi 1) le nombre requis, qui ſatisfaict auſſi à la queſtion, euſt alors eſté $\frac{94}{25}$, & ainſi d'infiniz autres.

Mais ſi au lieu des deux nombres 4 & $\frac{1}{4}$, on euſt prins 2 & $\frac{1}{2}$ (deſquels le produict eſt auſſi 1) le nombre requis, qui ſatisferoit auſſi à la queſtion (ſi l'on vouluſt ſolver par—) ſeroit $-\frac{23}{16}$, lequel aiouſté au 3, faict quarré $\frac{25}{16}$, & aiouſté au 2, faict quarré $\frac{9}{16}$, qui ſont quarrez ſelon le requis.

AVTRE

AVTRE CONSTRVCTION SANS QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Posons le nombre requis tel, que l'aiouſtant à 2 la ſomme ſoit tel quarré, ſoit	1 ② — 2	$\frac{97}{64}$
Au meſme ſi on aiouſte 2, ſera quarré ſelon la queſtion, & ſi au meſme nombre requis, on aiouſte 3, la ſomme ſera	1 ② + 1	$\frac{289}{64}$
Laquelle ſomme doibt eſtre valeur de nombre quarré ſelon la queſtion, doncques elle eſt egale à quelque tel quarré : Or pour le trouver, on fingera ſon coſté 1 ① moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarré ſoit maieur que le 1 de 1 ② du ſecond en l'ordre, dont la raiſon apparoiſt en la reduction, ſoit tel coſté fingé 1 ① — 4, ergo ſon quarré	1 ② — 8 ① + 16	$\frac{289}{64}$
Eſt egal au ſecond en l'ordre, qui eſt	1 ② + 1	$\frac{289}{64}$

Leſquels reduicts 8 ① ſeront egales à 15, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{15}{8}$.

Doncques $\frac{97}{64}$ ſera le nombre requis comme deſſus.

QVESTION XIII.

Trouvons un nombre, lequel ſoubſtraict de 9, & puis de 21, les reſtes ſoient quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

Si l'on ſoubſtraict — 1 ② + 9, de 9, il y en reſtera 1 ② valeur de quelque quarré ſelon la queſtion, poſons doncques que le nombre requis ſoit	— 1 ② + 9	$8\frac{3}{4}$
Le meſme ſoubſtraict de 21, reſte	1 ② + 12	$12\frac{1}{4}$
Laquelle reſte doit eſtre valeur de nombre quarré ſelon la queſtion, doncques elle		

eſt

est egale à quelque tel quarré : Or pour le trouver fingeons que son coste soit 1 ①, moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarre soit maieur que le 12 du second en l'ordre; dont la raison apparoist en la reduction, soit tel costé fingé 1 ① —4, son quarré egal au second en l'ordre, est 1 ② — 8 ① + 16 | $12\frac{1}{4}$

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 4, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{2}$.

Je di, que 8 $\frac{3}{4}$ est le nombre requis. *Demonstration.* Soubstrayons 8 $\frac{3}{4}$, de 9, reste $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$. Puis soubstrayons ledict nombre 8 $\frac{3}{4}$, de 21, reste 12 $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{7}{2}$, ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XIV.

Trouvons un nombre, duquel soubstraict 6, & puis 7, que les restes soient quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRUCTION.

Soit le nombre requis	1 ①	$\frac{121}{16}$
Du mesme soubstraict 6, reste	1 ① — 6	$\frac{25}{16}$
Et dudict nõbre requis soubstraict 7, reste	1 ① — 7	$\frac{9}{16}$

Or chasque de ces deux restes doibt estre egale à quelque quarré qui est à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, soit par position de 2 & $\frac{1}{2}$ (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de 1 ① — 6 & 1 ① — 7) Desquels le quarré de double egaleté egal au moindre 1 ① — 7, est par la note devant la 12 question $\frac{9}{16}$

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra $\frac{121}{16}$.

Je di

Je di, que $\frac{121}{16}$ est le nombre requis. *Demonstration.* De $\frac{121}{16}$ soubstraict 6, reste quarré $\frac{25}{16}$, sa racine $\frac{5}{4}$. Item desdictes $\frac{121}{16}$ soubstraict 7, reste $\frac{9}{16}$, sa racine $\frac{3}{4}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

AVTRE CONSTRVCTION SANS QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Posons le nombre requis tel, qu'en soubstrayant 6, la reste soit quarré, soit	1 ② + 6	$\frac{121}{16}$
Si du mesme on soubstraict 6, la reste sera quarré selon la question; Et si du mesme nombre requis on soubstraict 7, la reste sera	1 ② — 1	$\frac{9}{16}$
Laquelle reste doibt estre valeur de quelque nombre quarré selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré. Or pour le trouver, on fingera son costé 1 ① moins quelque nombre Arithmetique duquel le quarré soit maieur que — 1 second en l'ordre, dont la raison appert en la reduction; soit tel costé fingé 1 ① — 2, ergo son quarré	1 ② — 4 ① + 4	$\frac{9}{16}$
Est egal au second en l'ordre	1 ② — 1	$\frac{9}{16}$

Lesquels reduicts, 4 ① seront egales à 5, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$, & le nombre requis sera comme dessus $\frac{121}{16}$.

QVESTION XV.

P*Artons 20 en deux parties, puis trouvons un nombre quarré à sa racine commensurable, lequel aiousté à chascune partie, face semblables quarrez.*

CON-

CONSTRVCTION.

On prendra quelques deux nombres, tels que la somme de leurs quarrez n'excede point au 20, dont la raison apparoistra en la reduction; soient 2 & 3, puis à 2 aiousté 1 ①, faict 1 ① + 2 pour quelque coste duquel le quarre sera 1 ② + 4 ① + 4, du mesme soubstraict un quarré qui est 1 ②, reste pour l'une partie de 20 requise	4 ① + 4	$\frac{68}{10}$
Puis au ajousté 1 ①, faict 1 ① + 3 pour quelque costé duquel le quarré sera 1 ② + 6 ① + 9. du mesme soubstraict un quarré qui est 1 ② reste pour l'autre partie de 20 requise	6 ① + 9	$\frac{132}{10}$
Somme des deux parties	10 ① + 13	20
Egale à	20	

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 7, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{10}$.

Ie di que $\frac{6}{10}$ & $\frac{132}{10}$ sont les parties de 20 requises, & $\frac{49}{100}$ le quarré requis. *Demonstration.* La somme de $\frac{68}{10}$ & $\frac{132}{10}$ est 20, ce sont doncques les parties de 20. Item la racine de $\frac{49}{100}$ est $\frac{7}{10}$, c'est doncques quarré à sa racine commensurable. Puis ajoustons $\frac{49}{100}$ à $\frac{68}{10}$ faict $\frac{729}{100}$, sa racine $\frac{27}{10}$. Item ledict quarré $\frac{49}{100}$ à ajousté aux $\frac{132}{10}$, faict $\frac{1369}{100}$, la racine $\frac{37}{10}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVI.

PArtons 20 en deux parties, puis trouvons un nombre quarré à sa racine commensurable, & du mesme soubstraict chascune partie de 20, que les restes soient semblables quarrez.

CON-

CONSTRVCTION.

Soit la racine du nombre requis 1 ① + quelque nombre Arithmetique duquel le quarré n'excede point à 20, dont la raison appa-roistra en la reduction, son quarré pour le quarré requis	1 ② + 4 ① + 4	$\frac{625}{36}$
Or il est notoire, que si du mesme on soubstraict les 4 ① + 4, que la reste 1 ② sera valeur de nombre quarré à sa racine commensurable: mais si on en soubstraict 2 ① + 3, la reste sera 1 ② + 2 ① + 1, qui (veu que sa racine est 1 ① + 1) sera aussi valeur de quarré à sa racine commensurable; Doncques pour l'une partie de 20, posons	4 ① + 4	$\frac{76}{6}$
Et pour l'autre partie de 20, posons	2 ① + 3	$\frac{44}{6}$
Or quelle de ces deux parties on soubstraict du quarré premier en l'ordre, il est notoire que la reste sera valeur de quarré selon la question: Reste maintenant que leur somme, qui est	6 ① + 7	$\frac{120}{6}$
Soit egale à	20	

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à 13, & par le 67 probleme 1 ① vaut $\frac{13}{6}$.

Ie di que $\frac{76}{6}$ & $\frac{44}{6}$ sont les deux parties de 20 requises. Item, que $\frac{625}{36}$ est le quarré requis. *Demonstration.* La somme de $\frac{76}{6}$ & $\frac{44}{6}$ est 20, ce sont doncques les deux parties de 20. Item la racine de $\frac{625}{36}$, est $\frac{25}{6}$, c'est doncques quarré à sa racine commensurable. Puis soubstraict $\frac{76}{6}$ du quarré $\frac{625}{36}$, la reste est quarré $\frac{169}{36}$, duquel la racine $\frac{13}{6}$. Item soubstraict $\frac{44}{6}$ du mesme quarré $\frac{625}{36}$, la reste est $\frac{361}{36}$, duquel la racine est $\frac{19}{6}$, qui sont à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

QVESTION XVII.

TRouvons deux nombres en raison triple tels, que chascun adjousté à nombre quarré à sa racine commensurable comme 9, les sommes soyent semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

On prendra 1 ① + la racine de 9 qui est 3, son quarré 1 ② + 6 ① + 9, du mesme soubstraict le quarré donné 9, reste pour le moindre nombre requis 1 ② + 6 ① | 1080

Son triple pour le majeur nombre requis 3 ② + 18 ① | 3240

Au mesme ajousté (selon la question) 9, la somme est 3 ② + 18 ① + 9 | 3249

Egale à quelque quarré duquel le costé soit binomie disioinct, duquel le premier nom soit d'autant des ①, que leur potence quarré soit plus que 3 ② du troisiesme en l'ordre, & que le second nom, soit la racine de 9 donnée. la raison de ces choses apparoistra en la reduction; Soit tel binomie 2 ① — 3, son quarré sera 4 ② — 12 ① + 9 | 3249

Lesquels reduicts 1 ① sera egale à 30.

Je di, que 1080 & 3240 sont les nombres requis. *Demonstration.* Les 3240 sont en raison triple aux 1080. Item ajousté 9 à 3240, faict quarré 3249, sa racine 57. Item ajousté 9 à 1080 faict quarré 1089, sa racine 33; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVIII.

TRouvons trois nombres tels, que donnant le premier sa $\frac{1}{5}$ plus 6 au second: Le second sa $\frac{1}{6}$ plus 7 au troisiesme: le troi-

le troisiesme sa $\frac{1}{7}$ plus 8 au premier: Qu'alors ils soyent tous egaux.

Voila les motz selon Diophante, mais pour les mieux accommoder à conformité de la construction, nous mettrons la mesme question autre fois ainsi:

TRouvons trois nombres tels, que de la somme du second & la $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, soubstraict la $\frac{1}{6}$ du second + 7; Item de la somme du troisiesme & la $\frac{1}{6}$ du second plus 7, soubstraict la $\frac{1}{7}$ du troisiesme plus 8; Item de la somme du premier & la $\frac{1}{7}$ du troisiesme plus 8, soubstraict la $\frac{1}{5}$ du premier plus 6: Les trois restes soyent egales.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 5 ① | $\frac{90}{7}$

Et le second soit 6 ① | $\frac{108}{7}$

La somme du second nombre & la $\frac{1}{5}$ du premier & 6 est 7 ① + 6, des mesmes soubstraict la $\frac{1}{6}$ du second + 7, reste pour premiere reste requise 6 ① — 1 | $\frac{101}{7}$

Ergo la troisiesme reste, egale à la premiere, selon la question est aussi 6 ① — 1 | $\frac{101}{7}$

Or estant trouvées ces deux restes, ensemble le premier & second nombre, il faut par les mesmes trouver le troisiesme nombre en ceste sorte: Au reste 6 ① — 1 ajousté 1 ①, pour la $\frac{1}{5}$ du premier & + 6, la somme est 7 ① + 5, & des mesmes soubstraict le premier nombre requis 5 ① & plus 8, reste pour la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre requis 2 ① — 3; ergo son sextuple pour le troisiesme nombre requis est 14 ① — 21 | $\frac{105}{7}$

Or estant trouvez les trois nombres requis, il faut que la seconde reste que nous trouverons par les mesmes, soit aussi (comme le troisiesme en l'ordre) 6 ① — 1. Il faut donc (selon la question) de la somme du troisiesme nombre 14 ① — 21 & $\frac{1}{6}$ du second, qui est 1 ①, & 7, laquelle somme est 15 ① — 14, soubstraire la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre, qui est 2 ① — 3 & + 8, reste pour seconde reste requise 13 ① — 19 | $\frac{101}{7}$

Egale à la premiere reste requise 6 ① — 1 | $\frac{101}{7}$

Lesquels reduicts 7 ① seront egales à 18; & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{18}{7}$.

Je di, que $\frac{90}{7}$ $\frac{108}{7}$ $\frac{105}{7}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* De $\frac{168}{7}$ (qui est la somme du second $\frac{108}{7}$, & la $\frac{1}{5}$ du premier $\frac{18}{7}$ plus 6) soubstraict $\frac{67}{7}$ (somme de $\frac{18}{7}$ pour la $\frac{1}{6}$ du second nombre, & 7) reste $\frac{101}{7}$. Item de $\frac{172}{7}$ (somme du troisiesme nombre $\frac{105}{7}$, & la $\frac{1}{6}$ du second nombre $\frac{18}{7}$ & 7) soubstraict $\frac{71}{7}$ (somme de $\frac{15}{7}$ pour la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre, & 8) reste aussi $\frac{101}{7}$. Item de $\frac{161}{7}$ (somme du premier nombre $\frac{90}{7}$, & la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre $\frac{15}{7}$ & 8) soubstraict $\frac{60}{7}$ (somme de $\frac{18}{7}$ pour la $\frac{1}{5}$ du premier, & 6) reste aussi $\frac{101}{7}$. Les trois restes doncques sont egales, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIX.

NOTA.

Ceste 19 question est semblable à la precedente 18, discordant seulement en cela, que l'on demande icy que la somme des trois nombres requis soit 80; Dont la solution de Diophante n'est pas bonne. Xylander l'a voulu amender, mais il y a de l'erreur en sa solution aussy bien qu'en celle de Diophante. Nous experimenterons l'operation par postposées quantitez selon que SON EXCELLENCE l'a calculé, comme il en a faict de mesme en plusieurs questions de celles qui ont besoing de Theoreme.

Partons 80 en trois nombres tels, que de la somme du second & $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, soubstraict la $\frac{1}{6}$ du second plus 7: Puis de la somme du troisiesme, & la $\frac{1}{6}$ du second plus 7, soubstraict la $\frac{1}{7}$ du troisiesme plus 8: Puis de la somme du premier & $\frac{1}{7}$ du troisiesme plus 8, soubstraict $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, que les trois restes soyent egales.

Premiere partie de l'operation.

SON EXCELLENCE a pour le premier nombre, ou pour la premiere partie requise de 80 mis 1①.

Quant à la deuxiesme, veu qu'il y auroit quelque difficulté, & qu'il requereroit beaucoup d'imagination, de la mettre en telles parties, comme la premiere en faict 1①, ou de le trouver par quelque autre practique, il mettoit pour icelle deuxiesme partie 1 *sec.* ①.

Ce qui estant ainsi, le troisiesme sera necessairement de $-$ 1① $-$ 1 *sec.* ① $+$ 80.

Or avec ces trois nombres suivi le contenu de la question, à sçavoir de la somme du second nombre & $\frac{1}{5}$ du premier $+$ 6, soubstraict la $\frac{1}{6}$ du second $+$ 7, il y demeure pour premiere reste $\frac{5}{6}$ *sec.* ① $+$ $\frac{1}{5}$① $-$ 1.

Puis de la somme du troisiesme nombre, & la $\frac{1}{6}$ du second $+$ 7, soubstraict la $\frac{1}{7}$ du troisiesme $+$ 8, il y demeure pour deuxiesme reste $-$ 6① $-$ $\frac{29}{42}$ *sec.* ① $+$ $\frac{475}{7}$.

Les susdites deux restes doivent estre egales, selon le contenu de la question. parquoy il les reduisoit, suivant la reigle, & trouvoit finalement 1 *sec.* ① *Egale à* $-$ $\frac{111}{160}$ $+$ 45.

Deuxies-

Deuxiesme partie de l'operation.

Or ayant ainsi trouvé que la 1 *sec.* ① mise pour le deuxiesme nombre, ou partie deuxiesme en l'ordre, est egale en quantitez premierement posées avec $-\frac{111}{160}$ ① $+$ 45, il a recommencé une nouvelle operation, entierement de quantitez premierement posées, comme s'ensuit.

Pour premier nombre ou premiere partie requise de 80 soit posé 1 ①.

Pour le second nombre $-\frac{111}{160}$ ① $+$ 45.

Pour mettre maintenant le troisiesme, on faut sçavoir la valeur de $-$ 1 *sec.* ①, estant au nombre du troisiesme en l'ordre de la premiere operation, laquelle se trouve, disant, 1 *sec.* ① vaut $-\frac{111}{160}$ ① $+$ 45, combien $-$ 1 *sec.* ①? vient $\frac{111}{160}$ ① $-$ 45; cela mis au lieu de la susdite $-$ 1 *sec.* ①, & l'adjoustant avec les autres deux $-$ 1 ① & $+$ 80, alors pour le troisiesme nombre ou partie requise de 80 viendra $-\frac{49}{160}$ ① $+$ 35.

Or avec ces trois nombres suivi le contenu de la question, à sçavoir de la somme du deuxiesme nombre, & la $\frac{1}{5}$ du premier $+$ 6, soubstraict la $\frac{1}{6}$ du deuxiesme $+$ 7, il y demeure pour premiere reste $-\frac{121}{320}$ ① $+\frac{73}{2}$.

Et ainsi se trouvera la deuxiesme reste aussi de $-\frac{121}{320}$ ① $+\frac{73}{2}$.

Et la troisiesme reste de $-\frac{121}{160}$ ① $+$ 7.

Or doncques estant ceste troisiesme reste egale à chascune des deux precedentes, à sçavoir $\frac{121}{160}$ ① $+$ 7, egale avec $-\frac{121}{320}$ ① $+\frac{73}{2}$, il les a reduit suivant la reigle, & trouvoit finalement 1 ① valoir ou faire $\frac{9440}{363}$, pour la premiere partie : Et les $\frac{111}{160}$ ① $+$ 45 faire $\frac{9786}{363}$, pour la deuxiesme partie ; & les $-\frac{49}{160}$ ① $+$ 35 faire $\frac{9814}{363}$, pour la troisiesme partie.

Demonstration. Les susdits trois nombres font ensemble 80, comme parties integrantes d'iceux 80, & quand on en fait selon le contenu de la question, on trouve les trois restes requises egales, chascune de $\frac{9680}{363}$, comme il appartient. *Conclusion.* Nous avons donc parti 80 en trois nombres tels, que de la somme du second, &c.

QVESTION XX.

Trouvons trois nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels que la difference du maieur au moyen soit triple à la difference du moyen au moindre.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre quarré requis	1②	$\frac{25}{4}$
Et le costé du moyen soit 1 ① plus quelque nombre comme 1, son quarre pour le moyen quarré sera	1② + 2 ① + 1	$\frac{49}{4}$
La difference du moindre quarré au moien, est 2 ① + 1, son triple 6 ① + 3, qui ajousté au moyen quarré (à fin que le majeur quarré excede au moyen le triple de la difference du moyen au moindre) faict pour le majeur quarré	1② + 8 ① + 4	$\frac{121}{4}$
Egal à quelque quarré fingé, duquel le costé soit 1 ① & plus quelque nombre Arithmetique. Mais tel que les ① & nombre Arithmetique de tel quarre, n'excedent pas (chascun à son espece) les 8 ① + 4, mais que l'un excede & que l'autre soit excedé, dont la raison appert en la reduction; soit tel costé 1 ① + 3, son quarré	1② + 6 ① + 9	$\frac{121}{4}$

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 5, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{5}{2}$.

Je di,

Je di que $\frac{25}{4}$. $\frac{49}{4}$. $\frac{121}{4}$. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Que les nombres $\frac{25}{4}$. $\frac{49}{4}$. $\frac{121}{4}$. ſont quarrez à leurs racines commenſurables, eſt manifeſte. Item la difference 18 du majeur quarré au moyen, eſt triple à la difference 6 du moyen au moindre. ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXI.

TRouvons deux nombres tels, que le premier avec le quarré du ſecond; Item le ſecond, avec le quarré du premier, ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①	$\frac{3}{13}$
Ergo le quarré du premier nombre	1②	$\frac{9}{169}$
Le ſecond nombre ſoit tel, qu'aiouſté au quarré du premier nombre, donne pour ſomme un quarré ſelon la queſtion, lequel ſe trouve en ceſte ſorte: on prendra le quarré de 1① plus quelque nombre Arithmetique, ſoit 1, deſquels le quarré eſt 1② + 2① + 1, des meſmes on prendra pour ſecond nombre requis (car à 2① + 1, ajouſté le quarré du premier nombre 1②, faict 1② + 2① + 1, qui aura valeur conforme à la queſtion, veu que ſa racine eſt 1① + 1) les	2① + 1	$\frac{19}{13}$
Son quarré pour quarré du ſecond nombre	4② + 4① + 1	$\frac{361}{169}$
Somme du premier nombre, & du quarré du ſecond nombre, eſt	4② + 5① + 1	$\frac{400}{169}$
Egale à quelque quarré ſelon la queſtion, lequel ſe fingera tel, qu'il en puiſſent ſortir des termes egaux convenables, qui ſera duquel le coſté 2①, & encore quelque nom-		

 bre

bre Arithmetique tel que les ① & nombre Arithmetique n'excedent pas (chascun à son espece) les 5 ① + 1, mais que l'un excede, & que l'autre soit excedé, comme — 2 (dont la raison appert en la reduction) le quarré sera 4 ② — 8 ① + 4 | $\frac{400}{169}$

Lesquels reduicts 13 ① seront egales à 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{13}$.

Je di, que $\frac{3}{13}$ & $\frac{19}{13}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le premier nombre $\frac{3}{13}$, avec le quarré du second $\frac{361}{169}$, faict quarré $\frac{400}{169}$, sa racine $\frac{20}{13}$. Item le second nombre $\frac{19}{13}$, avec le quarré du premier $\frac{9}{169}$, faict quarré $\frac{256}{169}$, sa racine $\frac{16}{13}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le moindre soubstraict du quarré du majeur, & le maieur du quarré du moindre, les restes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre 1 ①, & plus quelque nombre Arithmetique, comme 1 ① + 1 | $\frac{8}{5}$

Ergo le quarré du moindre nombre 1 ② + 2 ① + 1 | $\frac{64}{25}$

Le majeur nombre soit tel, que le mesme soubstraict du quarré du moindre, il y en reste un quarré selon la question, lequel nombre sera tousiours les ① & nombre Arithmetique du quarré du premier nombre (car les mesmes soubstraicts dudict quarré, restera encore 1 ②, de la-de laquelle la valeur sera quarré selon la question) qui soit 2 ① + 1 | $\frac{11}{5}$

Son quarré pour quarré du second nombre 4 ② + 4 ① + 1 | $\frac{121}{25}$

Puis soubstraict le moindre nombre du quarré du second nombre, reste 4 ② + 3 ① | $\frac{81}{25}$

Egal a quelque quarré selon la question, lequel on fingera tel, qu'il y en puissent sortir termes egaux convenables, qui sera prenant quelques ① desquels le quarré soit plus que 4 ② (dont la raison appert en la reduction) soyent 3 ①, son quarré 9 ② | $\frac{81}{25}$

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{5}$.

Je di, que $\frac{8}{5}$ & $\frac{11}{5}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le moindre nombre $\frac{8}{5}$, soubstraict du quarré du majeur nombre $\frac{121}{25}$, reste quarré $\frac{81}{25}$, sa racine $\frac{9}{5}$. Item le maieur nombre $\frac{11}{5}$, soubstraict du quarré du moindre nombre $\frac{64}{25}$, reste $\frac{9}{25}$, sa racine $\frac{3}{5}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chascun, ajousté à la somme des deux nombres, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre 1 ① | $\frac{1}{4}$

Ergo le quarré du moindre nombre 1 ② | $\frac{1}{16}$

Or pour trouver le majeur nōbre, on prendra la potence quarrée de quelque ① plus quelque nombre Arithmetique, soit de 1 ① + 1, son quarré 1 ② + 2 ① + 1, du mesme soubstraict

 1 ② + 1 ①,

1 ② + 1 ①, pour le moindre nombre & son quarré (car ainsi la somme du quarré du premier nombre, & des deux nombres 1 ② + 2 ① + 1, vaudra nombre quarré selon la question, veu que son costé est 1 ① + 1) reste pour le majeur nombre 1 ① + 1 | $\frac{5}{4}$

Son quarré pour quarré du maieur nombre 1 ② + 2 ① + 1 | $\frac{25}{16}$

Somme du quarré du majeur nombre & des deux nombres requis est 1 ② + 4 ① + 2 | $\frac{49}{16}$

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sortent termes egaux convenables comme souventesfois a esté dict ci dessus, soit duquel le costé 1 ① — 2, ergo le quar. 1 ② — 4 ① + 4 | $\frac{49}{16}$

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 2, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{4}$.

Je di, que $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$ sont les deux nombres requis.

Demonstration. Du moindre nombre $\frac{1}{4}$, le quarré est $\frac{1}{16}$, qui aiousté à $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$, faict quarré $\frac{25}{16}$, sa racine $\frac{5}{4}$. Item du majeur nombre $\frac{5}{4}$, le quarré est $\frac{25}{16}$, qui ajousté a $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$, faict quarré $\frac{49}{16}$, sa racine $\frac{7}{4}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIV.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que du quarré de chascun, soubstraict la somme des deux nombres, les restes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis 1 ① | $\frac{5}{2}$

Ergo le quarré du moindre nombre 1 ② | $\frac{25}{4}$

Or pour trouver le maieur nombre, on prendra

le

le quarré de quelque ①, plus quelque nombre Arithmetique, soit de 1 ① + 1, son quarré est 1 ② + 2 ① + 1, du mesme soubstraict 1 ② + 1 ①, pour le moindre nombre & son quarré (car ainsi aviendra, que du quarré du majeur nombre, qui sera 1 ③ + 2 ① + 1, soubstraict les deux nombres requis, qui sont ensemble 2 ① + 1, restera 1 ②, de laquelle la valeur sera quarré conforme à la question) reste pour majeur nombre requis 1 ① + 1 | $\frac{7}{2}$

Son quarré pour quarré du maieur nombre 1 ② + 2 ① + 1 | $\frac{49}{4}$

Puis du quarré du moindre nombre, soubstraict la somme des deux nombres requis 2 ① + 1, reste 1 ② — 2 ① — 1 | $\frac{1}{4}$

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sortent termes egaux convenables, soit duquel le costé 1 ① — 3, ergo le quarré 1 ② — 6 ① + 9 | $\frac{1}{4}$

Lesquels reduicts, 4 ① seront egales à 10, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{5}{2}$.

Je di, que $\frac{5}{2}$ & $\frac{7}{2}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration*. Du quarré du moindre nombre requis $\frac{25}{4}$, soubstraict la somme des deux nombres $\frac{5}{2}$ & $\frac{7}{2}$ qui est $\frac{24}{4}$, reste quarré $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$. Item du quarré du majeur nombre $\frac{49}{4}$, soubstraict ladicte somme $\frac{24}{4}$, reste $\frac{25}{4}$, sa racine $\frac{5}{2}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

QVESTION XXV.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur somme, aiousté à chascun nombre: Les sommes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des quarrez	1 ②	$\frac{1}{121}$
Et le moindre nombre requis soit tel, qu'ajousté à la somme des quarrez, la somme soit quarré selon le requis, soit	3 ②	$\frac{3}{121}$
Et le majeur nombre soit aussi tel, qu'ajousté à la somme des quarrez (qui est le premier en l'ordre) la somme soit quarré selon le requis, soit	8 ②	$\frac{8}{121}$
La somme des deux nombres requis est 11 ②, son quarré	121 ④	$\frac{1}{121}$
Egal au premier en l'ordre	1 ②	$\frac{1}{121}$

Lesquels reduicts 121 ② seront egales à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{11}$.

Je di, que $\frac{3}{121}$ & $\frac{8}{121}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme des deux nombres $\frac{3}{121}$ & $\frac{8}{121}$, est $\frac{11}{121}$, son quarré $\frac{121}{14641}$, au mesme aiousté le moindre nombre $\frac{3}{121}$, faict quarré $\frac{1484}{14641}$, sa racine $\frac{22}{121}$. Item audict quarré $\frac{121}{14641}$, aiousté le majeur nombre $\frac{8}{121}$, faict quarré $\frac{1089}{14641}$, sa racine $\frac{33}{121}$, ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVI.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que du quarré de leur somme, soubstraict chascun nombre, les restes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CON-

CONSTRVCTION.

On prendra quelque nombre quarré à sa racine commensurable, soit 16, puis on choisira quelques deux nombres qui soubstraicts de 16, donnent pour restes semblables quarrez, soyent 7 & 12. Ces trois nombres nous serviront au propost comme s'ensuit: Posons pour le quarré de la somme des nombres requis	16 ②	$\frac{256}{361}$
Et le moindre nombre requis	7 ②	$\frac{112}{361}$
Et le majeur nombre requis	12 ②	$\frac{192}{361}$
La somme des nombres requis est 19 ②, son quarré	361 ②	$\frac{256}{361}$
Egal au premier en l'ordre	16 ②	$\frac{256}{361}$

Lesquels reduicts 361 ② seront egales à 16, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{4}{19}$.

Ie di, que $\frac{112}{361}$ & $\frac{192}{361}$ sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* La somme des deux nombres requis est $\frac{304}{361}$, son quarré $\frac{256}{361}$, du mesme soubstraict le moindre nombre requis $\frac{112}{361}$, reste quarré, $\frac{144}{361}$, sa racine $\frac{12}{19}$. Item du mesme quarré $\frac{256}{361}$, soubstraict le majeur nombre requis $\frac{192}{361}$, reste quarré $\frac{64}{361}$, sa racine $\frac{8}{19}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que chascun avec le produict des deux nombres, soit quarré à sa racine commensurable, & que la somme des deux racines soit 6.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{37}{27}$
Et le second nombre sera tel, que le mesme multiplié par le premier, & au produict		

aiousté

ajousté le premier, la somme soit quarré selon la question, doncques le second nombre soit 4 ① — 1 | $\frac{121}{27}$

Car ainsi sera le produict du premier & second 4 ② — 1 ①, auquel ajousté le premier nombre 1 ①, fera quarré selon la question, à sçavoir pour premier quarré 4 ②, sa racine quarrée 2 ① | $\frac{74}{27}$

Puis au produict du premier & second nombre 4 ② — 1 ① ajoustant le second nombre faict pour second quarré 4 ② + 3 ① — 1 | $\frac{7744}{729}$

Or puis que la racine du premier quarré est 2 ①, la racine du second quarré (car leur somme doibt estre 6 selon la question) sera — 2 ① + 6, desquels le quarré egal au second quarré, est 4 ② — 24 ① + 36 | $\frac{7744}{729}$

Lesquels reduicts, 27 ① seront egales à 37, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{37}{27}$.

Je di, que $\frac{37}{27}$ & $\frac{121}{27}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict des deux nombres $\frac{37}{27}$ & $\frac{121}{27}$ est $\frac{4477}{729}$, au mesme ajousté le premier nombre $\frac{37}{27}$ faict quarré $\frac{5476}{729}$, sa racine $\frac{74}{27}$. Item audict produict $\frac{4477}{729}$, ajousté le second nombre $\frac{121}{27}$, faict quarré $\frac{7744}{729}$, sa racine $\frac{88}{27}$. Item la somme des racines $\frac{74}{27}$ & $\frac{88}{27}$ est 6 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVIII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que chascun soubstraict de leur produict, les restes soyent nombres quarrez à leurs racines commensurables; Et que la somme de leurs racines soit 5.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1 ① | $\frac{26}{17}$

Et le

Et le ſecond nombre ſera tel, que multiplié par le premier, & du produict ſoubſtraict le premier, le reſte ſoit quarré ſelon la queſtion, doncques le ſecond nombre ſoit 4 ① + 1 $\frac{121}{17}$

Car ainſi ſera le produict du premier & ſecond, 4 ② + 1 ①, duquel ſoubſtraict le premier nombre 1 ①, la reſte eſt quarré ſelon la queſtion; à ſçavoir pour premier quarré 4 ②, ſa racine pour racine du premier quarré 2 ① $\frac{52}{17}$

Puis du produict du premier & ſecond nombre 4 ② + 1 ①, ſoubſtraict le ſecond nombre requis 4 ① + 1, reſte pour ſecond quarré 4 ② — 3 ① — 1 $\frac{1089}{289}$

Or puis que la racine du premier quarré eſt 2 ①, la racine du ſecond quarré (car leur ſomme doibt eſtre 5 ſelon la queſtion) ſera — 2 ① + 5, deſquels le quarré egal au ſecond quarré, eſt 4 ② — 20 ① + 25 $\frac{1089}{289}$

Leſquels reduicts 17 ① ſeront egales à 26, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{26}{17}$.

Je di, que $\frac{26}{17}$ & $\frac{121}{17}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration*. Le produict des deux nombres $\frac{26}{17}$ & $\frac{121}{17}$, eſt $\frac{3146}{289}$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $\frac{26}{17}$, reſte quarré $\frac{2704}{286}$, ſa racine $\frac{52}{17}$. Item dudict produict $\frac{3146}{289}$, ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{121}{17}$, la reſte eſt quarre $\frac{1089}{289}$, ſa racine $\frac{33}{17}$. Item la ſomme des racines $\frac{52}{17}$ & $\frac{33}{17}$ eſt 5 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA.

Xylander ſe dict avoir amendé aux propoſitions ſuivantes quelques erreurs du texte Grecq, mais il ſemble qu'il qu'il y deffaut encore quelque chose, nous declarerons le texte de Diophante de mot à mot comme s'ensuit.

QVESTION XXIX.

Trouvons deux nombres quarrez tels, que leur produict adjousté à chascun d'iceux nombres, les sommes soient quarrez. Soit l'un des quarrez que l'on cherche 1 Q, l'autre 1, à sçavoir quarré, leur produict sera 1 Q, le mesme aiousté à chascun doibt faire quarré. la chose doncques est demenée jusques a la; qu'il nous faut trouver quel quarré avec unité face quarré. Posons que le quarré que je cherce soit le produict des mesmes 1 Q, auquel si on ajouste 1, faict 1 Q + 1, egal à quarré. Ie finge quarre duquel le costé 1 N — 2, le mesme (à sçavoir 1 Q + 4 — 4 N) s'egale à 1 Q + 1, & 1 N vaut $\frac{3}{4}$, & les nombres sont $\frac{9}{16}$ & $\frac{16}{16}$, desquels le produict avec unité est quarré.

Or à ce produict si l'on ajouste aussi l'autre, il faut qu'il face quarré, lequel produict estant $\frac{9}{16}$, nous les proposerõs tous en quarrez, qui est leur sedecuple 9 Q + 9. Le mesme doncques est egal à quarré. ie finge quarré duquel le costé 3 N — 4, le mesme est 9 Q + 16 — 24 N, & 1 N faict $\frac{7}{24}$, & l'un sera $\frac{324}{576}$, & l'autre $\frac{49}{576}$, & font ce que l'on requeroit.

QVESTION XXX.

Trouvons deux nombres quarrez tels, que de leur produict soubstraict chascun nombre, la reste soit quarré. Or si je pose autre fois l'un 1 Q, l'autre 1; Leur produict sera 1 Q, & faut aussi que soubstraict 1, la reste soit quarré. la chose doncques est demenée jusques à la, qu'il faut trouver quelque quarré, duquel soubstraict unité, demeure quarré, le mesme est $\frac{25}{16}$. duquel soubstraict unité, à sçavoir $\frac{16}{16}$, reste quarré $\frac{9}{16}$. Prenons leur sedecuple

ple. Je pose doncques l'un 1 Q, l'autre 25, desquels le produict est quarré. Mais de ces 25 Q, soubstraict 25, reste 25 Q — 25. qui s'egale à quelque quarré; Je finge le quarre du costé 1 N — 4, lequel quarré est 1 Q + 16 — 8 N, & s'egale à 25 Q — 25, & se faict le nombre $\frac{17}{8}$. Doncques l'un nombre sera $\frac{289}{94}$, & l'autre $\frac{100}{64}$, ce qui satisfaict au requis.

QVESTION XXXI.

Trouvons deux nombres tels, qu'a leur produict ajousté leur somme, & dudict produict soubstraict leur somme, que somme & reste soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Il est premierement à noter comme pour theoreme qu'a la somme des quarrez de deux nombres Arithmetiques quelconques, ajouste le double de leur produict, ou de ladicte somme, soubstraict ledict double de leur produict; que la somme & reste seront quarrez à leurs racines commensurables. Soyent par exemple 2 & 3, la somme de leurs quarrez est 13, à laquelle ajousté le double du produict de 2 & 3, qui est 12, faict 25. le mesme 12 soubstraict de 3, reste 1. Doncques comme dict est, la somme (qui est 25) & reste (qui est 1) sont quarrez à leurs racines commensurables.

Peurtant posons le cas que le produict des nombres requis soit 13 ②; & que le premier nombre requis soit	1 ①	$\frac{91}{6}$
Ergo le second nombre requis (à fin que leur produict soit 13 ②) sera	13 ①	$\frac{91}{6}$
Leur produict	13 ②	$\frac{637}{36}$
Si on ajouste aux mesmes (selon le theoreme ci dessus) 12 ②, ou si des mesmes on soub-		

ſtraict 12 (2), la ſomme & reſte ſeront quarrez ſelon la queſtion, doncques 12 (2) | $\frac{98}{6}$

Seront egales à la ſomme du premier & ſecond nombre 14 (1) | $\frac{98}{6}$

Leſquels reduicts 12 (1) ſeront egales à 14, & par le 67 probleme 1 (1) vaudra $\frac{7}{6}$.

Je di, que $\frac{7}{6}$ & $\frac{91}{6}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{7}{6}$ & $\frac{91}{6}$, eſt $\frac{637}{36}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{7}{9}$ & $\frac{91}{6}$, qui eſt $\frac{98}{6}$, faict $\frac{1225}{36}$, duquel la racine $\frac{35}{6}$. Item dudict produict $\frac{637}{36}$, ſoubſtraict leſdictes $\frac{98}{6}$, reſte quarre $\frac{49}{36}$, ſa racine $\frac{7}{6}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXII.

TRouvons deux nombres Arithmetiques deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & tels qu'a leur produict ajouſté leur ſomme, & du meſme produict ſoubſtraict leur ſomme; Somme & reſte ſoyent ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Il eſt premierement à noter comme pour theoreme (qui eſt ſemblable au theoreme de la precedente 31 queſtion) que le double du produict de deux nombres, ajouſté aux deux quarrez des nombres, ou ſoubſtraicts des meſmes quarrez, que ſomme & reſte ſeront quarrez à leurs racines commenſurables. Soyent par exemple deux nombres 4 & 2, leur produict eſt 8, le double 16, qui ajouſté aux deux quarrez des nombres, qui ſont 16 & 4, la ſomme eſt 36; Ou ſi on ſoubſtraict les meſmes 16 deſdicts quarrez 20, reſte 4. Doncquez comme dict eſt, la ſomme (qui eſt 36) & la reſte (qui eſt 4) ſont quarrez à leurs racines commenſurables.

Pourtant poſons le cas que la ſomme des deux |

nom-

nombres requis soit 20 ②, & que le premier
nombre requis soit 2 ① | $\frac{6}{4}$
Ergo le second nombre (à fin que le produict
de leurs quarrez soit 20 ②) sera 10 ① | $\frac{30}{4}$
La somme de leurs quarrez 20 ② | $\frac{180}{16}$
Si on adjouste aux mesmes, 16 ②, ou si des mesmes on soubstraict 16 ②, la somme & reste seront (par le theoreme cy dessus) quarrez selon la question, doncques 16 ② | 9
Seront egales à la somme du premier & second nombre, qui est 12 ① | 9

Lesquels reduicts 16 ① seront egales à 12, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{4}$.

Je di, que $\frac{6}{4}$ & $\frac{3}{4}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme des nombres $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$, est quarré $\frac{36}{4}$, sa racine $\frac{6}{2}$. Item le produict de $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$, est $\frac{180}{4}$; au mesme ajousté ladicte somme $\frac{36}{4}$, la somme est quarré $\frac{324}{16}$, sa racine $\frac{18}{4}$, Item dudict produict $\frac{180}{16}$, soubstraict ladicte somme $\frac{36}{4}$, reste quarré $\frac{36}{16}$, sa racine $\frac{6}{4}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIII.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré du premier, ajousté au second; Et le quarré du second, ajousté au troisiesme; Et le quarré du troisiesme, ajousté au premier, les sommes soyent semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① | $\frac{71}{57}$
Puis il faut noter comme pour theoreme que tout nombre Arithmetique excedant le double de un autre en 1, & ajousté au quarré du moindre nombre, faict quarré

 à sa

à sa racine commensurable. Soit par exemple 2, & son double plus 1 est 5, doncques 5 ajousté au quarré de 2 qui est 4, faict 9, quarrè à sa racine commensurable. Qui estant ainsi s'ensuit qu'on pourra mettre pour le second nombre requis, le double du premier plus 1, le second nombre donçques sera 2①+1 | $\frac{71}{57}$

Et pour mesme raison le troisiesme nombre sera le double du second plus 1, à sçavoir 4①+3 | $\frac{199}{57}$

Et ainsi au quarré du premier nombre qui est 1②, ajousté le second nombre, faict quarré selon la question 1②+2①+1 | $\frac{4096}{3249}$

Item au quarré du second nombre, qui sera 4②+4①+1, ajousté le troisiesme nombre, faict quarré 4②+8①+4 | $\frac{16384}{3249}$

Puis au quarre du troisiesme nombre, qui sera 16②+24①+9, ajousté le premier nombre, faict 16②+25①+9 | $\frac{40000}{3249}$

Egales à quelque quarré selon la question, lequel on fingera tel, qu'il y en peuvent sortir egaux termes convenables, soit duquel le costé 4①−4, son quarré 16②−32①+16 | $\frac{40000}{3249}$

Lesquels reduicts 57① seront egales à 7, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{7}{57}$.

Je di, que $\frac{7}{57}$ & $\frac{71}{57}$ & $\frac{199}{57}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le quarré du premier nombre $\frac{7}{57}$ est $\frac{49}{3249}$, au mesme ajousté le second nombre $\frac{71}{57}$, faict quarré $\frac{4096}{3249}$, sa racine $\frac{14}{57}$. Item le quarré du second nombre $\frac{71}{57}$, est $\frac{5041}{3249}$, au mesme ajousté le troisiesme $\frac{199}{57}$, faict quarre $\frac{16384}{3249}$, sa racine $\frac{128}{59}$. Item

le quar-le quarré du troisiesme nombre $\frac{199}{57}$, est $\frac{39601}{3249}$, au mesme ajousté le premier nombre $\frac{7}{57}$, faict quarré $\frac{40000}{3249}$, sa racine $\frac{200}{57}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis ; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIV.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré du premier soubstraict le second, Item du quarré du second, soubstraict le troisiesme ; Item du quarré du troisiesme, soubstraict le premier, les trois restes soyent quarrez à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1① + 1 | $\frac{16}{9}$

Puis il faut noter comme pour theoreme, que tout nombre Arithmetique d'unité moindre que le double d'un autre nombre, & du quarré du moindre, soubstraict le majeur nombre, la reste est nõbre quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 3, puis 5, qui est d'unité moindre que le double dudict 3, puis soubstraict 5 du quarré de 3, qui est 9, reste quarré 4, à sa racine commensurable. Qui estant ainsi, s'ensuit qu'on pourra mettre pour le second nõbre requis, le double du premier moins 1, le second nombre doncques sera 2① + 1 | $\frac{23}{9}$

Et pour mesme raison le troisiesme nombre sera le double du second moins 1, à sçavoir 4① + 1 | $\frac{37}{9}$

Et ainsi du quarré du premier nombre, qui est 1② + 2① + 1, soubstraict le second nombre, reste quarré 1② | $\frac{49}{81}$

 Item

Item du quarré du second nombre, qui est 4 ② + 4 ① + 1; soubstraict le troisiesme nombre, reste quarré	4 ②	$\frac{196}{81}$
Puis du quarré du troisiesme nombre, qui est 16 ② + 8 ① + 1, soubstraict le premier nombre, reste	16 ② + 7 ①	$\frac{1225}{81}$
Egal à quelque quarré selon la question, lequel se fingera tel, qu'il y'en peuvent sortir termes egaux convenables, soit duquel le costé 5 ①, son quarré	25 ②	$\frac{1225}{81}$

Lesquels reduicts 9 ① seront egales à 7, & 1 ① par le 67 probleme vaudra $\frac{7}{9}$.

Je di, que $\frac{16}{9}$ $\frac{23}{9}$ $\frac{37}{9}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du premier nombre $\frac{16}{9}$ est $\frac{256}{81}$, du mesme soubstraict le second nombre $\frac{23}{9}$, reste quarré $\frac{49}{81}$, sa racine $\frac{7}{9}$. Item le quarré du second nombre $\frac{23}{9}$, est $\frac{529}{81}$, du mesme soubstraict le troisiesme nombre $\frac{37}{9}$, reste quarré $\frac{196}{81}$, sa racine $\frac{14}{9}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{37}{9}$, est $\frac{1396}{81}$, du mesme soubstraict le premier nombre $\frac{16}{9}$, reste quarré $\frac{1225}{81}$, sa racine $\frac{35}{9}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXV.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chascun, ajousté à la somme des trois nombres: la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Il faut premierement noter comme pour theoreme, que le quarré de la moitie de la difference du diviseur & quotient de nombres Arithmetiques, aiousté au nombre à diviser, donne pour somme un quarré à sa racine

racine commensurable. Soit par exemple 7 nombre à diviser, & diviseur 3, le quotient sera $2\frac{1}{3}$, la difference du quotient & diviseur est $\frac{2}{3}$, sa moitie $\frac{1}{3}$. son quarré $\frac{1}{9}$, ajousté a 7, faict quarré $\frac{64}{9}$, à sa racine $\frac{8}{3}$ commensurable, selon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nombres propres servans à la construction, prennons pour nombre à diviser 12, & trois diviseurs quelconques 1. 2. 3. doncques par le theoreme, la moitie de la difference procedant de nombre à diviser 12, & diviseur 1, sera $\frac{11}{2}$. Item semblable difference procedant de 12 & 2 sera 2, & de 12 & 3 sera $\frac{1}{2}$. Estant doncques $\frac{11}{2}$ & 12 nombres conformes à la question, à sçavoir tels que le quarré de $\frac{11}{2}$, ajousté à 12, donne pour somme un quarré selon la question, & ainsi des autres deux nombres, s'ensuit que $\frac{11}{2}$ & · & $\frac{1}{2}$ & 12, sont nombres servant à nostre propos en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis	$\frac{11}{2}$ ①	$\frac{11}{3}$
Et le second nombre	2 ①	$\frac{4}{3}$
Et le troisiesme	$\frac{1}{2}$ ①	$\frac{1}{3}$
Somme des trois nombres	8 ①	$\frac{16}{3}$
Egale à	12 ②	$\frac{16}{3}$

Lesquels reduicts 3 ① seront egales à 2, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{2}{3}$.

Je di, que $\frac{11}{3}$. $\frac{4}{3}$. $\frac{1}{3}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres est $\frac{16}{3}$ à la mesme ajousté $\frac{121}{9}$ (quarré du premier nombre $\frac{11}{3}$) faict quarré $\frac{169}{9}$, sa racine $\frac{13}{3}$. Item à ladicte somme $\frac{16}{3}$, ajousté $\frac{16}{9}$ (quarré du second nombre $\frac{4}{3}$) faict quarré $\frac{64}{9}$. Item à ladicte somme $\frac{16}{3}$, ajousté $\frac{1}{9}$ (quarré du troisiesme nombre $\frac{1}{3}$) faict quarré $\frac{49}{9}$, sa racine $\frac{7}{3}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il faut demonstrer.

QVESTION XXXVI.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré de chascun soubstraict la somme des trois nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Premierement il faut noter comme pour theoreme, que le nombre à diviser, soubstraict du quarré de la moitie de la somme du diviseur, & le quotient de nombres Arithmetiques, donne pour reste un quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 7 nombre à diviser & diviseur 3, le quotient sera $2\frac{1}{3}$, somme du quotient $2\frac{1}{3}$ & diviseur 3, est $5\frac{1}{3}$, sa moitie $\frac{8}{3}$, son quarré $\frac{64}{9}$, du mesme soubstraict 7, reste quarré $\frac{1}{9}$, à sa racine $\frac{1}{3}$ commensurable selon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nombres propres servans à la construction, prennons pour nombre à diviser 12, & trois diviseurs quelconques 1. 2. 3. Doncques par le theoreme, la moitie de la somme procedant de nombre à diviser 12, & diviseur 1, sera $\frac{13}{2}$. Item semblable somme procedante de 12 & 2, sera 4. Item semblable somme procedante de 12 & 3 sera $\frac{7}{2}$. Estant doncques $\frac{13}{2}$ & 12 nombres conformes à la question, à sçavoir que le quarré de $\frac{13}{2}$, soubstraict de 12, donne pour reste un quarré selon la question, & ainsi des autres deux nombres, s'ensuit que $\frac{13}{2}$ & 4 & $\frac{7}{2}$ & 12, sont nombres servant à nostre propos en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis	$\frac{13}{2}$ 1	$\frac{91}{12}$
Le second nombre	4 1	$\frac{56}{12}$
Et le troisiesme nombre	$\frac{7}{2}$ 1	$\frac{49}{12}$
Somme des trois nombres	14 1	$\frac{49}{3}$
Egale à	12 2	$\frac{49}{3}$.

Les-

Lesquels reduicts 12 (1) seront egales à 14, & par le 67 probleme 1 (1) vaudra $\frac{7}{6}$.

Je di, que $\frac{91}{12}$ $\frac{56}{12}$ $\frac{49}{12}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le quarré du premier nombre $\frac{91}{12}$, est $\frac{8281}{144}$, du mesme soubstraict la somme des trois nombres $\frac{91}{12}$ $\frac{56}{12}$ $\frac{49}{12}$, qui est $\frac{196}{12}$, reste quarré $\frac{5929}{144}$, sa racine $\frac{77}{12}$. Item le quarre de $\frac{56}{12}$ est $\frac{3136}{144}$, du mesme soubstraict ladicte somme $\frac{196}{12}$, reste quarre $\frac{784}{144}$, sa racine $\frac{28}{12}$. Item le quarré de $\frac{49}{12}$, est $\frac{2401}{144}$, du mesme soubstraict ladicte somme $\frac{196}{12}$, reste quarré $\frac{49}{144}$, sa racine $\frac{7}{12}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

TROISIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chascun, soubstraict de la somme des trois nombres, la reste soit semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{85}{125}$
Et le second nombre de ① autant qu'on veut, soyent	2 ①	$\frac{170}{125}$
Le quarré du premier nombre est	2 ②	$\frac{7225}{15625}$
Le quarré du second nombre est	4 ②	$\frac{28900}{15625}$
Somme des quarrez, laquelle on posera aussi pour somme des nombres requis (car ainsi sera satisfaict aux deux premiers nombres requis) est	5 ②	$\frac{36125}{15625}$

Puis divisant 5 ②, en deux quarrez selon la question, à sçavoir 1 ② & 4 ②, il faut diviser les mesmes 5 ② autrefois en deux quarrez, par la 10 question du 2 livre, soit en $\frac{121}{25}$ ② & $\frac{4}{25}$ ②.

Puis

Puis posons le troisiesme nombre estre racine de $\frac{4}{25}$ (2) qui est	$\frac{2}{5}$ (1)	$\frac{34}{125}$
Son quarre (qui soubstraict de la somme des nombres 5 (2) 5e en l'ordre, reste 121 (1), qui est quarré selon la question) sera	$\frac{4}{25}$ (2)	$\frac{1156}{15625}$
Doncques sa somme des trois nombres (qui sont le premier second & sixiesme en l'ordre) qui est	$3\frac{2}{5}$ (1)	$\frac{289}{125}$
Est egale à la somme des nombres cincquiesme en l'ordre, qui est	5 (2)	$\frac{289}{125}$

Lesquels reduicts 5 (1) seront egales à $3\frac{2}{5}$, & par le 67 probleme 1 (1) vaudra $\frac{17}{25}$.

Je di, que $\frac{85}{125}$ $\frac{170}{125}$ $\frac{34}{125}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du premier nombre $\frac{85}{125}$, est $\frac{7225}{15625}$, le mesme soubstraict de $\frac{289}{125}$ (qui est la somme des trois nombres requis $\frac{85}{125}$ $\frac{170}{125}$ $\frac{34}{125}$) reste quarré $\frac{28900}{15625}$, sa racine $\frac{170}{125}$. Item le quarré du second nombre $\frac{170}{125}$, est $\frac{28900}{15625}$, le mesme soubstraict de ladicte somme $\frac{289}{125}$, reste quarré $\frac{7225}{15625}$, sa racine $\frac{85}{125}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{34}{125}$, est $\frac{1156}{15625}$, le mesme soubstraict de ladicte somme $\frac{289}{125}$, reste quarré $\frac{34969}{15625}$, sa racine $\frac{187}{125}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines cómensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur somme, ajousté à chascun nombre, les sommes soyent semblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des nombres requis	1 (1)	$\frac{1}{26}$
Son quarré pour quarré de la somme des trois nombres requis, sera	1 (2)	$\frac{1}{676}$

Puis

Puis on posera les nombres requis tels, que chascun ajousté au quarré de leur somme, les sommes soyent quarrez selon la question. soit le premier nombre requis 3 ② | $\frac{3}{676}$

Et le second nombre soit 8 ② | $\frac{8}{676}$

Et le troisiesme nombre (car aioustant à chascun nombre le quarré de leur somme 1 ②, ce seront 4 ②, & 9 ②, & 16 ②, quarrez conformes à la question) soit 15 ② | $\frac{15}{676}$

Somme des trois nombres requis (qui sont le troisiesme quatriesme & cincquiesme en l'ordre) est 26 ② | $\frac{1}{26}$

Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre 1 ① | $\frac{1}{26}$

Lesquels reduicts 26 ① seront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{26}$.

Je di, que $\frac{3}{676}$ $\frac{8}{676}$ $\frac{15}{676}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres requis est $\frac{1}{26}$, son quarré $\frac{1}{676}$, au mesme aiousté le premier nombre $\frac{3}{676}$, faict quarre $\frac{4}{676}$, sa racine $\frac{2}{26}$. Item audict quarre $\frac{4}{676}$, aiousté le second nombre $\frac{8}{676}$, faict quarré $\frac{9}{676}$, sa racine $\frac{3}{26}$. Item audict quarre $\frac{1}{676}$, aiousté le troisiesme nombre $\frac{15}{676}$, faict quarré $\frac{16}{676}$, sa racine $\frac{4}{26}$; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon la question; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré de leur somme soubstraict chascun nombre, les trois restes soyent semblables quarrez.

CON-

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres requis	4 ①	$\frac{8}{17}$
Son quarré pour quarré des trois nombres requis	16 ②	$\frac{64}{289}$
Puis on poſera les nombres requis tels, que chaſcum ſoubſtraict du quarré de leur ſomme ſecond en l'ordre, les reſtes ſoyent quarrez ſelon la queſtion, ſoit le premier nombre	7 ②	$\frac{28}{289}$
Et le ſecond nombre	12 ②	$\frac{48}{289}$
Et le troiſieſme nombre (car chaſcun nombre ſoubſtraict du quarré de leur ſomme 16 ②, les reſtes ſeront 9 ②, & 4 ②, & 1 ②, quarrez conformes à la queſtion) ſoit	15 ②	$\frac{60}{289}$
Somme des trois nombres requis (qui ſont le troiſieſme & quatrieſme & cincquieſme en l'ordre) eſt	34 ②	$\frac{8}{17}$
Egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre	4 ①	$\frac{8}{17}$

Leſquels reduicts 17 ① ſeront egales à 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{2}{17}$.

Je di, que $\frac{28}{289}$, $\frac{48}{289}$, $\frac{60}{28}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres requis eſt $\frac{8}{17}$, ſon quarré $\frac{64}{289}$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $\frac{28}{289}$, reſte quarré $\frac{36}{289}$, ſa racine $\frac{6}{17}$. Item dudict quarré $\frac{64}{289}$, ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{48}{289}$, reſte quarré $\frac{16}{289}$, ſa racine $\frac{4}{17}$. Item dudict quarré $\frac{64}{289}$, ſoubſtraict le troiſieſme nombre $\frac{60}{289}$, reſte quarré $\frac{4}{289}$, ſa racine $\frac{2}{17}$; ce ſont doncques quarrés à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

QVESTION IV.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur ſomme, ſoubſtraict de chaſcun nombre, les trois reſtes ſoyent ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres requis	1 ①	$\frac{1}{17}$
Son quarré pour quarré de la ſomme des trois nombres	1 ②	$\frac{1}{289}$
Puis on poſera les nombres requis tels, que de chaſcun ſoubſtraict le quarre de la ſomme des nombres, qui eſt 1 ② ſecond en l'ordre, les reſtes ſoyent quarrez ſelon la queſtion; Soit le premier nombre	2 ②	$\frac{2}{289}$
Et le ſecond nombre	5 ②	$\frac{5}{289}$
Et le troiſieſme nombre requis (car de chaſcun nombre ſoubſtraict le quarré de la ſomme qui eſt 1 ②, les reſtes ſeront 1 ②, & 4 ②, & 9 ②, qui ſont quarrez conformes à la queſtion) ſoit	10 ②	$\frac{10}{289}$
Somme des trois nombres requis (qui ſont le troiſieſme quatrieſme & cincquieſme en l'ordre) eſt	17 ②	$\frac{1}{17}$
Egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre, qui eſt	1 ①	$\frac{1}{17}$

Leſquels reduicts 17 ① ſeront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ①, vaudra $\frac{1}{17}$.

Ie di, que $\frac{2}{289}$ $\frac{5}{289}$ $\frac{10}{289}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres $\frac{2}{289}$ $\frac{5}{289}$ $\frac{10}{289}$ eſt $\frac{1}{17}$, & ſon quarré eſt $\frac{1}{289}$, qui ſoubſtraict du premier nombre $\frac{2}{289}$, reſte quarré $\frac{1}{289}$, ſa racine $\frac{1}{17}$. Item du ſecond nombre $\frac{5}{289}$, ſoubſtraict ledict quarré $\frac{1}{289}$, reſte quarré $\frac{4}{289}$, ſa racine $\frac{2}{17}$. Item du troiſieſme

troisiesme nombre $\frac{10}{289}$, soubstraict ledict quarré $\frac{1}{289}$, reste quarré $\frac{9}{289}$, sa racine $\frac{3}{17}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION V.

Trouvons trois nombres desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & tels que chasques deux nombres excedent au troisiesme en semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des nombres requis, le quarré de 1 ① + 1 qui est | 1 ② + 2 ① + 1 | 81

Posons maintenant que le premier & second nombre, excedent au troisiesme en quelque quarré selon la question, soit en | 1 | 1

Or estant cognue la somme des trois nombres, & l'exces du premier & second au troisiesme, doncques par le theoreme cy dessoubs, le troisiesme nombre requis sera | $\frac{1}{2}$ ② + 1 ① | 40

Posons maintenant que le second & troisiesme nombre excedent au premier autre fois en quelque quarré selon la question, soit en | 1 ② | 64

Or estant cognue la somme des trois nombres, & l'exces du second & troisiesme au premier, doncques par le theoreme cy dessoubs le premier nombre requis sera | 1 ① + $\frac{1}{2}$ | $\frac{17}{2}$

Puis la somme du troisiesme & premier nombre requis, qui est $\frac{1}{2}$ ② + 2 ① + $\frac{1}{2}$, soubstraict de la somme des trois nombres, qui est le premier en l'ordre, reste pour le second nombre requis | $\frac{1}{2}$ ② + $\frac{1}{2}$ | $\frac{65}{2}$

Reste maintenant que le premier & troisiesme, excedent au second en quarré selon la question,

stion, mais la somme du premier & troisiesme nombre, qui est $\frac{1}{2}$ (2) + 2 (1) + $\frac{1}{2}$, excede au second nombre qui est $\frac{1}{2}$ (2) + $\frac{1}{2}$, en 2 (1) | 16

Les mesmes doncques sont egales à quelque quarré selon la question, soit à 16 | 16

Et par le 67 probleme 1 (1) vaudra 8.

Je di, que $\frac{17}{2}$ $\frac{65}{2}$ $\frac{80}{2}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. La somme des trois nombres $\frac{17}{2}$ $\frac{65}{2}$ $\frac{80}{2}$ est quarré 81, sa racine 9. Item la somme du premier & second nombre $\frac{82}{2}$, excede au troisiesme nombre $\frac{80}{2}$ en quarre $\frac{2}{2}$, sa racine 1. Item la somme du second & troisiesme nombre qui est $\frac{145}{2}$, excede au premier nombre $\frac{17}{2}$, en quarré $\frac{128}{2}$, sa racine 8. Item la somme du troisiesme & premier nombre qui est $\frac{97}{2}$, excede le second $\frac{65}{2}$, en quarré $\frac{32}{2}$, sa racine 4; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME DE XYLANDRE.

Soubstraict l'exces de deux nombres au troisiesme, de la somme des trois nombres: la moitie du reste sera le troisiesme nombre.

Explication du donné. Soyent donnez quelques trois nombres 2. 3. 4. *Explication du requis*. Il faut par iceux nombres demonstrer ce qui est proposé au theoreme. *Demonstration*. Si on soubstraict 1 (qui est l'exces du premier & second au troisiesme) de 9 (qui est la somme des trois nombres) reste 8, la moitie est 4, le troisiesme nombre proposé.

Or s'ensuit par ce theoreme, qu'estant la somme des trois

trois nombres 1 ② + 2 ① + 1, & l'exces du premier & second au troisiesme, qui est 1, que le troisiesme nombre sera $\frac{1}{2}$ ② + 1 ①, comme dict est en la construction de la precedente question. Car de 1 ② + 2 ① + 1 (qui est la somme des trois nombres) soubstraict 1 (qui est l'exces du premier & second au troisiesme) reste 1 ② + 2 ①, ergo sa moitie pour le troisiesme nombre sera $\frac{1}{2}$ ② + 1 ①. *Conclusion.* Soubstraict doncques l'exces des deux nombres au troisiesme, de la somme des trois nombres: La moitie du reste, sera le troisiesme nombre; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

CESTE VI. question est la mesme que la precedente V. mais elle se fera ici par autre construction telle:

CONSTRVCTION.

On trouvera premierement trois nombres quarrez à leurs racines commensurables, & desquels la somme soit semblable quarré. Soyent 4. 9. 36. desquels la somme quarré 49. Or estant cogneuz ces trois nombres & leur somme, la reste se peut faire par la precedente 5 question, ou bien par le precedent theoreme disant: si la somme des trois nombres est 49, & le premier & second excedassent le troisiesme en 4: Ergo le troisiesme sera 22 $\frac{1}{2}$. Item, si le second & troisiesme excedassent le premier en 9; Ergo le premier sera 20. Item si le troisiesme & premier excedassent le second en 36; Ergo le second sera 6 $\frac{1}{2}$; Dont la demonstration sera semblable à la demonstration de la precedente 5 question.

QVESTION VII.

TRouvons trois nombres, desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & que la somme de chasques deux, soit semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres, le quarré de 1 ① + 1 qui est	1 ② + 2 ① + 1	441
Et soit la somme du premier & second	1 ②	400
Ergo le troisiesme nombre sera	2 ① + 1	41
Soit la somme du second & troisiesme, le quarré de 1 ① — 1, qui est	1 ② — 2 ① + 1	361
Laquelle somme soubstraicte de la somme des trois nombres premier en l'ordre, reste pour le premier nombre requis	4 ②	80
Or la somme du premier & second nombre second en l'ordre, est 1 ②, de la mesme soubstraict le premier nombre 4 ①, reste pour le second nombre requis	1 ② — 4 ①	320
Reste maintenant que le troisiesme & premier nombre, qui sont ensemble	6 ① + 1	121
Soient egal à quelque quarré, lequel on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit le quarré de 11, à sçavoir	121	

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à 120, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 20.

Je di, que 80. 320. 41. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme de 80. 320. 41 est quarré 441, sa racine 21. Item, la somme du premier & second, est quarré 400, sa racine 20. Item la somme du second & troisiesme, est quarré 361, sa racine 19. Item la somme du troisiesme & premier est quarré 121, sa racine 11. Ce sont doncques quarrez à leurs racines com-

commenſurables ſelon le requis ; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VIII.

CESTE 8 queſtion eſt la meſme que la precedente 7, & differe quaſi ſeulement en cela, que la ou Diophante en la 7 a poſé 121, il poſe en la 8 queſtion 36, d'ou la ſolution pour les trois nombres requis ſera, $\frac{480}{36}$. $\frac{385}{36}$. $\frac{456}{36}$.

QVESTION IX.

TRouvons trois nombres d'egal exces, deſquels chaſques deux ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.

CONSTRVCTION.

On trouvera premierement trois nombres quarrez d'egal exces ; Et deſquels la moitie de leur ſomme ſoit majeur qu'aucun des meſmes nombres (car l'experience demonſtre que ce ſeroit autrement travaillé a l'impoſſible, ne fuſt que l'on vouluſt ſolver par —) Soit le premier le quarré de 1 (1) qui eſt 1 (2)

Et le ſecond ſoit le quarré de 1 (1) + 1 qui eſt 1 (2) + 2 (1) + 1

Leur exces eſt 2 (1) + 1, qui adjouſté au ſecond nombre, faict pour le troiſieſme 1 (2) + 4 (1) + 2

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit le quarré de 1 (1) — 8, qui eſt 1 (2) — 16 (1) + 64

Leſquels reduicts 20 (1) ſeront egales à 62, & par le 67 probleme, 1 (1) vaudra $\frac{31}{10}$. Et les trois nombres requis ſeront tels $\frac{961}{100}$. $\frac{1681}{100}$. $\frac{2401}{100}$. Et delaiſſant les denominateurs nous pouvons dire que ce ſont 961. 1681. 2401. car ce ſont trois quarrez d'egal exces, & deſquels la moitie de leur ſomme eſt majeure qu'aucun deſdicts nombres ſelon qu'il eſtoit propoſé.

Or estant trouvez ces trois nombres il faut maintenant par les mesmes venir au requis; c'est que l'on trouvera trois nombres tels, que la somme du premier & second soit 961, & que la somme du second & troisiesme 2401. Et la somme du troisiesme & premier 1681. Et est chose claire qu'alors on aura le requis. Or pour y avenir,

Soit la somme des trois nombres requis	1 ①	$2521\frac{1}{2}$
De la mesme soubstraict la somme du premier & second nombre, qui soit 961, reste pour le troisiesme	1 ① — 961	$1560\frac{1}{2}$
Et de ladicte somme des trois nombres requis, autrefois soubstraict la somme du second & troisiesme, qui soit 2401, reste pour le premier	1 ① — 2401	$120\frac{1}{2}$
Et de ladicte somme des trois nombres, autrefois soubstraict la somme du troisiesme & premier nombre, qui soit 1681, reste pour le second nombre	1 ① — 1681	$840\frac{1}{2}$
La somme des trois nombres requis, qui sont second troisiesme & quatriesme en l'ordre, est	3 ① — 5043	$2521\frac{1}{2}$
Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre	+ 1 ①	$2521\frac{1}{2}$

Lesquels reduicts 2 ① seront egales a 5043, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $2521\frac{1}{2}$.

Je di, que $120\frac{1}{2}$. $840\frac{1}{2}$. $1560\frac{1}{2}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. L'exces du second au premier: Item du troisiesme au second, est 720, ils sont doncques d'egal exces. Item la somme du premier & second est quarré 961, sa racine 31; Item la somme du second & troisiesme est quarré 2401, sa racine 49; Item la somme du troisiesme & premier est quarré 1681, sa racine

racine 41. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

TRouvons trois nombres tels, que chasques deux adioustez à 3, facent quarré à sa racine commensurable, & que la somme des trois nombres avec ledict 3, soit semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Prenons premierement quelque quarré, comme le quarré de 1 ① + 2, qui est 1 ② + 4 ① + 4; du mesme soubstraict 3, la reste pour le premier & second nombre requis (car si on y adiouste 3, il sera quarré selon la question) est 1 ② + 4 ① + 1 | 222

Et de mesme sorte prenons le quarré de 1 ① + 3, qui est 1 ② + 6 ① + 9, du mesme soubstraict 3, la reste pour le second & troisiesme nombre requis (car si on y adiouste 3, il sera quarré selon la question) est 1 ② + 6 ① + 6 | 253

Et de mesme sorte prenons le quarré de 1 ① + 4, qui est 1 ② + 8 ① + 16, du mesme soubstraict 3, la reste pour la somme des trois nombres requis (car si on y aiouste 3, il sera quarré selon la quest.) est 1 ② + 8 ① + 13 | 286

De la mesme somme, soubstraict la somme du premier & second, premier en l'ordre, reste pour le 3 nombre requis 4 ① + 12 | 64

Puis de ladicte somme troisiesme en l'ordre, autrefois soubstraict la somme du second & troisiesme, second en l'ordre, reste pour le premier nombre requis 2 ① + 7 | 33

Lequel premier nombre soubstraict de la somme du premier & ſecond nombre, premier en l'ordre, reſte pour le ſecond nombre requis 1 ② + 2 ① — 6 | 189

Somme du troiſieſme & premier nombre, qui ſont le quatrieſme & cincquieſme en l'ordre, eſt 6 ① + 19, auquel ajouſté 3, faict 6 ① + 22 | 100

Qui doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, il ſera doncques egal à quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit 100

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales à 78, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 13.

Je di, que 33. 189. 64. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Aux deux nombres 33. & 189. ajouſté 3, la ſomme eſt quarré 225, ſa racine 15. Item aux deux nombres 189. 64, ajouſté 3, faict quarré 256, ſa racine 16. Item aux deux nombres 64. 33, ajouſté 3, faict quarré 100, ſa racine 10. Item aux trois nombres 33. 189. 64. ajouſté 3. faict quarré 289, ſa racine 17. Ce ſont doncques quarrez ſelon la queſtion; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XI.

Trouvons trois nombres tels, que de la ſomme de chaſques deux ſoubſtraict 3, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & que la ſomme deſdicts trois nombres ſoubſtraict dudict 3, la reſte ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Prenons premierement quelque quarré, comme le quarré de 1 ①, qui eſt 1 ②, au meſme ajouſté 3, la ſomme pour le premier & ſe-

cond

cond nombre (car ſi l'on en ſoubſtraict 3, la
reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1 ② + 3 | 103
Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1 ①
+ 1, qui eſt 1 ② + 2 ① + 1, au meſme
ajouſté 3, la ſomme pour le ſecond & troi-
ſieſme nombre (car ſi on en ſoubſtraict 3,
la reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt
1 ② + 2 ① + 4 | 124
Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1 ①
+ 2, qui eſt 1 ② + 4 ① + 4, au meſme a-
jouſté 3, faict pour la ſomme des trois nom-
bres requis (car ſi on en ſoubſtraict 3, la reſte
ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1 ② + 4 ① + 7 | 147
De la meſme ſomme ſoubſtraict la ſomme du
premier & ſecond nombre premier en l'or-
dre, reſte pour troiſieſme nombre requis
4 ① + 4 | 44
Puis de ladicte ſomme troiſieſme en l'ordre, au-
trefois ſoubſtraict la ſomme du ſecond &
troiſieſme nombre ſecond en l'ordre, reſte
pour le premier nombre 2 ① + 3 | 23
Lequel premier nombre ſoubſtraict de la ſom-
me du premier & ſecond nombre premier
en l'ordre, reſte pour le 2 nombre 1 ② — 2 ① | 80
Somme du troiſieſme & premier nombre qua-
trieſme & cincquieſme en l'ordre, eſt 6 ① + 7
des meſmes ſoubſtraict 3, reſte 6 ① + 4 | 64
Qui doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, il eſt
doncques egal à quelque quarré, que l'on
fingera tel qu'il y en ſorte convenable egale-
té, ſoit 64

Lequels reduicts 6 ① ſeront egales à 60, & par le 67
probleme, 1 ① vaudra 10.

Je di, que 23. 80. 44 sont les trois nombres requis. *Demonstration.* De la somme des deux nombres 23. 80. qui est 103, soubstraict 3, reste quarré 100, sa racine 10. Item de la somme des deux nombres 80. 44, qui est 124, soubstraict 3, reste quarré 121, sa racine 11. Item de la somme des deux nombres 44. 23, qui est 67, soubstraict 3, reste quarré 64, sa racine 8. Item de la somme des trois nombres 23. 80. 44, qui est 147, soubstraict 3, reste quarré 144, sa racine 12. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Quant aux operations de ceste 12 ensemble de la 13 question suivante, j'en suis de la mesme opinion qu'est Xylandre; a sçavoir qu'elles ne sont pas algebraiques, c'est à dire selon les legitimes reigles d'algebre, parquoi nous descrirons les mesmes motz de Diophante en ceste sorte.

QUESTION XII.

L'ON *requiert trois nombres tels, qu'au produict de chasques deux ajousté quelque nombre donné, la somme soit quarré.* Soit le nombre donné 12, si on soubstraict le mesme de quelque quarré, facilement appert que la reste est le produict du premier & second; parce qu'au mesme aiousté 12, la somme sera quarré. Je soubstrairai 12, de quelque quarre, soit de 25, reste 13, qui est le produict du premier & second, soit le premier 13 N, le second 1 N, à fin que leur produict soit 13 Q. Puis je soubstrairai 12 de quelque autre quarré, à fin que j'aie le produict du second & troisiesme. Ie les soubstrairai de 16, reste 4. Ergo le produict du second & troisiesme est 4, mais estant le second 1 N, le troisiesme sera 4 N, leur produict 4 Q. Reste maintenant que le produict du troisiesme

siesme & premier plus 12, soit quarré, le produict est 52 Q. Doncques 52 Q + 12, vallent un quarré. Or seroit l'equation facile, si 13, qui est au lieu du premier des produicts 13 Q, fust quarré: Lequel n'estant pas ainsi, la chose est demenée jusques à la, qu'il faut trouver deux nombres, desquels le produict soit quarré, & d'avantage chascun ajousté à 12, face quarre. Mais si au lieu de ces nombres, je trouve des quarrez, les mesmes donneront produict quarré.

Estant doncques trouvez des quarrez tels, qu'a chascun ajousté 12, les sommes soyent quarrez, l'equation sera achevée. Or 4 & $\frac{1}{4}$, sont quarrez tels, qu'a chascun ajousté 12, les sommes sont quarrez. Lesquels estant ainsi trouvez, je me refere à ce que je fiz au premier: je metts le premier nombre 4 N, le second 1 N, le troisiesme $\frac{1}{4}$ N; Reste maintenant que au produict du premier & troisiesme ajousté 12, la somme soit quarré. Le produict du troisiesme & premier est 1 Q. Ergo 1 Q + 12 s'egale à quelque quarré, lequel je finge duquel le costé 1 N + 3, qui sera 1 Q + 6 N + 9, & 1 N, faict 3. Et est satisfaict au requis.

QVESTION XIII.

L'ON *requiert trois nombres tels, que du produict de chasques deux soubstraict quelque nombre donné, la reste soit quarré.*

Soit le nombre donné 10. Or estant le produict du premier & second celuy duquel soubstraict 10 donne reste quarré, j'aioustera 10 à quelque quarré à fin de le trouver. Soit le quarré 4; Ergo le produict du premier & second 14. Soit le premier 14, le second sera 1. Constituons autrefois en nombres ceux desquels le produict sera 14 quarrez, soit le premier 14 N, le second 1 N. Puis j'aiouste à un autre quarré 10, pour avoir le produict du second & troisiesme, soit celuy quarré 9. Ergo le produict du second & troisiesme est 19 Q. Reste maintenant que le produict du premier & troisiesme plus 10, soit quarré. Ergo 266 — 10 sont égales à quarré. Or pour les raisons que j'ay demonstré en la precedente proposition, la chose est demenée jusques à la, qu'il faut trouver deux quarrez, desquels de chascun soubstraict 10, la reste soit quarré; qui sera facile, si cherchez le quarré, duquel soubstraict 10, reste quarré. Certes si à quelque nombre on ajouste 1, & qu'on multiplie la moitie de la somme en soy, & que de tel quarré on soubstraict le nombre premier posé, la reste sera aussi quarré. J'aiouste 1 a 10, la moitie est $5\frac{1}{2}$, si de son quarré $30\frac{1}{4}$, je soubstraicts 10, reste quarré $20\frac{1}{4}$ duquel la racine $4\frac{1}{2}$. Je pose maintenant le premier estre $30\frac{1}{4}$, le dernier 1, & sera necessaire que de 1 Q, soubstraict 10, la reste soit quarré. Ergo 1 Q — 10 s'egale à quarré. Ie finge son costé 1 ① — 2, son quarré sera 1 ② + 4 — 4 N, & 1 N faict $3\frac{1}{2}$. Ergo le troisiesme que je posois 1 Q, sera $12\frac{1}{4}$, le premier $30\frac{1}{4}$, desquels soubstraict de chascun 10, reste quarré. Ie viens maintenant à ce que je cherchois au premier & je pose les nombres tels: le premier $30\frac{1}{4}$, le deuxiesme 1 N, le troisiesme $12\frac{1}{4}$ N; Reste maintenant que le produict du troisiesme & premier $370\frac{1}{2}\frac{1}{16}$ moins 10, soit egal à quarré, & à fin que les quarrez soyent entiers, multiplions les par 16, & ainsi 5929 Q — 160 s'egaleront au quarré du costé 77 N — 2, qui est 5929 Q + 4 — 308 N. Et 1 N sera $\frac{1}{17}$. Et je posois le premier $30\frac{1}{4}$, celuy sera 1244, le deuxiesme 1, celuy sera 77, le troisiesme $12\frac{1}{4}$, le mesme sera $502\frac{1}{4}$. Et est satisfaict au requis.

QVE-

QVESTION XIV.

TRouvons trois nombres, desquels le produict de chasques deux avec le troisiesme, soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le produict du premier & second nombre avec le troisiesme, le quarré de 1 ① + 3 qui est	1 ② + 6 ① + 9	16
Du mesme prenons pour le troisiesme nombre le	9	9
Ergo le produict du premier & second sera	1 ② + 6 ①	7
Et soit le premier	1 ①	1
Ergo (à fin que le produict du premier & second nombre soit 1 ② + 6 ①) le second nombre sera	1 ① + 6	7
Et le produict du second & troisiesme (qui sont le second & cincquiesme en l'ordre) est 9 ① + 54, au mesme ajousté le premier nombre 1 ① faict	10 ① + 54	64
Et le produict du troisiesme & premier (qui sont le second & quatriesme en l'ordre) est 9 ①, au mesme ajousté le second nombre 1 ① + 6 faict	10 ① + 6	16

Or chascun des deux precedens nombres (à sçavoir le sixiesme & septiesme en l'ordre) est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par position de 12 & 4 (pour les deux nombres desquels le produict 48, est egal à la difference de 10 ① + 54, à 10 ① + 6) desquels le quarré de double ega-

leté

leté egal au maieur proposé 10 ① + 54, est (par la note devant la 12 question du second livre)	64	64

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 10, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 1.

Je di, que 1.7.9. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 1 & 7 est 7, au mesme ajousté 9, faict quarré 16, sa racine 4. Item le produict de 7 & 9, est 63, au mesme ajousté 1, faict quarré 64, sa racine 8. Item le produict de 9 & 1 est 9, au mesme ajousté 7, faict quarré 16, sa racine 4. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XV.

TRouvons trois nombres tels, que du produict de chasques deux, soubstraict le troisiesme, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{5}{4}$
Et le second nombre	1 ① + 4	$\frac{21}{4}$
Leur produict est	1 ② + 4 ①	$\frac{105}{16}$
Du mesme soubstraict le troisiesme nombre, la reste doibt estre quarré selon la question. Posons doncques que le troisiesme (à fin que soubstraict 4 ① de 1 ② + 4 ① reste quarré 1 ②) soit	4 ①	$\frac{20}{4}$
Le produict du second & troisiesme nombre est 4 ② + 16 ①, du mesme soubstraict le premier 1 ①, reste	4 ② + 15 ①	$\frac{400}{16}$
Le produict du troisiesme & premier est 4 ②, duquel soubstraict le second nombre 1 ① + 4, reste	4 ② − 1 ① − 4	1

Or

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le cincquiesme & sixiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut donc trouver un quarré de double egaleté; Soit par position de 4 ① + 1, & 4 (pour les deux nombres desquels le produict 16 ① + 4, est egal à la difference de 4 ② + 15 ① à 4 ② — 1 ① — 4) desquels le quarré de double egaleté egal au maieur proposé, à sçavoir à 4 ② + 15 ①, est (par la note devant la 12 question du second livre) 4 ② + 10 ① + $\frac{5}{4}$ | $\frac{400}{16}$

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à $\frac{25}{4}$, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$.

Je di, que $\frac{5}{4}$ $\frac{21}{4}$ $\frac{20}{4}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Du produict de $\frac{5}{4}$ & $\frac{21}{4}$, qui est $\frac{105}{16}$, soubstraict $\frac{20}{4}$, reste quarré $\frac{25}{16}$, sa racine $\frac{5}{4}$. Item du produict de $\frac{21}{4}$ & $\frac{20}{4}$, qui est $\frac{420}{16}$, soubstraict $\frac{5}{4}$, reste quarré $\frac{400}{16}$, sa racine $\frac{20}{4}$. Item du produict de $\frac{20}{4}$ & $\frac{5}{4}$, qui est $\frac{20}{4}$, soubstraict $\frac{21}{4}$, reste quarré $\frac{4}{4}$, sa racine 1. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XVI.

Trouvons trois nombres tels, que le produict de chasques deux avec le quarré du troisiesme, soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① | $\frac{9}{73}$

Et le second nombre soit 4 ① + 4 | $\frac{328}{73}$

Le troisiesme, à fin que le produict du second & troisiesme, plus le quarré du

premier

premier (qui sont quarré 1 ② + 4 ① + 4, sa racine 1 ① + 2,) Item le produict du premier & second, plus le quarré du troisiesme (qui font quarré 4 ② + 4 ① + 1, duquel la racine 2 ① + 1) soyent quarrez selon la question, sera 1 | 1

Le produict du premier & troisiesme, est 1 ①, au mesme ajousté le quarré du second, qui est 16 ② + 32 ① + 16, faict

16 ② + 33 ① + 16 | $\frac{108241}{5329}$

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel le coste 4 ① — 5, son quarré

16 ② — 40 ① + 25 | $\frac{108241}{5329}$

Lesquels reducts 73 ① seront egeles à 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{9}{73}$.

Je di, que $\frac{9}{73}$. $\frac{328}{73}$. 1 sont les trois nombres requis.

Demonstration. Le produict de $\frac{9}{73}$, & $\frac{328}{73}$, est $\frac{2952}{5329}$, au mesme ajousté le quarré de 1, faict quarré $\frac{8281}{5329}$, sa racine $\frac{91}{73}$. Item le produict de $\frac{328}{73}$ & 1, est $\frac{328}{73}$, au mesme ajousté le quarré de $\frac{9}{73}$, qui est $\frac{81}{5329}$, faict quarré $\frac{24025}{5329}$, sa racine $\frac{155}{73}$. Item le produict de 1 & $\frac{9}{73}$ est $\frac{9}{73}$, au mesme ajousté le quarré de $\frac{328}{73}$, qui est $\frac{107584}{5329}$, faict quarré $\frac{108241}{5329}$, sa racine $\frac{329}{73}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVII.

Trouvons trois nombres tels, que le produict de chasques deux, avec la somme des mesmes deux nombres, soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Puis que le produict de deux quarrez comme

4 & 9,

4 & 9, desquels les racines sont d'unité differens, ajousté à leur somme, faict quarré à sa racine commensurable par le suivant theoreme; Posons le premier nombre	4	4
Et le second nombre (à fin que leur produict avec leur somme soit quarré selon la question) soit	9	9
Soit la troisiesme	1 ①	28
Le produict du second & troisiesme 9 ① avec leur somme, sera	10 ① + 9	289
Et le produict du troisiesme & premier 4 ①, avec leur somme sera	5 ① + 4	144
Or chascun des deux precedens nombres (à sçavoir le quatriesme & cincquiesme en l'ordre) est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par position de 1 ① + 1 & 5 (pour les deux nombres desquels le produict 5 ① + 5, est egal à la difference du quatriesme & cincquiesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé 10 ① + 9, est (par la note devant la 12 question du second livre)	$\frac{1}{4}$ ② + 3 ① + 9	289

Lesquels reduicts $\frac{1}{4}$ ① sera egale à 7, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 28.

Je di, que 4. 9. 28. sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le produict de 4 & 9 est 36, auquel ajousté la somme de 4 & 9 qui est 13, faict quarré 49, sa racine 7. Item le produict de 9 & 28 est 252, auquel ajousté la somme de 9 & 28 qui est 37, faict quarré 289, sa racine 17. Item le produict de 28 & 4 est 112, auquel ajousté la somme de 28 & 4, qui est 32, faict

quarré

quarré 144, sa racine 12. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

SI deux nombres Arithmetiques fussent d'unité differens, le produict de leurs quarrez avec la somme de leurs quarrez, sera quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soyent deux nombres desquels la difference unité, comme 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le requis du theoreme. *Demonstration.* Les quarrez de 2 & 3 sont 4 & 9, leur produict 36, & la somme de 4 & 9 est 13, qui adjousté à 36, faict 49, sa racine 7 à son quarré commensurable selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques deux nombres Arithmet. &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVIII.

CEste XVIII. question est la mesme que la precedente XVII. Et differe seulement en la construction qui sera icy telle:

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1 (1)
Et le second nombre 3
Leur produict 3 (1) ajousté à leur somme, faict 4 (1) + 3
Egal à quelque quarré à sa racine commensurable, soit 25

Lesquels reduicts, 4 (1) seront egales à 22, & par le 67 probleme 1 (1) vaudra $\frac{11}{2}$. Nous avons doncques trouvez deux nombres, le premier $\frac{11}{2}$, le second 3, satisfaisans à la premiere partie du requis, à sçavoir que leur produict avec leur somme, monte quarré 25 à sa racine commensurable. doncques la precedente operation aura seulement servie, pour l'invention desdicts deux nombres,

nombres, parquoy ce qui s'ensuit est operation particuliere, comme si nous commencions du premier.

Soit le premier nombre requis $\frac{11}{2}$
Et le second 3
Et le troisiesme 1 ①
Produict du second & troisiesme nombre, qui est 3 ①, aiousté à leur somme faict 4 ① + 3
Produict du troisiesme & premier nombre qui est $\frac{11}{2}$ ①, aiousté à leur somme, faict $\frac{13}{2}$ ① + $\frac{11}{2}$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir quatriesme & cincquiesme en l'ordre, est égal à quelque quarré à sa racine commensurable, d'ou s'ensuivroit d'achever l'operation par quelque quarré de double egaleté; mais tel quarré servant au propos ne se peut icy trouver, car on verra par experience que l'un des egaux termes auroit deux quantitez, desquels ne succederoit pas le requis. La raison de cest accident est, que les proposez n'ont point entre eux telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable. La raison de quarré à quarre dont nous parlons, s'entend quand le nombre explicant leur raison, est semblable quarré; Comme la raison de 36 à 9, est quadruple, & 4 (qui est le nombre explicant icelle raison) est aussi tel quarré. Et tous deux nombres desquels le quotient est tel quarré, comme de 27 & 3 le quotient est 9, s'appellent nombres en telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable. Doncques tout ce que nous avons faict jusques icy, est comme pour rien, car il appert qu'il fault que les deux nombres, ausquels on trouve le quarré de double egaleté, ayent raison de quarré à quarré comme dessus dict est.

Et Diophante a faict la precedente operation, seulement pour demonstrer la cause, pourquoy il faut trouver en la suivante vraye operation, deux nombres ayans ladicte raison de quarré à quarré.

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{3}{10}$
Et le second nombre (à fin que nous aions nombres en raison comme ledict quarré à quarré) sera par le suivant theoreme son quadruple plus 3, qui est	4 ① + 3	$\frac{42}{10}$
Leur produict 4 ② + 3 ① adiousté à leur somme 5 ① + 3, faict	4 ② + 8 ① + 3	$\frac{576}{100}$
Egal à quelque quarré que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2 ① − 3, le quarré sera	4 ② − 12 ① + 9	$\frac{576}{100}$

Lesquels reduicts 20 ① seront egales à 6, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{10}$, pour le premier nombre, & le second sera $\frac{42}{10}$.

La precedente operation doncques aura seulement servi pour l'invention desdicts deux nombres; parquoy ce que s'ensuit sera operation particuliere comme si nous commencions du premier.

Soit le premier nombre	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$
Et le second nombre	$\frac{42}{10}$	$\frac{42}{10}$
Et le troisiesme soit	1 ①	$\frac{}{10}$
Le produict du second & troisiesme nombre qui est $\frac{42}{10}$ ①, adiousté à leur somme, qui est 1 ① + $\frac{42}{10}$, faict $\frac{52}{10}$ ① + $\frac{42}{10}$, egal à quelque quarré à sa racine commensurable, soit 25, leur produict (ceste multiplication icy par 25 & dessoubs par 100 se faict pour venir à convenable egaleté comme apparoistra par la reduction) qui necessairement est semblable quarré, sera	130 ① + 105	196

Le

Le produict du troiſieſme & premier nombre, qui eſt $\frac{3}{10}$ ①, ajouſté à leur ſomme 1 ① + $\frac{3}{10}$, faict $\frac{13}{10}$ ① + $\frac{3}{10}$, egales à quelque quarré, ſoit 100, leur produict qui neceſſairement eſt ſemblable quarré, ſera 130 ① + 30 | 121

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le quatrieſme & cincquieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par poſition de 15 & 5 (pour les deux nombres deſquels le produict 75, eſt egal à la difference de 130 ① + 105, & 130 ① + 30) deſquels le quarré de double egaleté, egal au moindre propoſé, à ſçavoir à 130 ① + 30, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre) 121 | 121

Leſquels reduicts 130 ① ſeront egales a 91, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{7}{10}$.

Je di, que $\frac{3}{10}$ $\frac{42}{10}$ $\frac{7}{10}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$, eſt $\frac{126}{100}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$ qui eſt $\frac{45}{10}$, faict quarré $\frac{576}{100}$, ſa racine $\frac{24}{10}$. Item le produict de $\frac{42}{10}$ & $\frac{7}{10}$, qui eſt $\frac{294}{100}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{42}{10}$ & $\frac{7}{10}$, qui eſt $\frac{49}{10}$, faict quarré $\frac{784}{100}$, ſa racine $\frac{28}{10}$. Item le produict de $\frac{7}{10}$ & $\frac{3}{10}$ eſt $\frac{21}{100}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{7}{10}$ & $\frac{3}{10}$, qui eſt $\frac{10}{10}$, faict quarré $\frac{121}{100}$, ſa racine $\frac{11}{10}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Quant à ce que Xylandre dict ces motz; *Cur autem ſolutio non procedat, culpa eſt, quod tertium primo æqualem ſtatuit; Cum fieri nullo modo poſſit ut in ſe multipli-*

catus aliquis numerus, *&c.* Mais la solution procede bien, & ce qui a faict abuser Xylandre est, qu'il n'a pas faict distinction entre l'operation de la 1 (1), respondante au premier nombre requis, & l'operation de la 1 (1) respondante au troisiesme nombre requis ; Car la premiere position de 1 (1) respondante au premier nombre, estoit pour l'invention des $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$, lesquels trouvez (comme aussi il est distinctement annoté ci dessus) nous ne prenons plus d'egard en l'operation suivante à icelle 1 (1), mais en son lieu seulement sur $\frac{3}{10}$. De sorte que combien que la 1 (1) respondante au premier nombre & la 1 (1) respondante au troisiesme nombre, sont en une mesme question, toutesfois y applicant convenable distinction, ne sont pas d'une mesme valeur. Le mesme a aussi abusé ou Diophante ou (ce que je croierois plustost) quelqu'un qui de son authorité l'aura mis à la fin de ladicte question, à sçavoir que le premier nombre seroit egal au troisiesme, ce qui faict une fausse solution.

THEOREME.

SI un nombre fust le quadruple plus 3 d'un autre, puis adjousté à chascun nombre 1 : Les sommes auront entre elles telle raison comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit 2, & son quadruple plus 3 qui est 11. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Ajoustons 1 au 2 donné, faict 3. Item 1 à 11, faict 12. Or 12 & 3 sont en raison quadruple, qui est comme de quarré à quarré selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques un nombre, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QUE-

QVESTION XIX.

TRouvons trois nombres tels, que du produict de chasques deux soubstraict la somme des mesmes deux nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Estant cest exemple semblable au precedent, & tel en soubstraction comme le precedent en addition, s'ensuit que voulant imiter la seconde construction du precedent, nous ne pourrons pas prendre pour le premier nombre 1 ①, ny pour le second quelque nombre, que voulons, comme 3 ou 4, mais il nous faudra prendre ceux desquels procedent nombres aians entre eux ladicte raison de quarré à quarré.

Soit le premier nombre	1 ① + 1	$\frac{13}{8}$
Et le second nombre, (à fin que nous aions nombres en ladicte raison de quarré à quarré) sera par le suivant theoreme son quadruple moins 3, qui est	4 ① + 1	$\frac{28}{8}$
Leur produict est 4 ② + 5 ① + 1, duquel soubstraict leur somme 5 ① + 2, reste	4 ② — 1	$\frac{9}{16}$
Egale à quelque quarré à sa racine commensurable, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2 ① — 2, son quarré est	4 ② — 8 ① + 4	$\frac{9}{16}$

Lesquels reduicts, 8 ① seront egales à 5, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{5}{8}$, & le premier nombre sera $\frac{13}{8}$ & le second $\frac{28}{8}$. Nous avons doncques trouvé le premier & second nombre, satisfaisans à la premiere partie du requis; à sçavoir que de leur produict soubstraict leur somme, reste quarré $\frac{36}{64}$, sa racine $\frac{6}{8}$. Doncques la precedente operation aura seulement servi, pour l'invention desdicts deux nombres, parquoi ce qui s'en-

 suit

suit sera operation particuliere; comme si nous commençames du premier.

Soit le premier nombre	$\frac{13}{8}$	$\frac{13}{8}$
Et le second nombre	$\frac{28}{8}$	$\frac{28}{8}$
Et le troisiesme nombre	1 (1)	3
Le produict du second & troisiesme est $\frac{28}{8}$ (1), du mesme soubstraict leur somme qui est 1 (1) + $\frac{28}{8}$, reste $\frac{20}{8}$ (1) — $\frac{28}{8}$, egal a quelque quarré, soit 4, leur produict, qui necessairement est semblable quarré, sera	10 (1) — 14	16
Le produict du troisiesme nombre & premier, est $\frac{13}{8}$ (1), du mesme soubstraict leur somme 1 (2) + $\frac{13}{8}$, reste $\frac{5}{8}$ (1) — $\frac{13}{8}$, egal à quelque quarré, soit 16, leur produict qui necessairement est semblable quarré, sera	10 (1) — 26	4
Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le quatriesme & cincquiesme en l'ordre, est egal à quelque quarre à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté; Soit par position de 2 & 6 (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de 10 (1) — 14, & 10 (1) — 26) desquels le quarré de double egaleté, egal au majeur proposé 10 (1) — 14, est (par la note devant la 12 question du 2 livre)	16	

Lesquels reduicts, 10 (1) seront egales à 30, & par le 67 probleme, 1 (1) vaudra 3.

Je di, que $\frac{13}{8}$ $\frac{28}{8}$ & 3 sont les trois nombres requis.
Demonstration. Le produict de $\frac{13}{8}$ & $\frac{28}{8}$, est $\frac{364}{64}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{13}{8}$, & $\frac{28}{8}$, qui est $\frac{41}{8}$, reste quarré $\frac{36}{64}$, sa racine $\frac{6}{8}$; Item le produict de $\frac{28}{8}$ & 3, est $\frac{84}{8}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{28}{8}$ & 3, qui est $\frac{52}{8}$, re-

$\frac{52}{8}$, reſte quarré 4, ſa racine 2. Item le produict de 3 & $\frac{13}{8}$, eſt $\frac{39}{8}$, du meſme ſoubſtraict la ſomme de 3 & $\frac{13}{8}$, qui eſt $\frac{37}{8}$, reſte quarré $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{1}{2}$; Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME.

SI un nombre fuſt le quadruple moins 3 d'un autre, puis ſoubſtraict de chaſcun nombre 1, les reſtes auront entre elles telle raiſon, comme de quarré à ſa racine commenſurable, à quarré à ſa racine commenſurable.

Explication du donné. Soit 6, & ſon quadruple moins 3 qui eſt 21. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Soubſtrayons 1 de 6, reſte 5; Item 1 de 21 reſte 20; & 20 & 5 ſont en raiſon quadruple, qui eſt comme de quarré à quarré ſelon le theoreme. *Concluſion.* Si doncques un nombre fuſt le quadruple, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XX.

TRouvons deux nombres tels, qu'à leur produict adjouſté chaſcun des nombres, ou tous deux les nombres, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 (1)	$\frac{65}{224}$
Et le ſecond nombre ſon quadruple moins 1 (car ainſi avient par le ſuivant theoreme, que le moindre nombre aiouſté au produict des deux nombres, la ſomme ſera quarré ſelon la queſt.) qui eſt	4 (1) — 1	$\frac{36}{224}$

 Leur

Leur produict est 4 ② — 1 ①, au mesme aiousté le second nombre 4 ① — 1, faict
4 ② + 3 ① — 1 | $\frac{10404}{50176}$

Et audict leur produict 4 ② — 1 ①, aiousté la somme des deux nombres qui est 5 ① — 1, faict
4 ② + 4 ① — 1 | $\frac{24964}{50176}$

Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le troisiesme & quatriesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par position de 4 ① & $\frac{1}{4}$ (pour les deux nombres desquels le produict 1 ① est egal à la difference du troisiesme & quatriesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé à sçavoir à 4 ② + 4 ① — 1, est (par la note devant la 12 question du second livre)
4 ② + $\frac{1}{2}$ ① + $\frac{1}{64}$ | $\frac{24964}{50176}$

Lesquels reduicts 3 $\frac{1}{2}$ ① seront egales à $\frac{65}{64}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{65}{224}$.

Je di, que $\frac{65}{224}$ $\frac{36}{224}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{65}{224}$ & $\frac{36}{224}$, est $\frac{2340}{50176}$, au mesme aiousté le premier nombre $\frac{65}{224}$, faict quarré $\frac{16900}{50176}$, sa racine $\frac{130}{224}$. Item audict produict $\frac{2340}{50176}$, aiousté le second nombre $\frac{36}{224}$, la somme est quarré $\frac{10404}{50176}$, sa racine $\frac{102}{224}$. Item audict produict $\frac{2340}{50176}$, aiousté la somme des nombres $\frac{65}{224}$ & $\frac{36}{224}$, qui est $\frac{101}{224}$, la somme est quarré $\frac{24964}{50176}$, sa racine $\frac{158}{224}$, Ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEO-

THEOREME.

SI le nombre explicant la raiſon de deux nombres, fuſt quarré à ſa racine commenſurable moins 1: *Le produict d'iceux deux nombres, avec le moindre nombre, ſera ſemblable quarré.*

Explication du donné. Soit 3, & ſon quadruple moins 1 (qui eſt raiſon ſelon le theoreme) eſt 11. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 3 & 11 eſt 33, auquel aiouſté le moindre nombre 3, faict quarré 36 à ſa racine 6 commenſurable. *Concluſion.* Si doncques le nombre explicant la raiſon, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXI.

TRouvons deux nombres tels, que de leur produict ſoubſtraict chaſcun des nombres, ou tous deux les nombres, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ① + 1	$\frac{9}{4}$
Et le ſecond nombre ſon quadruple moins 4 (car ainſi avient par le ſuivant theoreme, que le maieur nombre ſoubſtraict du produict des deux nombres, la reſte ſera quarré à ſa racine commenſurable) qui eſt	4 ①	5
Leur produict 4 ② + 4 ①, du meſme ſoubſtraict le premier nombre 1 ① + 1, reſte	4 ② + 3 ① − 1	$\frac{36}{4}$
Et dudict leur produict 4 ② + 4 ①, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres, qui eſt 5 ① + 1, reſte	4 ② − 1 ① − 1	$\frac{16}{4}$

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le troiſieſme & quatrieſme en l'ordre,

 eſt

est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté; Soit par position de 4 ① & 1 (pour les deux nombres desquels le produict 4 ①, est egal à la difference du troisiesme & quatriesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé à sçavoir à 4 ② + 3 ① — ①, est (par la note devant la 12 question du second livre) $4② + 2① + \frac{1}{4}$ | $\frac{36}{4}$

Lesquels reduicts 1 ① sera egal ou vaudra $\frac{5}{4}$.

Je di, que $\frac{9}{4}$ & 5 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{9}{4}$ & 5, est $\frac{45}{4}$, du mesme soubstraict $\frac{9}{4}$, reste quarré $\frac{36}{4}$, sa racine $\frac{6}{2}$. Item dudict produict $\frac{45}{4}$ soubstraict 5, reste quarré $\frac{25}{4}$, sa racine $\frac{5}{2}$. Item dudict produict $\frac{45}{4}$, soubstraict la somme de $\frac{9}{4}$ & 5, qui est $\frac{29}{4}$, reste quarré $\frac{16}{4}$, sa racine $\frac{4}{2}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

SI le nombre explicant la raison de deux nombres, fust quarré à sa racine commensurable, moins le mesme nombre : Le produict des deux nombres moins le maieur des deux, sera semblable quarré.

Explication du donné. Soit 6, & son quadruple moins 4, (qui est raison selon le theoreme) est 20. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 6 & 20 est 120, duquel soubstraict le maieur nombre 20, reste quarré 100 à sa racine 10 commensurable. *Conclusion.* Si doncques le nombre explicant la raison, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QUE-

QVESTION XXII.

TRouvons quatre nombres tels, que chascun ou adjousté, ou soubstraict du quarre de la somme des quatre nombres, la somme ou reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Veu (par le suivant theoreme) qu'au quarré de l'hypothenuse d'un triangle rectangle duquel les trois costez sont nombres Arithmetiques, ajousté le quadruple du nombre du triangle, ou ledict quadruple soubstraict dudict quarré, la somme ou reste est quarré à sa racine commensurable; S'ensuit qu'il nous faut trouver quatre tels triangles. Mais encore ainsi que leurs hypothenuses soyent egales, car nous aurons alors nombres servans à nostre propos. Prenons doncques quelques deux tels triangles, lesquels se trouvent par la note à la 8 question du second livre. Soyent 5. 4. 3. & 13. 12. 5. Mais ces deux triangles ont diverses hypothenuses, il faut donc par les mesmes trouver deux triangles d'une commune hypothenuse, qui se peut faire ainsi: On multipliera les hypothenuses 5 & 13, l'un par l'autre, faict 65: Puis on trouvera trois nombres, desquels le premier 65, & entre eux en telle raison comme 5. 4. 3. qui seront pour le premier triangle 65. 52. 39. Puis on trouvera encore trois nombres desquels le premier 65, & entre eux en telle raison comme 13. 12. 5. qui seront pour le second triangle 65. 60. 25. Nous avons doncques deux triangles desquels les hypothenuses sont egales. Or pour trouver les autres deux triangles à ladicte hypothenuse 65, on divisera (par la 10 question du second livre) le quarré de 65, deux fois en deux autres quarrez, que ne sont les quarrez de 52 & 39, ou 60 & 25 (ce qui par ladicte 10 question sera possible; vrai

est

est que l'on y demonstre seulement une fois la partition d'un nombre composé de deux quarrez, en deux autres quarrez, mais veu que le quarré de 65 est nombre en deux manieres composé de deux quarrez, à sçavoir des deux quarrez de 52 & 39, & des deux quarres de 60 & 25; S'ensuit qu'on pourra partir par ladicte 10 question, ledict quarre de 65 deux fois en deux divers autres quarrez; & à mon advis Diophante a eu egard à ceste raison, sans qu'il en aye alieurs escript particulier theoreme comme estime Xylandre) Soit aux quarrez de 56 & 33, & aux quarrez de 63 & 16, de sorte que le troisiesme triangle sera 65. 56. 33, & le quatriesme 65, 63. 16. lesquels nous annotons pour plus grande evidence en ceste sorte:

Premier triangle	65. 52. 39.
Second triangle	65. 60. 25.
Troisiesme triangle.	65. 56. 33.
Quatriesme triangle	65. 63. 16.

Or estant trouvez les nombres de ces quatre triangles, les mesmes nous serviront à l'operation en ceste sorte:

Soit la somme des quatre nombres requis	65 ①	
Son quarré	4225 ②	4225 12768 17850625 163033824
Soit maintenant le premier nombre requis le quadruple de la superfice du premier triangle, qui est le double du rectangle de 52 ① en 39 ① (car, par le suivant theoreme, le mesme ou ajousté ou soubstraict des 4225 ②, la somme ou reste sera quarré selon la question) faict	4056 ②	17136600 163033824

Et par

Et par mesme raison, le double du produict de 60 ① par 25 ①, sera pour le second nombre 3000 ② $\frac{12675000}{163033824}$

Et par mesme raison le double du produict de 56 ① par 33 ①, sera pour le troisiesme nombre 3696 ② $\frac{15615600}{163033824}$

Et par la mesme raison le double du produict de 63 ① par 16 ① sera pour le quatriesme nombre 2016 ② $\frac{8517600}{163033824}$

Somme du troisiesme quatriesme cincquiesme & sixiesme en l'ordre, pour la somme des quatre nombres requis, est 12768 ② $\frac{4225}{12768}$

Egale à la somme des quatre nombres requis premier en l'ordre, qui est 65 ① $\frac{4225}{12768}$

Lesquels reduicts 12768 ① seront egales à 65, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{65}{12768}$.

Je di, que $\frac{17136600}{163033824}$. $\frac{12675000}{163033824}$. $\frac{15615600}{163033824}$. $\frac{8517600}{163033824}$, sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* La somme de ces quatre nombres trouvez est $\frac{53944800}{163033824}$, qui vaut aussi (car il est son premier rompu) $\frac{4225}{12768}$, son quarre $\frac{17850625}{163033824}$, au mesme aiousté $\frac{17136600}{163033824}$, la somme est quarré $\frac{34987225}{163033824}$, sa racine $\frac{5915}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, soubstraict $\frac{17136600}{163033824}$, reste quarré $\frac{714025}{163033824}$, sa racine $\frac{845}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, aiousté $\frac{12675000}{163033824}$, la somme est quarre $\frac{30525625}{163033824}$, sa racine $\frac{5525}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, soubstraict $\frac{12675000}{163033824}$, reste quarré $\frac{5175625}{163033824}$, sa racine $\frac{2275}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17859625}{163033824}$, aiousté $\frac{15615600}{163033824}$, la somme est quarré $\frac{33466225}{163033824}$, sa racine $\frac{5787}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, soubstraict

straict $\frac{15615600}{163033824}$, reste quarré $\frac{2235025}{163033824}$, sa racine $\frac{1495}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, aiousté $\frac{85317600}{163033824}$, la somme est quarré $\frac{26316225}{163033824}$; sa racine $\frac{5133}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{163033824}$, soubstraict $\frac{8531760}{163033824}$, reste quarré $\frac{9333025}{163033824}$, sa racine $\frac{3055}{12768}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. De mesme sorte on pourra trouver non seulement quatre nombres de la qualité de ceste 22 question, mais de multitude quelconque. Par exemple; pour trouver tels six nombres, on prendra trois triangles rectangles, soyent 5. 4. 3. & 13. 12. 5. & 65. 52. 39. Lesquels reduicts comme dessus en triangles d'une commune hypothenuse, qui sera 4225 (à sçavoir 65 multiplie par 13 faict 845, les mesmes multipliez par 5 font comme dessus 4225) Puis on partira pour les raisons que dessus le quarré de 4225 trois fois en deux autres quarrez que ne sont les quarrez, &c.

THEOREME.

AV quarré de l'hypothenuse d'un triangle duquel les trois costez sont nombres Arithmetiques, aiousté le quadruple de la superfice, ou ledict quadruple soubstraict dudict quarré; La somme ou reste sera quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit un triangle rectangle duquel l'hypothenuse 5, & les deux autres costez 4 & 3.

Explication du requis. Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le quarré de l'hypothenuse 5 est 25, au mesme ajousté 24, pour el quadruple de la superfice du triangle, la somme est 49 à sa racine 7 commensurable. Ou ledict 24 soub-

straict

ſtraict de 25, reſte ſemblable quarré 1, ſelon le theoreme. *Concluſion.* Au quarré doncques de l'hypothenuſe, &c, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIII.

Partons 10 en deux parties, puis trouvons quelque quarré à ſa racine commenſurable, & tel que du meſme ſoubſtraict chaſcune partie de 10, la reſte ſoit ſemblable quarré.

CONSTRVCTION.

Le quarré requis, ſoit le quarré de 1 ① + 1 (qui eſt tel, que ſi on en ſoubſtraict 2 ① + 1, ou 4 ①, reſtera quarré ſelon la queſtion) qui eſt	1 ② + 2 ① + 1	$\frac{25}{4}$
Doncques la premiere partie requiſe ſera	2 ① + 1	4
Et la ſeconde partie requiſe	4 ①	6
Somme des deux parties	6 ① + 1	10
Egale à	10	

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales à 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que 4 & 6 ſont les deux parties requiſes, & que $\frac{25}{4}$ eſt le quarré requis. *Demonſtration.* Que 4 & 6 ſont les deux parties de 10, eſt notoire. Puis ſoubſtraict 4 du quarré $\frac{25}{4}$, reſte quarré $\frac{9}{4}$, ſa racine $\frac{3}{2}$. Item ſoubſtraict 6 dudict quarré $\frac{25}{4}$, reſte quarré $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{1}{2}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXIV.

Partons 20 en deux parties, puis trouvons quelque quarré à ſa racine commenſurable, & tel qu'au meſme adjouſté chaſcune partie de 20, la ſomme ſoit ſemblable quarré.

CON-

CONSTRVCTION.

Le quarré requis ſoit le quarré de 1 ① + 1 (qui eſt tel, que ſi on l'ajouſte a 2 ① + 3, ou a 4 ① + 8, la ſomme ſera quarré ſelon la queſtion, car la racine de l'un ſera alors 1 ① + 2, & de l'autre 1 ① + 3) qui eſt	1 ② + 2 ① + 1	$\frac{25}{4}$
Doncques la premiere partie requiſe ſera	2 ① + 3	6
Et la deuxieſme partie	4 ① + 8	14
Somme des deux parties	6 ① + 11	20
Egale à	20	

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales a 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que 6 & 14 ſont les deux parties requiſes & que $\frac{25}{4}$ eſt le quarré requis.

Demonſtration.

Que 6 & 14 ſont les deux parties de 20, eſt notoire. Puis 6 ajouſté au quarre $\frac{25}{4}$, faict quarré $\frac{49}{4}$, ſa racine $\frac{7}{2}$. Item ajouſté 14 audict quarré $\frac{25}{4}$, faict quarre $\frac{81}{4}$, ſa racine $\frac{9}{2}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVATRIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par SIMON STEVIN *de Bruges.*

QVESTION I.

Partons 370 en deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que la somme des racines soit 10.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube	1 ① + 5	7
Ergo la racine du second cube, à fin que leur somme soit 10, sera	− 1 ① + 5	3
Doncques le premier cube sera	1 ③ + 15 ② + 75 ① + 125	343
Et le second cube	− 1 ③ + 15 ② − 75 ① + 125	27
Somme des deux cubes	30 ② + 250	370
Egale à	370	

Lesquels reduicts 30 ② seront egales à 120, & par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 343 & 27 sont les deux cubes requis. *Demonstration.* Que 343 & 27 sont les deux parties de 370, est notoire; Et la racine cubique de 343 est 7, & de 27 est 3, desquelles racines la somme est 10. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

Trouvons deux nombres desquels la difference soit 6, & la difference de leurs cubes 504.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube requis	1 ① + 3	8
Ergo la racine du second cube, à fin que leur difference soit 6, sera	1 ① — 3	2
Doncques le premier cube sera	1 ③ + 9 ② + 27 ① + 27	512
Et le second cube	1 ③ — 9 ② + 27 ① — 27	8
Difference des cubes	18 ② + 54	504
Egale à	504	

Lesquels reduicts 18 ② seront egales a 450, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 5.

Je di, que 8 & 2, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La difference de 8 & 2 est 6. Item le cube de 8 est 512, & de 2 est 8, qui soubstraict de 512, reste 504 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION III.

Multiplier par un quarré, & par son costé, un certain nombre: Ainsi que du costé provienne cube & du quarré le costé d'iceluy.

CONSTRVCTION.

Soit posé que le quarré fust	1 ②	$\frac{1}{16}$
Ergo son costé	1 ①	$\frac{1}{4}$
Item le nombre qu'ilz doivent multiplier soit un nombre cube, ayant pour denominateur 1 ①, à sçovoir	$\frac{8}{1\,(1)}$	32
Lequel multiplié par 1 ② viendra	8 ①	2
Et par 1 ①, viendra	8	

Or

Or la question veut que 8 (1) soit le costé & 8 le cube, parquoy 8 (1) seront egales à | 2
Lesquels reduicts 1 (1) vaudra $\frac{1}{4}$.

Ie di, que $\frac{1}{16}$ est le quarré & $\frac{1}{4}$ son costé, & 32 le nombre qu'ils doivent multiplier. *Examen.* Le produict de 32 par $\frac{1}{16}$ est 2; & le produict du mesme 32 par $\frac{1}{4}$ est 8, cube dudit 2 selon le requis, ce qu'il falloit examiner.

QVESTION IV.

ADjouster à un quarré & à son costé un mesme nombre, tellement que le semblable symptome advienne.

CONSTRVCTION.

Soit iceluy quarré	1 (2)	$\frac{1}{9}$
Ergo son costé	1 (1)	$\frac{1}{3}$
Ausquels il faut adjouster tant de (2), qu'avec 1 (2) (premier en l'ordre) facent quarré soit	3 (2)	$\frac{1}{3}$
Donc le mesme adjousté avec 1 (2) fera quarré	4 (2)	$\frac{4}{9}$
Le mesme 3 (2) adjousté avec 1 (1) faict	3 (2) + 1 (1)	$\frac{2}{3}$
qui devoit estre le costé de 4 (2) quatriesme en l'ordre, donc 3 (2) + 1 (1) seront egales à	2 (1)	$\frac{2}{3}$
Lesquels reduicts 1 (1) vaudra $\frac{1}{3}$.		

Je di, que $\frac{1}{9}$ sera le quarré, & $\frac{1}{3}$ son costé, ausquels on doit adjouster $\frac{1}{3}$ à un chascun particulierement.

Examen. A $\frac{1}{9}$ quarré, & à $\frac{1}{3}$ son costé si on adjouste $\frac{1}{3}$ à un chascun d'iceux, viendra $\frac{4}{9}$ quarré, & $\frac{2}{3}$ son costé selon le requis, ce qu'il falloit examiner.

QVESTION V.

AIoustons à quelque quarré à sa racine commensurable puis à sa racine, un mesme nombre, qui avec la racine face quarré duquel la racine soit la somme du premier quarré, & le nombre à ajouster.

CONSTRVCTION.

Soit le quarré requis 1 ② | $\frac{9}{25}$
Sa racine 1 ① | $\frac{3}{5}$
Et pour le nombre à aiouster prenons quelques ②, desquelles le nombre de multitude soit à sa racine commensurable, comme 4 ② moins (à fin qu'aiousté à la racine cy dessus 1 ①, la somme soit quarré selon la question) la racine 1 ① faict 4 ② — 1 ① | $\frac{21}{25}$
Auquel aiousté la racine 1 ①, faict 4 ②, sa racine 2 ① | $\frac{6}{5}$
Egale à la somme du premier & troisiesme en l'ordre, qui est 5 ② — 1 ① | $\frac{6}{5}$

Lesquels reduicts, 5 ① seront egales a 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{5}$.

Je di, que $\frac{9}{25}$ est le quarré & $\frac{21}{25}$ le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré $\frac{9}{25}$ est à sa racine $\frac{3}{5}$ commensurable, & audict quarre $\frac{9}{25}$ aiousté le nombre $\frac{21}{25}$ donne somme $\frac{6}{5}$; Et à ladicte racine $\frac{3}{5}$, aiousté ledict nombre $\frac{21}{25}$, faict quàrré $\frac{36}{25}$, sa racine $\frac{6}{5}$, egale à ladicte somme selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION VI.

Aioustons à quelque cube puis à quelque quarré à leurs racines commensurables, un mesme semblable quarré, ainsi que les sommes soyent par mesme ordre semblable cube & quarré.

CONSTRVCTION.

Soit le cube requis 1 ③ | $\frac{4096}{343}$
Et le premier quarré requis sera de quelques ②, telles que leur nombre de multitude

soit

ſoit quarré à ſa racine commenſurable, ſoit 9② $\frac{2304}{49}$

Or puis qu'il faut trouver encore un autre quarré qui aiouſté à 9②, face quarré ſelon la queſtion, on prendra quelques deux nombres deſquels le produict 9, comme 1 & 9, le quarré de la moitie de leur difference eſt 16, qui aiouſté a 9, faict quarré ſelon la queſtion par le theoreme de la 35 queſtion du ſecond livre, Doncques 16 eſt nombre nous ſervant en l'operation, auquel appliqué ② ſera pour le ſecond quarré requis 16② $\frac{4096}{49}$

Somme des deux quarrez 25② $\frac{6400}{49}$

Somme du cube & ſecond quarré 1③ + 16② $\frac{32768}{434}$

Egale à quelque cube ſelon la queſtion, qui ſoit 8③ $\frac{32768}{434}$

Leſquels reduicts 7① ſeront egales à 16, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{16}{7}$.

Je di, que $\frac{4096}{343}$, eſt le cube, & que $\frac{2304}{49}$ $\frac{4096}{49}$ ſont les quarrez requis. *Demonſtration.* La racine cubique de $\frac{4096}{343}$ eſt $\frac{16}{7}$; Et la racine quarrée de $\frac{2304}{49}$ eſt $\frac{48}{7}$, Et la racine quarrée de $\frac{4096}{49}$ eſt $\frac{64}{7}$. Item la ſomme du cube $\frac{4096}{343}$, & du quarré $\frac{4096}{49}$, eſt cube $\frac{32768}{343}$, ſa racine $\frac{32}{7}$. Item la ſomme des deux quarrez $\frac{2304}{49}$ $\frac{4096}{49}$, eſt quarré $\frac{6400}{49}$, ſa racine $\frac{80}{7}$; Ils ſont doncques à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QUESTION VII.

ADjouſtons à quelque cube, & quarré, un meſme quarré, afin que le meſme ſymptome advienne mais par ordre renverſé.

CONSTRVCTION.

Soyent iceux diſpoſez en ordre, premierement le cube, ſecondement le quarré, tiercement le quarré qu'il faut adjouſter à un chaſcun des precedens, comme s'enſuit.

Cube. Quarré. Quarré à adjouſter.

Et pource qu'en adjouſtant le deuxieſme & troiſieſme, la ſomme doit eſtre cube, ſoit icelle cube, à ſçavoir le premier. D'avantage puis que le premier eſt egal aux deux ſuivans, Il s'enſuit que le premier moins le dernier ſera le ſecond qui doibt eſtre quarré; mais le premier plus le dernier doibt faire auſſi un quarré, parquoy tant la ſomme, que la difference des extremes doit eſtre quarré. Or eſt il que, *A la ſomme des quarrez de deux nombres quelquonques, ſi on adjouſte, ou ſoubſtraict le double produict d'iceux, tant la ſomme que la difference ſeront quarrez.* Prenons donc deux nombres tels toutesfois que leur double produict ſoit quarré comme 1 (1) & 2 (1); & ſoit 5 (2) (la ſomme de leurs quarrez) pour le premier cy deſſus; & leur double produict 4 (2) pour le troiſieſme, & 1 (2) (leur difference) pour le ſecond; donc le ſecond auſſi le troiſieſme ſont quarrez. il reſte que le premier ſoit cube, parquoy 5 (2) ſera egale à un cube ſoit à 1 (1), alors 1 (1) vaudra 5.

Je di, que 125 cube, & 25 quarré, ſont les deux requis, & 100 le quarré à adjouſter.

Examen. La ſomme de 125 & 100 eſt quarré. Item la ſomme de 25 & 100 eſt cube, ſelon le requis, ce qu'il falloit trouver.

QVE-

QVESTION VIII.

CESTE question est la mesme que la precedente 7e, seulement differe en l'operation qui sera icy telle.

CONSTRVCTION.

Il appert en la proposition, qu'entre autres sont requis deux quarrez à leurs racines commensurables, desquels la somme avec l'un des quarrez soit semblable quarré, il faut doncques premierement trouver tels deux quarrez en ceste sorte; Soit l'un quarré	1 ②	16
Et l'autre quarré	4	4
Leur somme plus le premier quarré, est	2 ② + 4	36
Egale à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2 ① — 2, son quarré		
	4 ② — 8 ① + 4	36

Lesquels reduicts, 2 ① seront egales à 8, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 4. Et les deux quarrez seront 16 & 4; car leur somme 20 plus l'un quarré 16, faict quarré 36, comme il estoit propose. Doncques 16 & 4 sont deux nombres que nous cherchions servans à nostre propos, par lesquels nous commencerons autre operation telle:

Soit l'un quarré	16 ②	6400
Et l'autre quarré à ajouster	4 ②	1600
Leur somme pour le cube requis est	20 ②	8000
Egal à quelque cube, soit	1 ③	8000

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 20.

Je di, que 8000 est le cube, & que 6400. 1600 sont les quarrez requis. *Demonstration*. La racine du cube 8000 est 20, & la racine du quarré 6400, est 80, & du quarré 1600 est 40. Item la somme du cube 8000, & du quarré 6400, est quarré 14400, sa racine 120. Item la somme du quarré 6400, & du quarré 1600, est cube 8000, sa racine 20. Ils sont doncques à leurs racines commensurables; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION IX.

Adioustons à quelque cube à sa racine commensurable puis à sa racine, un mesme nombre Arithmetique, tel que du cube procede autrefois semblable cube, & de l'autre son costé.

CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis 1①

La racine du cube requis soit d'autant des ① qu'on voudra, soit de 2①

Ergo son cube 8③

Puis adjousté le nombre 1 ① à la racine 2 ①, faict pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition 3①

Son cube 27③

Egal à la somme du nombre requis 1 ①, & du cube 8 ③, qui est 8③ + ①1

Lesquels reduicts 19 ② seront egales à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\surd\ \frac{1}{19}$. Or si cecy fust nombre Arithmetique selon la question, la solution seroit bonne, mais il ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte, car on devra au lieu des 2① posees cy dessus à la volee, poser quelques ① de certaine condition en ceste sorte: Puis que 19 ③ procedent par l'exces de 27 ③ a 8 ③, desquels les racines sont 2 ①, & 3 ①. Item procedant 3 ① (qui sont cy dessus quatriesme en l'ordre) par l'addition de 1 ①, & plus quelques ① à plaisir, comme cy dessus 2 ① second en l'ordre: Il appert qu'il nous faudra trouver deux nombres Arithmetiques,

ques,desquels la difference soit 1,& la difference de leurs cubes quelque quarré à sa racine commensurable.

Soit le premier nombre	1 ①	7
Le second nombre sera	1 ① + 1	8
Le cube du premier nombre	1 ③	343
Le cube du second	1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1	512
Difference des cubes	3 ② + 3 ① + 1	169
Egale à quelque quarré que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine — 2 ① + 1, son quarré	4 ② — 4 ① + 1	169

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 7 pour le premier nombre, & le second nombre sera 8; Car la difference de leurs cubes est quarré 169, à sa racine 13 commensurable. Doncques 7 & 8 sont deux nombres que nous cherchions, servans à nostre propos; nous commencerons doncques par les mesmes autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit le nombre requis	1 ①	$\frac{1}{13}$
Et la racine du cube requis soit de	7 ①	$\frac{7}{13}$
Ergo le cube	343 ③	$\frac{343}{2197}$
Puis adjousté le nombre 1 ① à la racine cubique 7 ①, faict pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition	8 ①	$\frac{8}{13}$
Son cube	512 ③	$\frac{512}{2197}$
Egal à la somme du nombre requis 1 ① & du cube 343 ①, qui est	343 ③ + 1 ①	$\frac{512}{2197}$

Lesquels reduicts 169 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{13}$.

Ie di, que $\frac{343}{2197}$ est le cube, & que $\frac{1}{13}$ est le nombre requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{343}{2197}$ est $\frac{7}{13}$. Et adjousté le nombre $\frac{1}{13}$ au cube $\frac{343}{2197}$, la somme est

 cube

cube $\frac{512}{2197}$, sa racine $\frac{8}{13}$. Item ajousté $\frac{1}{13}$, à la racine $\frac{7}{13}$, la somme est $\frac{8}{13}$, qui est aussi racine du cube $\frac{512}{2197}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION X.

Aioustons à quelque cube à sa racine commensurable, puis à sa racine, un mesme nombre Arithmetique tel, que de la racine procede semblable cube, & du cube son costé.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du cube requis 2①

Son cube sera 8③

Puis pour trouver le nombre requis, prenons quelque cube duquel la racine 3①, qui est 27③, du mesme soubstraict ladicte racine 2①, reste (car ainsi sera satisfaict au requis, en cela qu'ajousté le nombre requis à la racine cubique la somme soit cube) pour le nombre requis 27③ — 2①

Or ajousté ce nombre 27③ — 2① à la racine cubique 2①, la somme est 27③

Sa racine 3①

Egale à la somme du nombre 27③ — 2①, & du cube 8③, qui est 35③ — 2①

Lesquels reduicts 35② seront egales a 5, & par le 78 probleme 1① vaudra $\surd \frac{1}{7}$. Or si ceste racine fust à son quarré commensurable, la solution seroit bonne, mais elle ne l'est pas; il faut doncques proceder d'aultre sorte, car il nous faudra au lieu des 2① & 3① posées ci dessus à la volée, poser quelques ① de certaine condition en ceste sorte: Il appert qu'il est necessaire, que la somme des nombres de multitude des ③ ci dessus 35, aie à la somme des nombres de multitude des ① ou racines cubiques comme 5, telle raison comme de quarré à sa racine comne commenſurable, a quarré à ſa racine commenſurable. mais ceſte raiſon n'eſt pas de 35 a 5, il les faut doncques trouver en ceſte ſorte:

Soit la ſomme des racines cubiques nombre Arithmetique quelconque comme 2
Et ſoit l'une racine 1 (1)
Ergo l'autre racine — 1 (1) + 2
Ergo l'une cube 1 (3)
Et l'autre cube — 1 (3) + 6 (2) — 12 (1) + 8
Somme des deux cubes (laquelle obtient neceſſairement à la ſomme des racines, raiſon comme de quarré à quarré ſelon le requis) eſt 6 (2) — 12 (1) + 8
Or puis que 2, & 6 (2) — 12 (1) + 8, ont ladicte raiſon de quarré a quarré, s'enſuit que leur quotient ſera le quarré requis, lequel quotient eſt 3 (2) — 6 (1) + 4
Egal à quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine — 4 (1) + 2, ſon quarré 16 (2) — 16 (1) + 4

Leſquels reduicts, 13 (1) ſeront egales a 10, & par le 67 probleme 1 (1) vaudra $\frac{10}{13}$, pour l'une racine cubique, & l'autre racine cubique ſera $\frac{16}{13}$. Car leur ſomme 2, obtient à la ſomme de leurs cubes $\frac{4096}{2197}$, ladicte raiſon de quarré à quarré. Doncques $\frac{10}{13}$ & $\frac{16}{13}$ ſont les deux nõbres que nous cherchions, ſervans à noſtre propos. Mais nous delaiſſons à cauſe de briefueté leurs nominateurs, & prenons la moitie des 10 & 16, à ſçavoir 5 & 8, qui ſont entre eux en la meſme raiſon, & par les meſmes nous commencerons autre operation ſemblable à la premiere en ceſte ſorte:

Soit la racine du cube 5 (1) | $\frac{5}{7}$
Son cube ſera 125 (3) | $\frac{125}{343}$
Puis pour trouver le nombre requis, prenons

le cube

le cube de 8 ①, qui est 512 ③, du mesme soubstraict lesdicts 5 ①, reste (car ainsi sera satisfaict au requis, en cela qu'ajousté ce nombre à la racine cubique, la somme soit cube) pour le nombre requis 512 ③ — 5 ① | $\frac{267}{343}$

Or ajousté ce nombre 512 ③ — 5 ① à la racine cubique 5 ①, la somme est 512 ③ | $\frac{512}{343}$

Sa racine 8 ① | $\frac{8}{7}$

Egale à la somme du nombre 512 ③ — 5 ① & du cube 125 ③, qui est 637 ③ — 5 ① | $\frac{8}{7}$

Lesquels reduicts 637 ② seront egales a 13, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{7}$.

Ie di, que $\frac{125}{343}$ est le cube, & que $\frac{267}{343}$ est le nombre requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{125}{343}$ est $\frac{5}{7}$; Et ajousté le nombre $\frac{267}{343}$ à la racine $\frac{5}{7}$, la somme est cube $\frac{512}{343}$, sa racine $\frac{8}{7}$. Item ledict nombre $\frac{267}{343}$, ajousté au cube $\frac{125}{343}$, la somme est $\frac{8}{7}$, qui est aussi racine du cube composé $\frac{512}{343}$. Ce sont doncques cubes a leurs racines commensurables selon le requis.

QVESTION XI.

TRouvons deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que leur somme soit egale à la somme de leurs racines.

NOTA. L'on pourroit dire facilement pour solution que l'une cube est 1, & l'autre cube aussi 1, mais il nous faut expliquer la solution de Diophante.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube	2 ①
Et la racine du second cube	3 ①
Ergo le premier cube	8 ③
Et le second cube	27 ③
Somme des cubes	35 ③

Egale

Egale a la somme des racines, qui est 5 ①

Lesquels reduicts 35 ② seront egales a 5, & par le 78 probleme, 1 ① vaut $\sqrt{\frac{1}{7}}$. Or si la mesme racine fust a son quarré commensurable, la solution seroit bonne; mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte; car les racines cubiques comme ci dessus 2 ① & 3 ① qui sont posees a la volee, il les faudra poser par certaine condition comme s'ensuit: Il appert qu'il est necessaire de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que la somme de leurs cubes divisee par la somme de leurs racines, le quotient soit quarré à sa racine commensurable. Mais il est demonstré à la 10e. question precedente, que tels deux cubes sont ceux, desquels les racines sont 5 & 8. il nous faut döcques par les mesmes commencer autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit la racine du premier cube	5 ①	$\frac{5}{7}$
Et la racine du second cube	8 ①	$\frac{8}{7}$
Ergo le premier cube	125 ③	$\frac{125}{343}$
Et le second cube	512 ③	$\frac{512}{343}$
Somme des cubes	637 ③	$\frac{13}{7}$
Egale à la somme des racines qui est	13 ①	$\frac{13}{7}$

Lesquels reduicts 637 ② seront egales a 13, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{7}$.

Ie di, que $\frac{125}{343}$ $\frac{512}{343}$ sont les deux cubes requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{125}{343}$ est $\frac{5}{7}$; Et la racine du cube $\frac{512}{343}$ est $\frac{8}{7}$. ce sont doncques cubes a leurs racines commensurables. Item la somme des cubes est $\frac{13}{7}$, aussi est $\frac{13}{7}$ la somme des racines selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVE-

QVESTION XII.

TRouvons deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que leur difference soit egale à la difference de leurs racines.

CONSTRVCTION.

Soit la racine du premier cube	2①
Et la racine du second cube	3①
Ergo le premier cube	8③
Et le second cube	27③
Difference des cubes	19③
Egale à la difference des racines qui est	1①

Lesquels reduicts 19 ② seront egales à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or si la mesme racine fust à son quarré commensurable, la solution seroit bonne, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte; Car les racines cubiques ci dessus 2 ① & 3 ① posées a la volée, il les faudra prendre par certaine condition comme s'ensuit: Il appert qu'il est necessaire, que la difference des nombres comme ci dessus 19, aye à la difference des nombres des racines comme 1, telle raison comme de quarré à sa racine commensurable, a quarré a sa racine commensurable; Mais ceste raison n'est pas de 19 a 1; Il les faut doncques trouver en ceste sorte:

Soit la racine de l'une cube	1 ①	7
Et la racine de l'autre cube	1 ① + 1	8
Ergo l'une cube	1 ③	343
Et l'autre cube	1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1	512
Difference des cubes	3 ② + 3 ① + 1	169
Difference des racines	1	1

Or puis que la difference des cubes doibt avoir à la difference des racines, la raison de

quar-

quarré a quarré, comme dict est; s'ensuit
que leur produict doibt estre tel quarré
qui est 3② + 3① + 1 | 169
Ergo il est egal a quelque semblable quarré,
que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine — 2①
+ 1, son quarré 4② — 4① + 1 | 169

Lesquels reduicts 1① sera egale ou vaudra 7, pour l'une racine cubique, & l'autre racine sera 8, car leur difference 1, obtient à la difference de leurs cubes 169, ladicte raison de quarré a quarré : Doncques 7 & 8 sont les deux nombres que nous cherchions servans à nostre propos, par lesquels nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit la racine du premier cube	7①	$\frac{7}{13}$
Et la racine du second cube	8①	$\frac{8}{13}$
Ergo le premier cube	343③	$\frac{343}{2197}$
Et le second cube	512③	$\frac{512}{2197}$
Difference des cubes	169③	$\frac{1}{13}$
Egale à la difference des racines, qui est	1①	$\frac{1}{13}$

Lesquels reduicts 169② seront egales à 1, & par le 78 probleme 1① vaudra $\frac{1}{13}$.

Ie di, que $\frac{343}{2197}$ & $\frac{512}{2197}$ sont les deux cubes requis.

Demonstration. La racine du cube $\frac{343}{2197}$ est $\frac{7}{13}$, Et la racine du cube $\frac{512}{2197}$ est $\frac{8}{13}$; ce sont docques cubes à leurs racines commensurables. Item la difference des cubes $\frac{343}{2197}$ & $\frac{512}{2197}$ est $\frac{1}{13}$, aussi est $\frac{1}{13}$ la difference des racines $\frac{7}{13}$ & $\frac{8}{13}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XIII.

T*Rouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du majeur ajousté au moindre, soit egal au cube du moindre ajousté au maieur.*

CON-

CONSTRVCTION.

Soit le moindre nombre requis 2 ①
Et le majeur nombre 3 ①
Ergo le moindre cube 8 ③
Et le majeur cube 27 ③
La somme du majeur cube & moindre nombre, est 27 ③ + 2 ①
Egale a la somme du moindre cube & majeur nombre qui est 8 ③ + 3 ①

Lesquels reduicts 19 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\surd \frac{1}{19}$. Or si la mesme racine fust nombre Arithmetique, la solution seroit bonne; mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte, car les racines cubiques ci dessus 2 ① & 3 ① posées à plaisir, il les faudra poser par certaine condition comme s'ensuit: Il appert qu'il est necessaire de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que la somme du cube du maieur nombre & le moindre nombre divisee par la somme du cube du moindre & le majeur nombre, le quotient soit quarré à sa racine commensurable: Mais il est demonstré à la 12 question precedēte, que tels deux nombres sont 7 & 8, il faut doncques par les mesmes commencer autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le moindre nombre requis 7 ① | $\frac{7}{13}$
Et le maieur nombre 8 ① | $\frac{8}{13}$
Ergo le moindre cube 343 ③ | $\frac{343}{2197}$
Et le maieur cube 512 ③ | $\frac{512}{2197}$
Somme du maieur cube & moindre nombre
512 ③ + 7 ① | $\frac{1695}{2197}$
Egale a la somme du moindre cube & maieur nombre, qui est 343 ③ + 8 ① | $\frac{1695}{2197}$

Les-

Lesquels reduicts 169 (2) seront egales a 1, & par le 78 probleme 1 (1) vaudra $\frac{1}{13}$.

Je di, que $\frac{7}{13}$ & $\frac{8}{13}$ sont les nombres requis. *Demonstrat.* Le cube du maieur nombre $\frac{8}{13}$ est $\frac{512}{2197}$, & le cube du moindre nombre $\frac{7}{13}$, est $\frac{343}{2197}$: Puis aiousté le maieur cube $\frac{512}{2197}$ au moindre nombre $\frac{7}{13}$, la somme est $\frac{1695}{2197}$, qui est aussi la somme du moindre cube $\frac{343}{2197}$ & du maieur nõbre $\frac{8}{13}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstr.

QVESTION XIV.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, qu'à chascun, puis à leur somme, puis à leur difference ajousté 1, *soyent tous quarrez à leurs racines commensurables.*

CONSTRVCTION.

Si de quelque quarré selon la question, on soubstraict 1, la reste sera le premier nombre. Soit quelque quarré duquel la racine est de quelques (1) plus 1, comme 3 (1) + 1, son quarré 9 (2) + 6 (1) + 1, du mesme soubstraict 1, reste pour le premier nombre requis 9 (2) + 6 (1) | 3024

Or puis que nous voulons que le premier & second nombre plus 1, soit aussi quarré selon la question, il faut trouver un quarré qui aiousté aux 8 (2) + 6 (1), face tel quarré. Parquoy suivant le theoreme cy dessoubs, on prendra quelques deux nombres desquels le produict est 9 (2) + 6 (1); Soyent 9 (1) + 6, & 1 (1), leur difference est 8 (1) + 6, la moitie 4 (1) + 3, son quarré 16 (2) + 24 (1) + 9 (lequel quarré aiousté a 9 (2) + 6 (1), faict quarré selon la question 25 (2) + 30 (1) + 9, car sa racine est 5 (2) + 3) dudict quarré soubstraict 1, reste pour le second nombre requis 16 ② + 24 ① + 8 | 5624

La difference des deux nombres requis est 7 ② + 18 ① + 8, à la mesme adiousté 1, faict 7 ② + 18 ① + 9 | 2601

Egal à quelque quarré selon la question; que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine − 3 ① + 3, son quarré 9 ② − 18 ① + 9 | 2601

Lesquels reduicts 2 ① seront egales a 36, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 18.

Je di, que 3024 & 5624 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Aiousté 1 a 3024, faict quarré 3025, sa racine 55. Item aiousté 1 a 5624, faict quarré 5625, sa racine 75. Item aiousté 1 a la somme de 3024, & 5624, qui est 8648, faict quarré 8649, sa racine 93. Item aiousté 1 à la difference de 3025 & 5625, qui est 2600, faict quarré 2601, sa racine 51; ce sont doncques quarrez a leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

AU produict de deux nombres Arithmetiques, ajousté le quarré de la moitie de leur difference, faict quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soyent deux nombres Arithmetiques 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 2 & 10 est 20, la difference de 2 & 10 est 8, sa moitie 4, son quarré 16, aiousté à 20, faict quarré 36, à sa racine 6 commensurable selon le theoreme. *Conclusion.* Au produict doncques de deux nombres, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XV.

Trouvons trois quarrez à leurs racines commensurables, & tels que leur somme soit egale à la somme de leurs trois differences.

CONSTRVCTION.

Soit le moindre quarré	1	1
Et le maieur quarré soit duquel la racine 1 ① + 1, le quarré	1 ② + 2 ① + 1	$\frac{196}{25}$
Or veu que les trois differẽces des trois nombres requis, sont egales au mesmes trois nombres : Ergo le double de la difference du maieur & moindre, est egal aux mesmes trois nombres par le suivant theoreme. Prenons doncques la difference du maieur & moindre quarré, qui est 1 ② + 2 ①, le double pour la somme des trois quarrez requis, est	2 ② + 4 ①	$\frac{342}{25}$
De la mesme soubstraict la somme du maieur & moindre quarré, qui est 1 ② + 2 ① + 2, reste pour le moyen quarré requis	1 ② + 2 ① — 2	$\frac{121}{25}$
Egal à quelque quarré selon la question, que l'on fingera tel, qu'il y sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 1 ① — 4, son quarré	1 ② — 8 ① + 16	$\frac{121}{25}$

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 18, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{9}{5}$.

Ie di, que 1, $\frac{121}{25}$, $\frac{196}{25}$, sont les trois quarrez requis. *Demonstration.* La racine du quarré 1, est 1; Et la racine du quarré $\frac{121}{25}$, est $\frac{11}{5}$; Et la racine du quarré $\frac{196}{25}$, est $\frac{14}{5}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables. Item les trois differences des quarrez ſont $\frac{96}{25}$. $\frac{75}{25}$. $\frac{171}{25}$. la ſomme des meſmes $\frac{342}{25}$, eſt egale à la ſomme des trois quarrez trouvez, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME.

SI la ſomme des trois differences de trois nombres, fuſt egale à la ſomme de trois nombres: Le double de la difference du maieur & moindre nombre, ſera auſſi egal à la ſomme des trois nombres.

Explication du donné. Soyent trois nombres 2. 10. 16, deſquels les trois differences 8. 6. 14. ſont telles, que leur ſomme 28 eſt egal à la ſomme des trois nombres qui eſt auſſi 28. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par les meſmes le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le double de la difference du maieur 16, & du moindre 2 (laquelle difference eſt 14) eſt 28, egale à ladicte ſomme des trois nombres 2. 10. 16. ſelon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques la ſomme des trois differences, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Pour facilement trouver trois nombres de la qualité de ce theoreme, comme ſont 2. 10. 16, on poſera quelques deux nombres pour le moindre & maieur, mais par telle condition, que le double de leur difference excede à leur ſomme, ſoyent 3 & 21, leur difference eſt 18, le double eſt 36, du meſme ſoubſtraict 24, pour la ſomme de 21 & 3, reſte pour le moyen nombre 12. Doncques les trois nombres 3, 12, 21, ſont nombres de la qualité requiſe.

QVESTION XVI.

TRouvons trois nombres tels, que le produict de la ſomme du premier & ſecond par le troiſieſme ſoit 35, & du ſecond & troiſieſme par le premier 27, & du troiſieſme & premier par le ſecond 32.

CON-

CONSTRVCTION.

Soit le troiſieſme nombre requis . $1\textcircled{1}$

Ergo la ſomme du premier & ſecond nombre, qui multiplié par le premier doibt faire 35 (laquelle on trouve diviſant 35 par $1\textcircled{1}$ du troiſieſme nombre) ſera $\frac{35}{1\textcircled{1}}$

Soit le premier $\frac{10}{1\textcircled{1}}$

Ergo le ſecond $\frac{25}{1\textcircled{1}}$

Et ainſi eſt ſatisfaict au premier poinct requis, reſte encore d'accõplir les deux autres, deſquels le premier eſt, que le produict de la ſomme du ſecond & troiſieſme (qui eſt $\frac{25}{1\textcircled{1}} + \frac{1\textcircled{1}}{1}$) par le premier nombre $\frac{10}{1\textcircled{1}}$, ſoit 27; & tel produict (egal a 27) eſt $\frac{250}{1\textcircled{2}} + \frac{10\textcircled{1}}{1\textcircled{1}}$ qui faict $\frac{250}{1\textcircled{2}} + 25$

Or la difference de 27 a 32 eſt 5; Si doncques la difference de leurs egaux (qui ſont le cincquieſme & ſixieſme en l'ordre) fuſt auſſi 5, le tout euſt eſte bien faict. Mais elle ne l'eſt pas; car leur difference eſt 15, il faut doncques proceder d'autre ſorte comme s'enſuit: Il appert qu'on ne peut partir les $\frac{35}{1\textcircled{1}}$ ſecond en l'ordre comme on veult, mais par telle condition que la difference du cincquieſme & ſixieſme en l'ordre ſoit 5. Pour à quoy advenir il appert qu'on devra prendre leſdictes deux parties troiſieſme & quatrieſme en l'ordre telles, que leur difference ſoit $\frac{5}{1\textcircled{1}}$, qui ſeroit $\frac{15}{1\textcircled{1}}$ & $\frac{20}{1\textcircled{1}}$; il faut doncques par les meſmes commencer autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

Soit le troiſieſme nombre requis $1\textcircled{1}$ | 5

Ergo la ſomme du premier & ſecond nombre, qui multiplié par le premier doibt faire 35, ſera $\frac{35}{1\textcircled{1}}$ | 7

Le premier nombre ſera $\frac{15}{1\textcircled{1}}$ | 3

 Le

Le second nombre $\frac{20}{1(1)}$ | 4

Et ainsi est satisfaict au premier poinct requis, reste encore d'accomplir les deux autres, desquels le premier est, que le produict de la somme du second & troisiesme nombre $\frac{20}{1(1)}$ + 1①, par le premier $\frac{15}{1(1)}$ soit 27; & tel produict egal à 27 est $\frac{300}{1②}$ + 15 | 27

Le dernier poinct requis est, que le produict de la somme du premier & troisiesme $\frac{15}{1(1)}$ + 1①, par le second $\frac{20}{1(1)}$, soit 32, & tel produict est $\frac{300}{1②}$ + 20 | 32

Egal à 32

Lesquels reduicts 12② seront egales a 300, & par le 78 probleme, 1① vaudra 5.

Je di, que 3. 4. 5. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme du premier 3 & second 4, est 7, qui multipliée par le troisiesme 5, faict 35. Item la somme du second 4 & troisiesme 5, est 9, qui multipliée par le premier 3 faict 27. Item la somme du troisiesme 5 & premier 3 est 8, qui multipliée par le second, faict 32 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XVII.

Trouvons trois nombres Arithmetiques desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable; & tels, que le quarré de chascun nombre, avec son nombre suivant, soit semblable quarré.

CONSTRVCTION.

Posons pour le second nombre des ① quelconques, soit 4① | 52②

Or puis que le quarré du premier nombre adiousté au second, doibt estre quarré selon la question, s'ensuit qu'il faut

trouver

trouver un quarré,qui aiousté a 4 ①, face tel quarré. Prenons deux nombres desquels le produict soit 4 ①, soyent 2 & 2 ①, leur difference 2 ① — 2, la moitie (car aiousté son quarré à 4 ① fera quarré selon la question par le theoreme de la 35 question du 2 livre) pour le premier nombre requis est 1 ① — 1 | 13 ② — 1

Reste maintenant de trouver le troisiesme nombre tel, que le quarré du second, aiousté audict troisiesme, soit semblable quarré, le mesme sera trouvé, quand d'un quarré, on soubstraict le quarré de 4 ①, qui est 16 ②: Posons doncques quelque convenable racine comme 4 ① + 1, son quarré 16 ② + 8 ① + 1, du mesme soubstraict 16 ②, reste pour le troisiesme nombre requis 8 ① + 1 | 104 ② + 1

Somme des trois nombres 13 ① | 169 ②

Egale à quelque quarré selon la question, que l'on fingera tel,qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 13 ①, son quarré 169 ② | 169 ②

Or 13 ① vallans 169 ②, la 1 ① vaudra 13 ②, laquelle valeur de 1 ① ainsi cognue seront semblablement cognuz (à sçavoir en quantitez algebraiques) les valeurs des trois nombres requis,par lesquelles nous commencerons autre operation telle:

Le premier nombre cy dessus 1 ① — 1 (veu que 1 ① vaut 13 ②) vaudra 13 ② — 1 | $\frac{36621}{2704}$

Et pour mesme raison le second nombre qui cy dessus est 4 ①, vaudra 52 ② | $\frac{157300}{704}$

Et le troisiesme nombre vaudra 104 ② + 1 $\frac{317304}{2704}$
Somme des trois nombres, qui est quarré selon le requis, est 169 ② $\frac{511225}{2704}$

Et ainsi est satisfaict aux 3 poincts requis, sans toutesfois que la requise valeur d'une ① soit encore cognue. Reste maintenant le quatriesme poinct, qui est que le quarré du troisiesme nõbre avec le premier nombre, soit aussi quarré selon la question. Or le quarré du troisiesme nombre est 10816 ④ + 208 ② + 1, & le premier nombre est 13 ② − 1, leur somme est 10816 ④ + 221 ② qui sont en inferieurs quantitez de mesme raison 10816 ② + 221 $\frac{100780851600}{731161}$

Egales à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté. soit duquel la racine 104 ① + 1, son quarré 10816 ② + 208 ① + 1 $\frac{100780851600}{731161}$

Lesquels reduicts 208 ① seront egales à 220, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{55}{52}$.

Je di, que $\frac{36621}{2704}$, $\frac{157300}{2704}$, $\frac{317304}{2704}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration*. La somme des trois nombres est quarré $\frac{511225}{2704}$, sa racine $\frac{715}{52}$. Item le quarré du premier nombre $\frac{36621}{2704}$, est $\frac{1341097641}{7311616}$, au mesme aiousté le second nombre $\frac{157300}{2704}$, la somme est quarré $\frac{1766436841}{7311616}$, sa racine $\frac{42029}{2704}$. Item le quarré du second nombre $\frac{157300}{2704}$, est $\frac{24743290000}{7311616}$, au mesme aiousté le troisiesme nombre $\frac{317304}{2704}$, la somme est me eſt quarré $\frac{25600280016}{7311616}$, ſa racine $\frac{160004}{2704}$. Item le quarré du troiſieſme nõbre $\frac{317304}{2704}$, eſt $\frac{100681828416}{7311616}$. au meſme ajouſte le premier nombre $\frac{3662}{2704}$, la ſomme eſt quarré $\frac{100780851600}{7311616}$, ſa racine $\frac{317460}{2704}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis : ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVIII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques, deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & tels que du quarré de chaſcun ſoubſtraict ſon nombre ſuivant, les reſtes ſoyent ſemblables quarrez.

CONSTRVCTION.

Poſons pour le ſecond nombre des (1) quelconques, ſoyent	4 (1)	52 (2)
Or puis que du quarré du premier nombre requis, ſoubſtraict le ſecond, la reſte doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, s'enſuit qu'il nous faut trouver un quarré, duquel ſoubſtraict 4 (2), la reſte ſoit tel quarré. Prenons deux nombres deſquels le produict ſoit 4 (1), ſoyent 2 & 2 (1), leur ſomme eſt 2 (1) + 2, la moitie (car de ſon quarré ſoubſtraict 4 (1), reſtera quarré ſelon la queſtion, par le theoreme de la 36 queſtion du 2 livre) pour le premier nombre requis eſt	1 (1) + 1	13 (2) + 1
Reſte maintenant de trouver le troiſieſme nombre tel, que ſoubſtraict du quarré du ſecond, la reſte ſoit ſemblable quarré, le meſme ſera trouvé,		

quand

quand du quarré de 4 ①, qui eſt 16 ②, on ſoubſtraict quelque autre quarré. Poſons doncques quelque convenable racine comme 4 ① — 1, ſon quarré 16 ② — 8 ① + 1, qui ſoubſtraict de 16 ②, reſte pour le troiſieſme nombre requis 8 ① — 1 | 104 ② — 1

Somme des trois nombres 13 ① | 169 ②

Egale a quelque quarré ſelon la queſtion, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 13 ①, ſon quarré 169 ② | 169 ②

Or 13 ① vallans 169 ②, la 1 ① vaudra 13 ②, laquelle valeur de 1 ① ainſi cognue, ſeront ſemblablement cognuz (à ſçavoir en quantitez algebraiques) les valeurs des trois nombres requis, par leſquels nous commencerons autre operation telle:

Le premier nombre ci deſſus 1 ① + 1 (veu que 1 ① vaut 13 ②) vaudra 13 ② + 1 | $\frac{170989}{10816}$

Et pour meſme raiſon, le ſecond nombre qui deſſus eſt 4 ①, vaudra 52 ② | $\frac{640692}{10816}$

Et le troiſieſme nombre vaudra 104 ② — 1 | $\frac{1270568}{10816}$

Somme des trois nombres 169 ② | $\frac{2082249}{10816}$

Et ainſi eſt ſatisfaict à trois poincts du requis, ſans toutesfois que la requiſe valeur de 1 ① ſoit cognue. Reſte maintenant le quatrieſme poinct qui eſt, que du quarré du troiſieſme nombre ſoubſtraict le premier, la reſte ſoit quarré ſelon la queſtion. Or le quarré du troiſieſme nombre eſt 10816 ④ — 208 ② + 1, du

meſ-

mesme soubstraict le premier nombre, qui est 13 ① + 1, reste 10816 ④ — 221 ② qui sont en inferieures quantitez de mesme raison

10816 ② — 221 | $\frac{130873608}{10816}$

Egales a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 104 ① — 1, son quarré 10816 ② — 208 ① + 1 | $\frac{130873608}{10816}$

Lesquels reduicts 208 ① seront egales à 222, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{111}{104}$.

Je di, que $\frac{170989}{10816}$, $\frac{640692}{10816}$, $\frac{1270568}{10816}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres est quarré $\frac{2082249}{10816}$, sa racine $\frac{1443}{104}$. Item le quarré du premier nombre est $\frac{29237238121}{116985856}$, du mesme soubstraict le second nombre $\frac{640692}{10816}$, reste quarré $\frac{22307513449}{116985856}$, sa racine $\frac{149357}{10816}$. Item le quarré du second nombre $\frac{640692}{10816}$, est $\frac{410486238864}{116985856}$, du mesme soubstraict le troisiesme nombre $\frac{1270568}{10816}$, reste quarré $\frac{396743775376}{116985856}$, sa racine $\frac{629876}{10816}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{1270568}{10816}$, est $\frac{1614343042624}{116985856}$, du mesme soubstraict le premier nombre $\frac{170989}{10816}$, reste quarré $\frac{1612493625600}{116985856}$, sa racine $\frac{1269840}{10816}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XIX.

Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du premier ajousté au second, la somme soit cube à sa racine commensurable: Item le quarré du second nombre ajousté au premier, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CON-

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1 ①

Son cube 1 ③

Le second nombre (à fin que le cube du premier ajousté au second nombre, soit cube selon la question) soit —1 ③ + 8

Le quarré du second nombre 1 ⑨ — 16 ③ + 64

Auquel ajousté le premier nombre, faict

1 ⑨ — 16 ③ + 1 ① + 64

Egal a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 1 ③ + 8, son quarré 1 ⑨ + 16 ③ + 64

Lesquels reduicts 32 ② seront egales à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{32}}$. Or si la mesme racine fust à son quarré commensurable, la solution seroit bonne; Mais elle ne l'est pas; il faut doncques proceder d'autre sorte, car le cube 8 posé ci dessus à la volée, il le faudra poser par certaine condition comme s'ensuit: Il appert que ces 32 nous viennent de deux fois 16, procedant chascune de double multiplication de 8 par 1; Et par consequent lesdicts 32 procedent aussi de quadruple position de 8: D'ou il est manifeste qu'il nous faut trouver un nombre cubique au lieu de 8, tel que son quadruple soit quarré à sa racine commensurable.

Posons que tel nombre soit	1 ③	64
Son quadruple	4 ③	256
Egal a quelque convenable quarré soit	16 ②	256

Lesquels reduicts 4 ① seront egales a 16, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4. Et le nombre requis (au lieu de 8, de la precedente operation) sera 64. Car c'est cube selon le requis, & son quadruple 256 est quarré selon le requis; nous en ferons doncques autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit

Soit le premier nombre 1 ① | $\frac{1}{16}$
Son cube 1 ③ | $\frac{1}{4096}$
Le second nombre (à fin que le cube du premier, adjousté au second, face cube selon la question) soit $-$ 1 ③ $+$ 64 | $\frac{262143}{4096}$
Son quarré 1 ⑨ $-$ 128 ③ $+$ 4096 | $\frac{68718952449}{16777216}$
Auquel ajousté le premier nombre, faict 1 ⑨ $-$ 128 ③ $+$ 1 ① $+$ 4096 | $\frac{68720001025}{16777216}$
Egal a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 1 ③ $+$ 64, son quarré 1 ⑨ $+$ 128 ③ $+$ 4096 | $\frac{68720001025}{16777216}$

Lesquels reduicts 256 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{16}$.

Je di, que $\frac{1}{16}$ & $\frac{262143}{4096}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le cube du premier nombre $\frac{1}{16}$ est $\frac{1}{4096}$, qui ajousté au second nombre $\frac{262143}{4096}$, faict cube $\frac{262144}{4096}$, sa racine $\frac{64}{16}$, Item le quarré du second nombre $\frac{262143}{4096}$, est $\frac{68718952449}{16777216}$, qui ajousté au premier nombre $\frac{1}{16}$, faict quarré $\frac{68720001025}{16777216}$, sa racine $\frac{262145}{4096}$. Ce sont doncques cube & quarré, a leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XX.

T*Rouvons operation algebraique telle, que pour la valeur de* 1 ① *posant nombre Arithmetique quelconque, nous aions trois nombres tels, qu'au produict de chasques deux ajousté* 1, *la somme soit quarré à sa racine commensurable.*

CON-

CONSTRVCTION.

Soit le produict du premier & ſecond nombre requis, le quarré de ① quelconque plus 1, comme 1 ① + 1, qui eſt 1 ② + 2 ① + 1, des meſmes ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra que luy ajouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict 1 ② + 2 ①

Et ſoit le ſecond nombre requis 1 ①

Ergo le premier nombre (puis que leur produict eſt 1 ② + 2 ①) ſera 1 ① + 2

Et de meſme ſorte nous trouverons le troiſieſme nombre requis, poſant pour le produict du ſecond & troiſieſme nombre le quarré de ① quelconques plus 1, comme de 3 ① + 1 qui eſt 9 ② + 6 ① + 1, des meſmes ſoubſtraict 1 (car ainſi adviendra, que luy ajouſtant 1, il ſera quarré ſelon la queſtion) reſte pour ledict produict 9 ② + 6 ①

Mais le ſecond eſt 1 ①; Ergo le troiſieſme (puis que le produict du ſecond & troiſieſme eſt 9 ② + 6 ①) ſera 9 ① + 6

Reſte maintenant que le produict du troiſieſme & premier + 1, ſoit quarré ſelon la queſtion, mais le produict du troiſieſme nombre 9 ① + 6, & du premier 1 ① + 2, eſt 9 ② + 24 ① + 12, au meſme ajouſté 1, faict 9 ② + 24 ① + 13

Or ſi le meſme nombre euſt racine ſelon la queſtion, le requis ſeroit trouvé, mais il ne l'a point, il faut doncques proceder d'autre ſorte. Il appert, que ſi le double du produict de la racine de 9, par la racine de 13, fuſt egal au moyen 24 (car alors ledict nombre auroit racine ſelon la queſtion) nous aurions le requis. Il appert auſſi que le 13 doibt eſtre quarré à ſa racine commenſurable,

pour

pour lequel trouver, il faut considerer d'ou procede tel 13, à sçavoir de la multiplication de 2 par 6 & plus 1. Item que le 2 procede de deux fois multiplié 1 par 1. Item que le 6 procede de deux fois multiplie 3 par 1. Ergo le 13 procede du quadruple de 3 (à sçavoir des 3 ① au quatriesme en l'ordre) il nous faudra doncques au lieu desdicts 3 ①, trouver tel nombre, qui avec son quadruple plus 1, face quarré selon la question. Prenons deux nombres desquels la difference 1 ①, comme 1 ① + 1, & 2 ① + 1, leur produict 2 ② + 3 ① + 1, son quadruple 8 ② + 12 ① + 4, difference de deux nombres 1 ①, son quarré 1 ② ajousté audict quadruple, faict par le suyvant theoreme, quarré selon la question 9 ② + 12 ① + 4, car sa racine est 3 ① + 2. Doncques il nous faudra au lieu de 3 ① + 1 quatriesme en l'ordre, prendre 2 ① + 1, & selon les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le produict du premier & second nombre requis, le quarré de ① quelconques plus 1, comme 1 ① + 1, qui est 1 ② + 2 ① + 1, des mesmes soubstraict 1 (car ainsi adviendra que luy ajoustant 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict 1 ② + 2 ①

Soit le second nombre requis 1 ①

Ergo le premier nombre (puis que leur produict est 1 ② + 2 ①) sera 1 ① + 2

Et de mesme sorte nous trouverons le troisiesme nombre requis, posant pour le produict du second & troisiesme nombre (non pas ① quelconques comme en la precedente operation; mais comme dessus dict est, nombre tel, que sa difference à la premiere position 1 ① + 1, soit 1 ①)

pour

pour les raisons que dessus, le quarré de 2 ① + 1, qui est 4 ② + 4 ① + 1, du mesme soubstraict 1 (car ainsi adviendra que luy ajoustant 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict
4 ② + 4 ①

Mais le secõd nombre est 1 ①, ergo le troisiesme (puis que le produict du second & troisiesme est 4 ② + 4 ①) sera
4 ① + 4

Le produict du troisiesme nombre 4 ① + 4, & du premier 1 ① + 2, est 4 ② + 12 ① + 8, au mesme ajousté 1, faict quarré selon la question (car sa racine est 2 ① + 3)
4 ② + 12 ① + 9

Lequel estant tel quarré il ne requiert point d'egalete.

Ie di, que la valeur de 1 ① est nombre Arithmetique quelconque selon le requis. *Demonstration.* La valeur de 1 ① soit 2; Ergo le premier nombre 4, le second 2, le troisiesme 12. Mais que les mesmes satisfont au requis, se demonstre ainsi: Le produict de 4 & 2, est 8, plus 1 faict quarré 9, sa racine 3. Item le produict de 2 & 12 est 24, plus 1, faict quarré 25, sa racine 5. Item le produict de 12 & 4, est 48, plus 1, faict quarré 49, sa racine 7, selon le requis.

Autre demonstration.

Soit maintenant de 1 ① la valeur 3. Ergo le premier nombre 5, le second 3, le troisiesme 16, mais que les mesmes satisfont aussi au requis, se demonstre ainsi: Le produict de 5 & 3 est 15, plus 1, faict quarré 16, sa racine 4. Item le produict de 3 & 16 est 48, plus 1, faict quarré 49, sa racine 7. Item le produict de 16 & 5, est 80, plus 1, faict quarré 81, sa racine 9. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; Et semblable sera la demonstration de nombre Arithmetique (posé pour la valeur de 1 ①) quelconque.

THEOREME.

AV quadruple du produict de deux nombres Arithmetiques, aiousté le quarré de leur difference, faict quarré à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soyent deux nombres 2 & 5. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 2 & 5, est 10, son quadruple 40, leur difference 3, son quarré 9, aiousté à 40, faict quarré 49, à sa racine 7 commensurable. D'ou s'ensuit que si l'on pose les deux nombres differens en unité, que l'on trouvera un nombre, qui avec son quadruple plus 1, fera quarré comme estoit requis à la construction de la precedente 20 question. Soyent par exemple deux nombres desquels la difference est 1, comme 2 & 3, leur produict est 6, son quadruple 24, leur difference 1, son quarré 1, aiousté a 24, faict quarré selon le theoreme 25. *Conclusion.* Si doncques au quadruple, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXI.

TRouvons quatre nombres Arithmetiques tels, qu'au produict de chasques deux, aiousté 1, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

On trouvera les trois nombres par la precedente 20 question, qui est pour le premier	1 ①	$\frac{1}{16}$
Et le second	1 ① + 2	$\frac{33}{16}$
Et le troisiesme	4 ① + 4	$\frac{68}{16}$
Or il faut que le produict du quatriesme & premier plus 1, soit quarré selon la question ; On posera doncques pour la racine de		

ne de

ne de tel quarré, des ① quelconque plus 1, soit 3① + 1, son quarré 9② + 6① + 1, du mesme soubstraict 1 (car ainsi adviendra, que luy ajoustant 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict 9② + 6① | $\frac{105}{256}$

Mais le premier nombre est 1①, Ergo le quatriesme (puis que tel produict de quatriesme & premier nombre est 9② + 6①) sera 9① + 6 | $\frac{105}{16}$

Reste maintenant que le produict du quatriesme & second plus 1, soit quarré selon la question, mais tel produict est 9② + 24① + 12, auquel aiousté 1, faict 9② + 24① + 13 | $\frac{3721}{256}$

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 3① − 4, son quarré 9② − 24① + 16 | $\frac{3721}{256}$

Lesquels reduicts, 48① seront egales a 3, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{1}{16}$.

Ie di, que $\frac{1}{16}$ $\frac{33}{16}$ $\frac{68}{16}$ $\frac{105}{16}$ sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{33}{16}$, est $\frac{33}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{289}{256}$, sa racine $\frac{17}{16}$. Item le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{68}{16}$, est $\frac{68}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{324}{256}$, sa racine $\frac{18}{16}$. Item le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{105}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{361}{256}$, sa racine $\frac{19}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{68}{16}$ est $\frac{2244}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{2500}{256}$, sa racine $\frac{50}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{3465}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{3721}{256}$, sa racine $\frac{61}{16}$. Item le produict de $\frac{68}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{7140}{256}$, au mesme aiousté 1, faict quarré $\frac{7396}{256}$, sa racine $\frac{86}{16}$. Ce sont donc-

doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XXII.

Trouvons trois nombres Arithmetiques proportionaux tels, que la difference de chasques deux soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre — 1 ①
Et le second nombre (à fin qu'il excede au premier en quarré selon la question) soit — 1 ① + 4
Et le troisiesme (à fin qu'il excede au second en quarré selon la question) soit — 1 ① + 13

Or la difference du troisiesme & premier, est 13, laquelle doibt estre quarré selon la question, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert que 13 est nombre composé de deux quarrez 9 & 4, parquoy il nous faut trouver deux tels quarrez, desquels la somme soit semblable quarre. Soyent 9 & 16, leur somme est quarré 25 à sa racine commensurable. Et par les mesmes nous ferons autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le premier nombre requis	1 ①	$\frac{81}{7}$
Le second nombre	1 ① + 9	$\frac{144}{7}$
Le troisiesme nombre	1 ① + 25	$\frac{256}{7}$

Or de ces trois nombres chasques deux sont different en quarré selon la question, Reste maintenant qu'ils soyent aussi proportionels, mais de trois nombres proportionels le produict des extremes est egal au quarré du moyen, doncques le produict des extremes 1 ① & 1 ① + 25 qui

 est

est 1② + 25① | $\frac{20736}{49}$

Est egal au quarré du moyen 1① + 9, qui est 1② + 18① + 81 | $\frac{20736}{49}$

Lesquels reduicts, 7① seront egales à 81, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{81}{7}$.

Je di, que $\frac{81}{7}$ $\frac{144}{7}$ $\frac{256}{7}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Comme $\frac{81}{7}$ à $\frac{144}{7}$, ainsi $\frac{144}{7}$ à $\frac{256}{7}$; ergo ils sont proportionaux. Item la difference de $\frac{81}{7}$ à $\frac{144}{7}$ est quarré 9, sa racine 3, Item la difference de $\frac{144}{7}$ à $\frac{256}{7}$, est quarré 16, sa racine 4. Item la difference de $\frac{256}{7}$ à $\frac{81}{7}$, est 25, sa racine 5; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIII.

TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que chasque nombre ajousté au solide desdictes trois nombres la somme soit quarré à sa racine commensurable.

NOTA. Nombre solide de trois nombres, est le produict des deux multiplié par le troisiesme, comme de 3. 4. 5. le solide est 60, par ce que 3 fois 4 faict 12, le mesme multiplié par 5 faict nombre solide 60. Qui est appellé solide, parce que le solide rectangle duquel la hauteur 3, largeur 4, longueur 5, aura grandeur 60.

CONSTRVCTION.

Soit le solide des trois nombres 1② + 2①

Et le premier nombre (à fin qu'aiousté 1 au solide, face quarré selon le requis) soit 1

Et pour avoir le second nombre, on soubstraira (à fin que le solide avec le second nombre, face aussi quarré selon la question) le solide 1② + 2① de quelque quarré, soit duquel la racine 1① + 3, son

ſon quarré 1 ② + 6 ① + 9, du meſme ſoubſtraict ledict ſolide, reſte pour le ſecond nombre requis 4 ① + 9

Or pour avoir le troiſieſme nombre, prenons le produict du premier & ſecond nombre, qui eſt 4 ① + 9, par lequel diviſé ledict ſolide, donne quotient pour le troiſieſme nombre requis $\frac{1\,(2)+2\,(1)}{4\,(1)+9}$ (car, par exemple, diviſé un ſolide 24 procedant de 2. 3. 4, par le produict de quelques deux nombres, comme de 2 & 3, qui eſt 6, le quotient 4 eſt neceſſairement le troiſieſme nombre. Et le meſme s'entendra en nombres algebraiques) Mais tel quotient aura valeur au reſpect des autres nombres qui ne ſera point nombre Arithmetique. Il faut doncques proceder d'autre ſorte. Il appert qu'au lieu des 4 ① + 9 il nous faut trouver tel nombre de meſme qualité, ainſi que par le meſme diviſé 1 ② + 2 ①, le quotient ſoit quelque ①, deſquelles la valeur ſoit nombre Arithmetique. Veu doncques qu'il faut diviſer le ſolide 1 ② + 2 ①, par le ſecond nombre qui en la precedente operation eſt 4 ① + 9, il eſt notoire que pour avoir le quotient de quelques ①, qu'il faut que le 1 (de 1 ②) au 4 (des 4 ①) aye telle raiſon, comme le 2 (des 2 ①) au 9 (car autrement il ſeroit impoſſible de parvenir à telle diviſion) Il appert auſſi par alterne raiſon, que comme 1 à 2, ainſi faudroit eſtre 4 à 9; Mais 1 eſt la moitie de 2, ergo le nombre qui viendra au lieu de 4, faut eſtre la moitie du nombre qui viendra au lieu du 9. Item le nombre qui viendra au lieu de 9, eſt neceſſairement quarré à ſa racine commenſurable; Ergo au lieu de 4 & 9, il nous faut trouver deux nombres tels, que l'un ſoit quarré comme dict eſt, & l'autre ſa moitie, & encore procedans d'antecedens nombres qualifiez comme les antecedens, deſquels procedent les 4 & 9. Mais qu'elles sont les qualitez de ces antecedens, c'est que l'un procede du double de quelque certain nombre moins 2 (car 4 procede du double de 3 moins 2) l'autre du quarré d'icelui certain nombre (car 9 procede du quarré desdicts 3.) Il nous faut doncques (au lieu de 3) trouver un nombre tel, que de son double soubstraict 2, la reste soit la motie du quarré d'iceluy nombre.

Soit le nombre requis 1 ①

Son double moins 2 est 2 ① — 2

Egal à la moitie du quarré du nombre requis, qui est $\frac{1}{2}$ ②

Lesquels reduicts, 1 ② sera egal à 4 ① — 4, & par le 68 probleme, 1 ① (pour le nombre requis au lieu de 3) vaudra 2, car son double moins 2, est la moitie du quarré du nombre requis 2, doncques au lieu ou nous avons ci dessus mis 3, il faudra mettre 2, c'est à dire au lieu des 3 ① au troisiesme en l'ordre, il faudra mettre 2 ①; Et nous ferons par les mesmes autre operation semblable à la precedente en ceste sorte.

Soit le solide des trois nombres 1 ② + 2 ①

Et le premier nombre (à fin qu'ajousté au solide face quarré selon la question) soit 1

Et pour avoir le second nombre, on soubstraira (à fin que le solide avec le second nombre, face aussi quarré selon la question) le solide 1 ② + 2 ①, non pas d'un quarré duquel la racine 1 ① + 3 comme à la premiere operation, mais pour les raisons que dessus, du quarré de 1 ① + 2, qui est de 1 ② + 4 ① + 4, reste pour second nombre requis 2 ① + 4

Or pour avoir le troisiesme nombre, prenons le produict du premier & second 2 ① + 4, qui est 2 ① + 4, par lequel divise le solide, donne quotient pour

le trois-le troisiesme nombre $\frac{1}{2}$ ①

La somme du solide & troisiesme nombre, est

1② + $2\frac{1}{2}$ ①

Egale a quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2①, son quarré 4②

Lesquels reduicts 3① seront egales à $2\frac{1}{2}$; & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{5}{6}$.

Je di, que 1, $\frac{68}{12}$, $\frac{5}{12}$, sont les trois nombres requis.

Demonstration. Le solide des trois nombres 1, $\frac{68}{12}$, $\frac{5}{12}$, est $\frac{340}{144}$, au mesme aiousté le premier nombre 1, faict quarré $\frac{484}{144}$, sa racine $\frac{22}{12}$. Item audict solide $\frac{340}{144}$, aiousté le second nombre $\frac{68}{12}$, faict quarré $\frac{1156}{144}$, sa racine $\frac{34}{12}$. Item audict solide $\frac{340}{144}$, aiousté le troisiesme nombre $\frac{5}{12}$ faict quarré $\frac{400}{144}$, sa racine $\frac{20}{12}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIV.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que chascun soubstraict du solide desdictes trois nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1①	$\frac{17}{8}$
Et le solide des trois nombres (à fin que du mesme soubstraict le premier, la reste soit quarré selon la question) soit	1② + 1①	$\frac{425}{64}$

Or pour trouver le produict du second & troisiesme nombre, nous diviserons le solide par le premier nombre (car par exemple, le solide 24 procedant de 2.3.4, divisé par le premier 2, le quotient 12 est necessairement produict des deux autres, à sçavoir de 3 & 4,

 le mesme

le mesme s'entendra en nombres Algebraiques) donne quotient pour ledict produict du second & troisiesme	1 ① + 1	$\frac{25}{8}$
Soit le second nombre requis	1	1
Ergo le troisiesme (puis que le produict du troisiesme & second est 1 ① + 1) sera	1 ① + 1	$\frac{25}{8}$
Reste maintenant que du solide soubstraict le second nombre, puis le troisiesme, les restes soyent quarrez selon la question. Mais soubstraict le second nombre 1 du solide 1 ② + 1 ①, reste	1 ② + 1 ① + 1	$\frac{361}{64}$
Item soubstraict le troisiesme 1 ① + 1, dudict solide, reste	1 ② — 1	$\frac{225}{64}$
Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le sixiesme & septiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par position de 2 ① & $\frac{1}{2}$, (pour les deux nombres desquels le produict 1 ①, est egal à la difference du sixiesme au septiesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au moindre nombre 1 ② — 1, est (par la note de la 12 question du 2 livre)	1 ② — $\frac{1}{2}$ ① + $\frac{1}{16}$	$\frac{225}{64}$

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① sera egale à $\frac{17}{16}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{17}{8}$.

Je di, que $\frac{17}{8}$. 1. $\frac{25}{8}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le solide des trois nombres $\frac{17}{8}$. 1. $\frac{25}{8}$, est $\frac{425}{64}$, duquel soubstraict le premier nombre $\frac{17}{8}$, reste quarré $\frac{289}{64}$, sa racine $\frac{17}{8}$. Item dudict solide $\frac{425}{64}$, soubstraict le second nombre 1, reste quarré $\frac{361}{64}$, sa racine $\frac{19}{8}$. Item dudict solide $\frac{425}{64}$, soubstraict le troisiesme nombre $\frac{25}{8}$, reste quarré $\frac{225}{64}$, sa racine $\frac{15}{8}$. Ce sont

doncques

donceques quarrez à leurs racines commensurables; selon le requis. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXV.

PArtons 6 en deux parties telles, que leur produict soit cube à sa racine commensurable, & luy defaillant sa racine.

CONSTRVCTION.

Soit la premiere partie	1 ①
Ergo la seconde partie	— 1 ① + 6
Leur produict	— 1 ② — 6 ①
Egal à quelque cube luy defaillant sa racine; fingeons la racine du cube quelques ① moins 1, soit	2 ① — 1
Son cube	8 ③ — 12 ② + 6 ① — 1
Du mesme soubstraict sa racine, reste pour le cube luy deffaillant sa racine	8 ③ — 12 ② + 4 ①
Egal au produict des deux nombres requis troisiesme en l'ordre, qui est	— 1 ② + 6 ①

Lesquels reduicts 8 ② seront egales à 11 ① + 2, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{185}{259}}$, — $\frac{11}{16}$. Or si la mesme valeur de 1 ① fust à son quarré commensurable, nous aurions le requis, mais elle ne l'est pas, il faut donceques proceder d'autre sorte. Il appert que si aux termes reduicts, n'y eust point venu des ①, mais que l'egaleté s'eust rencontré seulement entre ① & ⓪, nous aurions le requis; Or pour l'avoir ainsi, il faut considerer d'ou procedent les 4 ① sixiesme en l'ordre, & appert que du triple de 2 ① quatriesme en l'ordre, moins les mesmes deux primes: Ergo elles procedent du double de 2 ① quatriesme en l'ordre; Il faut donceques trouver une multitude de ① (au lieu desdictes 2 ①) de laquelle le double (veu qu'elles

 s'ega-s'egalent à 6 ① troisiesme en l'ordre) soit 6 ①; La mesme sera 3 ①, ergo au lieu de 2 ①, quatriesme en l'ordre, il faudra mettre 3 ①, & nous ferons par les mesmes autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit la premiere partie	1 ①	$\frac{26}{27}$
Ergo la seconde partie	−1 ① + 6	$\frac{136}{27}$
Leur produict	−1 ② + 6 ①	$\frac{3536}{729}$
Egal a quelque cube auquel deffaut sa racine, fingeons la mesme non pas 2 ① − 1 comme à la premiere operation, mais pour les raisons que dessus	3 ① − 1	$\frac{51}{27}$
Son cube	27 ③ − 27 ② + 9 ① − 1	$\frac{132651}{19683}$
Du mesme soubstraict sa racine, reste pour le cube luy deffaillant sa racine	27 ③ − 27 ② + 6 ①	$\frac{3536}{729}$
Egal au produict des deux nombres requis troisiesme en l'ordre, qui est	−1 ② + 6 ①	$\frac{3536}{729}$

Lesquels reduicts 27 ① seront egales à 26, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{26}{27}$.

Je di, que $\frac{26}{27}$. $\frac{136}{27}$ sont les deux nombres; item que $\frac{132651}{19683}$ est le cube requis. *Demonstration.* Que les deux nombres $\frac{26}{27}$. $\frac{136}{27}$, sont les deux parties integrantes de 6, est notoire. Item leur produict est $\frac{3536}{729}$, qui est cube $\frac{132651}{19683}$, luy deffaillant sa racine $\frac{51}{27}$, Car soubstrayant racine $\frac{51}{27}$, de cube $\frac{132651}{19683}$, reste comme dessus $\frac{3536}{729}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XXVI. A. GIR.

Partons 4 en trois nombres tellement que leur solide soit cube, dont la racine soit egale à la somme de leur trois intervalles.

CON-

CONSTRVCTION.

Soyent iceux entendus estre disposez par ordrè, assavoir aux extremitez le maieur & le mineur; & soit le solide de trois parties (pource que ce doit estre un cube) 8 ③

Son costé 2 ①

Egal aux trois Intervales; Or pource que quand trois nombres sont disposez de tel ordre, les trois Intervales sont ensemble double à l'Intervale des extremes, donc la moitié de 2 ① qui est 1 ①, sera l'Interval des extremes, soit donc le moindre extreme, quelque nombre algebraique 2 ①

Ergo le maieur extreme 3 ①

Et le moyen, (afin que leur solide soit 8 ③) sera $1\frac{1}{3}$ ①, que s'il eust este plus grand que 2 ①, la question seroit soudée; or il vient de la division de 8 par le produict de 2 & 3 (qui devoyent differer de l'unité); parquoy nous en sommes revenus là qu'il faut trouver deux nombres (au lieu des 2.3.) differens de l'unité, telz que leur produict divisant 8, le quotient soit entre iceux, assavoir majeur au moindre, & moindre au majeur. A ceste fin soit 1 ① le mineur, ergo le maieur 1 ① + 1. que si on divise 8 par leurs produicts 1 ② + 1 ①, viendra le moyen $\frac{8}{1 ② + 1 ①}$ qui doit estre entre 1 ① & 1 ① + 1 & doit exceder 1 ①, mais l'exces doit estre moindre que l'unité, que si on luy adjouste l'unité il sera maieur à 1 ① + 1; soit à iceluy donc adjousté l'unité, & les deux mis en denomination de 1 ② + 1 ①, alors 1 ② + 1 ① + 8 sera maieur à 1 ③ + 2 ② + 1 ①, & reduicts 8 sera maieur à 1 ③ + 1 ② (formons un cube quadrinome algebraique ayant 1 ③ + 1 ②, iceluy aura son costé 1 ① + $\frac{1}{3}$) mais le cube de 1 ① + $\frac{1}{3}$ est aussi maieur à 1 ③ + 1 ②; & si on veut egaler 8 au cube de 1 ① + $\frac{1}{3}$, les costez seront egaux, assavoir

voir 2 à 1 ① $+\frac{1}{3}$, & 1 ① vaudra $\frac{5}{3}$. parquoy les trois nombres seront $\frac{5}{3}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{8}{3}$, lequels multipliez par 15 (quand il licite comme icy, pour eviter les fractions) viendra 25, 27, 40; qui sont trois nombres dont leur solide est cube ayant sa racine egale aux trois intervales d'iceux, que si leur somme estoit 4, la question seroit resoute; il faut donc diviser 4 en trois nombres proportionnaux aux mesmes, ce qui est tresfacil, voire mesme sans algebre par le 15 probleme, & seront iceux $\frac{25}{23}$, $\frac{27}{23}$, $\frac{40}{23}$. dont la preuve est manifeste, qu'ils sont les parties de 4, & que leur solide est cube, ayant sa racine egale aux trois Intervales d'iceux selon le requis, ce qu'il falloit faire.

QVESTION. XXVII.

Trouvons deux nombres tels, que chascun ajousté à leur produict, la somme soit cube à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre de quelques ① telles que son nombre de multitude soit cube à sa racine commensurable soit	8 ①	$\frac{112}{13}$
Le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & au produict ajousté le premier, la somme soit cube selon la question soit	1 ② − 1	$\frac{27}{169}$
Leur produict	8 ③ − 8 ①	$\frac{3024}{2197}$
Au mesme ajousté le second nombre, faict	8 ③ + 1 ② − 8 ① − 1	$\frac{3375}{2197}$
Egal a quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2 ① − 1, son cube	8 ③ − 12 ② + 6 ① − 1	$\frac{3375}{2197}$

Lesquels

Lesquels reduicts 13 ① seront egales a 14, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{14}{13}$.

Ie di, que $\frac{112}{13}$ $\frac{27}{169}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{112}{13}$ & $\frac{27}{169}$, est $\frac{3024}{2197}$, au mesme ajousté le premier nombre $\frac{112}{13}$ faict cube $\frac{21952}{2197}$, sa racine $\frac{28}{13}$. Item audict produict $\frac{3024}{2197}$, ajousté $\frac{27}{169}$, la somme est cube $\frac{3375}{2197}$, sa racine $\frac{15}{13}$; Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXVIII.

Trouvons deux nombres tels, que chascun soubstraict de leur produict, la reste soit cube à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre quelques ① telles, que leur nombre de multitude soit cube à sa racine commensurable & plus 1, soit	8 ① + 1	$\frac{125}{13}$
Le second nombre sera tel, que multiplie par le premier, & du produict soubstraict le second, la reste soit cube selon la question, soit tel second nombre	1 ②	$\frac{196}{169}$
Leur produict	8 ③ + 1 ②	$\frac{24500}{2197}$
Du mesme soubstraict le premier, reste	8 ③ + 1 ② — 8 ① — 1	$\frac{3375}{2197}$
Egal à quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2 ① — 1, son cube	8 ③ — 12 ② + 6 ① — 1	$\frac{3375}{2197}$

Lesquels reduicts 13 ① seront egales a 14, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{14}{13}$.

Ie di, que $\frac{125}{13}$ $\frac{196}{169}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{125}{13}$ & $\frac{196}{169}$ est $\frac{24500}{2197}$, duquel

quel soubstraict le premier $\frac{125}{13}$, reste cube $\frac{3375}{2197}$, sa racine $\frac{15}{13}$. Item du mesme produict $\frac{24500}{2197}$, soubstraict le second nombre $\frac{196}{169}$, reste cube $\frac{2195}{2197}$, sa racine $\frac{28}{13}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXIX.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, qu'ajoustez à leur produict, puis soubstraict de leur produict, somme & reste soyent cubes à leurs racines commensurables.

CONSTRVCTION.

Soit le cube procedant des deux nombres ajoustez à leur produict, 64

Et le cube procedant des deux nombres soubstraicts de leur produict soit 8

Leur difference qui est le double de la somme des deux nombres, par le suivant theoreme, est 56, sa moitie pour la somme des deux nombres requis est 28

Or parce que le produict ajousté aux deux nombres faict 64, s'ensuit (car soubstraict 28 de 64 reste 36) que leur produict est 36

Reste doncques de trouver deux nombres tels, que leur somme soit 28, & leur produict 36; les mesmes se trouvent par la 30 question du premier livre, toutesfois à cause des nombres qui se rencontrent en l'operation, nous mettrons leur construction autrefois en ceste sorte:

Soit le maieur nombre requis	1 ① + 14
Ergo le moindre	− 1 ① + 14
Leur produict	− 1 ② + 196
Egal au produict donné	36

Les-

Lesquels reduicts 1 ② sera egale à 160, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\surd$ 160. Et les nombres cherchez seront 14 + $\surd$ 160, & 14 — $\surd$ 160. Or si ces deux nombres fussent Arithmetiques, nous aurions le requis; mais ils ne sont pas, dont est la cause, que le 160 n'est point quarré à sa racine commensurable. Il faut doncques considerer d'ou procedent ces nombres, à fin que nous trouvions autres semblables, qui au lieu de 160 donnent quarré comme dict est. Premierement la difference de 160, & 196, est 36, & les 196 sont le quarré de 14, qui est la moitie de 28, qui est la moitie de 56; Doncques 196 est le quarré du quart de 56; Mais 56 est la difference des deux cubes 64 & 8. Item 36 est la moitie de la somme des mesmes cubes; Il appert donc, qu'au lieu de 64 & 8, il nous faut trouver deux autres semblables cubes tels, que du quarré du quart de leur difference, soubstraict la moitie de la somme des cubes, la reste soit quarré à sa racine commensurable, pour lesquels trouver:

Soit la racine du maieur cube	1 ① + 1
Et la racine du moindre cube soit	1 ① — 1
Ergo le maieur cube	1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1
Et le moindre cube	1 ③ — 3 ② + 3 ① — 1
Leur difference 6 ② + 2, son quart	$\frac{3}{2}$ ② + $\frac{1}{2}$
Son quarré	$\frac{9}{4}$ ④ + $\frac{3}{2}$ ② + $\frac{1}{4}$

Du mesme soubstraict la moitie de la somme des cubes, qui est 1 ③ + 3 ①, reste

$\frac{9}{4}$ ④ — 1 ③ + $\frac{3}{2}$ ② — 3 ① + $\frac{1}{4}$

Qui convertiz en entiers de mesme raison les multipliant par 4, faict 9 ④ — 4 ③ + 6 ② — 12 ① + 1

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalete, soit duquel la racine

3② — 6① + 1, le quarré eſt

9④ — 36③ + 42② — 12① + 1

Leſquels reduicts 32① ſeront egales à 36, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{9}{8}$. Ergo les deux cubes cherchez au lieu de 64 & 8, ſeront $\frac{4913}{512}$, & $\frac{1}{512}$, par leſquelles il nous faut commencer autre operation ſemblable à la premiere en ceſte ſorte:

Soit le cube procedant des deux nombres aiouſtez à leur produict $\frac{4913}{512}$

Et le cube procedant des deux nombres ſoubſtraicts de leur produict ſoit $\frac{1}{512}$

Leur difference qui eſt le double de la ſomme des deux nombres par le theoreme ſuivant, eſt $\frac{4912}{512}$, ſa moitie pour la ſomme des deux nombres requis $\frac{2456}{512}$

Or parce que le produict aiouſté aux deux nombres faict $\frac{4913}{512}$, s'enſuit (car ſoubſtraict $\frac{2456}{512}$ de $\frac{4913}{512}$ reſte $\frac{2457}{512}$) que leur produict ſera $\frac{2456}{512}$

Reſte doncques de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que leur ſomme ſoit $\frac{2456}{512}$, & leur produict $\frac{2457}{512}$, en ceſte ſorte:

Soit le maieur nombre requis	1① + $\frac{1228}{512}$	$\frac{1728}{512}$
Ergo le moindre nombre	— 1① + $\frac{1228}{512}$	$\frac{728}{512}$
Leur produict	— 1② + $\frac{1507984}{262144}$	$\frac{1257984}{262144}$
Egal au produict donné	$\frac{4257}{512}$	

Leſquels reduicts 1② ſera egale à $\frac{250000}{262144}$, & par le 78 probleme 1① vaudra $\frac{500}{512}$.

Je di, que $\frac{1728}{512}$ $\frac{728}{512}$ ſont les deux nombres requis.

Demonſtrat. Le produict de $\frac{1728}{512}$ & $\frac{728}{512}$, eſt $\frac{1257984}{262144}$, au meſmes aiouſtez leſdicts deux nombres (deſquels deux nombres la ſomme eſt $\frac{2456}{512}$) faict cube $\frac{2515456}{262144}$, ſa racine $\frac{136}{64}$. Item dudict produict $\frac{1257984}{262144}$, ſoubſtraict ladicte ſomme des deux nombres $\frac{2456}{512}$, reſte cube

cube $\frac{512}{262144}$, sa racine $\frac{8}{64}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis ; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

Deux nombres ajoustez à leur produict, puis soubstraicts de leur produict : La difference de somme & reste sera double aux deux nombres.

Explication du donné. Soyent deux nombres quelconques 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Les deux nombres 2 & 3, ajoustez à leur produict 6, faict 11, & du mesme produict 6, soubstraict lesdicts nombres 2 & 3, reste 1. Or la difference de somme 11. & reste 1, est 10, qui est double selon le theoreme, aux deux nombres 2 & 3. *Conclusion.* Deux nombres doncques ajoustez, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXX.

Ceste question est la mesme que la 29 precedente, mais elle differe en l'operation qui sera ici telle:

CONSTRVCTION.

Veu (par le suyvant theoreme) que le quarré à sa racine commensurable, divisé en deux parties desquelles l'une soit sa racine, & au produict des deux parties aioustez les mesmes deux parties : la somme sera cube selon la question: Posons le quarré de 1 ① qui est	1 ②	$\frac{216}{49}$
Et que l'une partie pour l'un nombre requis soit sa racine	1 ①	$\frac{16}{7}$
Ergo l'autre partie pour l'autre nombre requis sera	1 ② — 1 ①	$\frac{144}{49}$

Produict des deux parties	1③—1②	$\frac{2304}{343}$
Au mesme ajousté les deux parties, faict cube	1③	$\frac{4096}{343}$
Et dudict produict 1③—1②, soubstraict la somme des deux parties reste	1③—2②	$\frac{512}{343}$
Egale a quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine $\frac{1}{2}$①, son cube	$\frac{1}{8}$③	$\frac{512}{343}$

Lesquels reduicts $\frac{7}{8}$① seront egales a 2, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{16}{7}$.

Ie di, que $\frac{16}{7}$ $\frac{144}{49}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{16}{7}$ & $\frac{144}{49}$, est $\frac{2304}{343}$, au mesmes ajousté lesdicts deux nombres (desquels deux nombres la somme est $\frac{256}{49}$) faict cube $\frac{4096}{343}$, sa racine $\frac{16}{7}$. Item dudict produict $\frac{2304}{343}$, soubstraict ladicte somme des deux nombres $\frac{256}{49}$, reste cube $\frac{512}{343}$, sa racine $\frac{8}{7}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

LE quarré à sa racine commensurable divisé en deux parties desquelles l'une soit sa racine, & au produict des deux parties ajousté les mesmes deux parties: Donne pour somme un cube à sa racine commensurable.

Explication du donné. Soit donné quarré à sa racine commensurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le mesme 9 demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Les deux parties de 9, desquelles l'une soit sa racine, sont 3 & 6, leur produict 18, au mesme ajousté 3 & 6, font cube selon le theoreme 27, à sa racine 3 commensurable. *Conclusion.* Le quarré doncques à sa racine commensurable divisé en deux parties, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QUE-

QVESTION XXXI.

TRouvons quatre nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels, qu'a leur somme adjousté la somme de leurs racines, le tout soit 12.

CONSTRVCTION.

Les quatre quarrez que nous cherchons, avec leurs racines, font ensemble 12, & si nous adjoustons au mesmes encore quatre fois $\frac{1}{4}$ faict 13, qui (par le suivant theoreme) contiendront quatre quarrez selon la question, & tels que de chascune de leurs racines soubstraict $\frac{1}{2}$, resteront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reste doncques de partir 13 en quatre tels quarrez: Lequel se fera premierement en deux, soyent en 4 & 9, & puis chascun quarré (par la 8e question du second livre) en deux autres; ceux de 4 soyent $\frac{64}{25}$ & $\frac{36}{25}$; Et de 9 soyent $\frac{144}{25}$ & $\frac{81}{25}$. Or les quatre racines de ces quatre quarrez sont $\frac{8}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{9}{5}$, puis de chascune desdictes racines soubstraict $\frac{1}{2}$, resteront $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$, desquels les quarrez pour les quatre quarrez requis, sont $\frac{121}{100}$, $\frac{49}{100}$, $\frac{361}{100}$, $\frac{169}{100}$.

Demonstration. Les racines des quatre quarrez $\frac{121}{100}$, $\frac{49}{100}$, $\frac{361}{100}$, $\frac{169}{100}$, sont $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$, lesquelles adjoustées à leurs quarrez, font en somme 12, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

AV quarré à sa racine commensurable, adjousté sa racine plus $\frac{1}{4}$ faict semblable quarré: Et de sa racine soubstraict $\frac{1}{2}$ reste racine du premier quarré.

Explication du donné. Soit le quarré à sa racine commensurable 4. *Explication du requis.* Il faut par le mesme demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstra-*

tion. Au quarré 4, aiousté sa racine 2 plus $\frac{1}{4}$, faict quarré selon le theoreme 6 $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{5}{2}$, de laquelle soubstraict $\frac{1}{2}$, reste 2, qui est racine du premier quarré 4 selon le theoreme. *Conclusion.* Au quarré doncques à sa racine commensurable, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXII.

Trouvons quatre nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels que de leur somme soubstraict la somme de leurs racines, la reste soit 4.

CONSTRVCTION.

Les quatre quarrez que nous cherchons moins leurs racines font 4, & si nous aioustons au mesmes encore quatre fois $\frac{1}{4}$ faict 5, qui (par le suivant theoreme) contiendront quatre quarrez selon la question, & tels qu'a chascune de leurs racines aiouste $\frac{1}{2}$, elles seront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reste doncques de partir 5 en quatre tels quarrez: Lequel se fera premierement en deux quarrez comme 1 & 4, puis chascun quarré (par la 8 question du second livre) autre fois en deux semblables quarrez; celles de 1 soyent $\frac{16}{25}$, $\frac{9}{25}$, & de 4 soyent $\frac{64}{25}$, $\frac{36}{25}$. Or les quatre racines de ces quatre quarrez sont $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{6}{5}$. Puis à chascune racine aiousté $\frac{1}{2}$, font $\frac{13}{10}$, $\frac{\text{[illegible]}}{10}$, $\frac{21}{10}$, $\frac{27}{10}$. Desquels les quarrez pour les quatre quarrez requis, sont $\frac{169}{100}$, $\frac{121}{100}$, $\frac{441}{100}$, $\frac{289}{100}$.

Demonstration. Les racines des quatre quarrez $\frac{169}{100}$, $\frac{121}{100}$, $\frac{441}{100}$, $\frac{289}{100}$, sont $\frac{13}{10}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{21}{10}$, $\frac{17}{10}$, desquelles la somme $\frac{62}{10}$ soubstraicte de la somme des quarrez, qui est $\frac{1020}{100}$, reste 4 selon le requis: ce qu'il falloit demonstrer.

THEO-

THEOREME.

DV quarré à ſa racine commenſurable, ſoubſtraict ſa racine, & au reſte aiouſte $\frac{1}{4}$, faict ſemblable quarré. Et à ſa racine aiouſté $\frac{1}{2}$, la ſomme ſera racine du premier quarré.

Explication du donné. Soit le quarré à ſa racine commenſurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le meſme demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Du quarré 9, ſoubſtraict ſa racine 3, reſte 6, au meſme aiouſté $\frac{1}{4}$, faict ſemblable quarré $6\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{5}{2}$, à laquelle aiouſté $\frac{1}{2}$, faict 3, qui eſt racine du premier quarré 9 ſelon le theoreme. *Concluſion.* Du quarré doncques à ſa racine commenſurable, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXIII.

PArtons 1 en deux parties telles, qu'a l'une ajouſté 3, & à l'autre 5, le produict des ſommes ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Soit la premiere partie	1 ①
Ergo la ſeconde partie	− 1 ① + 1
A la premiere partie aiouſté 3, la ſomme eſt	1 ① + 3
Et à la ſeconde partie aiouſté 5, la ſomme eſt	− 1 ① + 6
Produict des deux ſommes	− 1 ② + 3 ① + 18
Egal à quelque quarré, ſoit duquel la racine 2 ①, ſon quarré	4 ②

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à $\frac{3}{5}$ ① + $\frac{18}{5}$, dont l'invention de 1 ① ſelon le 68 probleme (laquelle invention nous mettrons icy au long; nous deſcrirons auſſi nombres entiers & rompuz pour numerateurs des rompuz ſelon la maniere de Diophante, pour les raiſons qui en apres apparoiſtront) eſt telle:

Le nombre des ① donnees	$\frac{3}{5}$
Sa moitie	$\frac{1\frac{1}{2}}{5}$
Son quarré	$\frac{2\frac{1}{4}}{25}$
Le nombre Arithmetique donné	$\frac{90}{25}$
Somme du troisiesme & quatriesme en l'ordre	$\frac{92\frac{1}{4}}{25}$
Sa racine quarrée	$\sqrt{\frac{92\frac{1}{4}}{25}}$
Somme du 2 & sixiesme en l'ordre	$\sqrt{\frac{92\frac{1}{4}}{25}} + \frac{1\frac{1}{2}}{5}$

Or ceste valeur de 1 ① seroit la premiere partie requise, mais ce n'est point nombre Arithmetique selon la question, il faut doncques au lieu de 4 ② du quarré, trouver autre quarré tel, qu'en invention de la valeur de 1 ①, le nombre au lieu de $\frac{92\frac{1}{4}}{25}$ soit quarré à sa racine commensurable. Mais tel $92\frac{1}{4}$ (nous delaissons le nominateur 25 parce que c'est quarré selon le requis) procede de l'addition de 90 & $2\frac{1}{4}$, & les 90 procedent de la multiplicatiō de 18 par 5, & 5 procede du quarré 4 plus 1, il faut dōcques trouver autre semblable quarré & 1, tels que leur somme multipliée par 18, & au produict ajousté $2\frac{1}{4}$, la somme soit (au lieu de $92\frac{1}{4}$) semblable quarré.

Soit le mesme le quarré de 1 ① qui est	1 ②
Et plus 1, faict	1 ② + 1
Multiplié par 18, faict	18 ② + 18
Aux mesmes ajoustez $2\frac{1}{4}$, faict 18 ② + $20\frac{1}{4}$ qui font en nombres entiers de mesme raison	72 ② + 81
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalete soit duquel la racine 8 ① + 1, son quarré	64 ② + 144 ① + 81

Lesquels reduicts 8 ① seront egales à 144, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 18, & 1 ② premier en l'ordre pour le quarré que nous cherchions, vaudra 324.

Il faut

Il faut doncques au lieu de 4 ② en la construction, mettre 324 ② en ceste sorte:

Soit la premiere partie	1 ①	$\frac{6}{25}$
Ergo la seconde partie	—1 ① + 1	$\frac{19}{25}$
Puis à la premiere partie ajousté 3, la somme est	1 ① + 3	$\frac{81}{25}$
Et à la seconde partie ajousté 5, la somme est	—1 ① + 6	$\frac{144}{25}$
Produict des 2 sommes, est	—1 ② + 3 ① + 18	$\frac{11664}{625}$
Egal non pas à 4 ② comme dessus, mais pour les raisons susdictes, a	324 ②	$\frac{11664}{625}$

Lesquels reduicts, 1 ② sera egale à $\frac{3}{325}$ ① + $\frac{18}{325}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{6}{25}$.

Ie di, que $\frac{6}{25}$, $\frac{19}{25}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Que $\frac{6}{25}$ & $\frac{19}{25}$ sont les deux parties integrãtes de 1, est manifeste. Item à $\frac{6}{25}$ ajousté 3 faict $\frac{81}{25}$. Puis ajousté 5, faict $\frac{144}{25}$, lesquels $\frac{81}{25}$ & $\frac{144}{25}$, multipliez donnent produict quarré $\frac{11664}{625}$, à sa racine $\frac{108}{25}$ commensurables selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIIII.

CEste question est la mesme que la precedente, mais elle differe en l'operation qui sera ici telle:

CONSTRVCTION.

Soit l'une partie 1 ① moins le nombre 3 qu'il luy faut aiouster faict	1 ① — 3	$\frac{21}{41}$
Ergo la seconde partie sera	—1 ① + 4	$\frac{20}{41}$
Puis ajousté 3 à la premiere partie donne somme	1 ①	$\frac{144}{41}$
Et aiousté 5 à la seconde partie, donne somme	—1 ① + 9	$\frac{225}{41}$
Le produict des deux sommes est	—1 ② + 9 ①	$\frac{32400}{1681}$
Egal à quelque quarré, fingeons qu'il soit de		

2 ①, qui eſt 4 ②; Leſquels reduicts 5 ① ſeront egales à 9, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{9}{5}$, & par conſequent la premiere partie requiſe ſeroit $\frac{9}{5}$ moins 3, mais Diophante ne faict point de ſolution par —; Il appert doncques, que la valeur de 1 ① doibt eſtre maieure que 3. & moindre que 4; Il nous faudra doncques finger autre quarré que de 4 ②. Or pour le trouver, conſiderons d'ou nous procedent ces $\frac{9}{5}$; Et appert que de la diviſion de 9 par 5, mais 5 procede du nombre quarré 4 plus 1, il nous faut doncques diviſer 9 par ſemblable quarré + 1, ainſi que le quotient ſoit maieur que 3, & moindre que 4. Or trouvons premierement quarré + 1 qui donne preciſement quotient 4, en ceſte ſorte: Si 9 diviſé par quarré + 1, donne quotient 3, c'eſt choſe claire que le quarré + 1 eſtoit 3, duquel ſoubſtraict 1, reſte quarré 2. Item ſi 9 diviſé par quarré + 1, donne quotient 4, c'eſt notoire que le quarré + 1, eſtoit 2 $\frac{1}{4}$, duquel ſoubſtraict 1, reſte le quarré 1 $\frac{1}{4}$; il appert doncques que le quarré au lieu des 4 ② fingez, doibt eſtre moindre que 2, & maieur que 1 $\frac{1}{4}$. Mais pour facilement parvenir au meſmes nous convertirons les deux nombres 2 & 1 $\frac{1}{4}$ en autres rompuz ayans commun quarré, comme 64; Et 2 vaudra $\frac{128}{64}$; & 1 $\frac{1}{4}$ vaudra $\frac{80}{64}$. Puis prenons quelque tel quarré, moindre que

$\frac{128}{64}$, &

$\frac{128}{64}$, & maieur que $\frac{80}{64}$, comme $\frac{100}{64}$ qui vaut $\frac{25}{16}$, le mesme sera le quarré que nous fingerons au lieu des susdicts 4 ②. Nous dirons donc que lesdictes — 1 ② + 9 ① sont egales a $\frac{25}{16}$ ② | $\frac{32400}{1681}$

Lesquels reduicts $\frac{41}{16}$ ① seront egales à 9, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{144}{41}$.

Je di, que $\frac{21}{41}$ $\frac{20}{41}$ sont les deux parties requises. *Demonstration.* Que $\frac{21}{41}$ & $\frac{20}{41}$, sont les deux parties integrantes de 1, est manifeste. Item à $\frac{21}{41}$, aiousté 3, faict $\frac{144}{41}$. Item à $\frac{20}{41}$ aiousté 5, faict $\frac{225}{41}$, lesquels $\frac{144}{41}$ & $\frac{225}{41}$ multipliez, donnent produict quarré $\frac{32400}{1681}$, à sa racine $\frac{180}{41}$ commensurable, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXV.

Translatée de mot à mot.

P*Artons le nombre donné en trois nombres, ainsi qu'au produict du premier & second ou ajousté ou soubstraict le troisiesme, qu'il soit quarré.* Soit le nombre donné 6; Et posons la troisiesme partie 1 N; Et le second d'unité d'avantage soit 2; Ergo le premier sera 1 — 1 N; Reste maintenant qu'au produict du second & premier, ou ajousté ou soubstraict le troisiesme, qu'il soit quarré. Et avient double egaleté, car 8 — 1 N, s'egalent à quarré, & 8 — 3 N, s'egalent à quarré: Mais il n'est point rationel, parce que la raison des nombres n'est point comme de quarré à quarré: mais le premier nombre est en unité moindre que le second, & semblablement sont trois nombres majeurs que le second. La chose donc est demenée jusques à la, qu'il faut trouver un nombre au second tel, comme celuy qui l'excede en unité à unité nombre quarré, soit celuy qu'on requiert 1

 N. &

N, & celuy qui luy est maieur en unité sera 1 N + 1, & qui est en unité moindre 1 N — 1. Nous voulons que ces nombres aient la raison comme quarré à quarré, soit 54 à 1, comme 1 N — 1 à 4, font 4 N — 4, & 1 N + 1 à 1. Et ces nombres exposez sont entre eux en telle raison comme quarré à quarré. Or donc 4 N — 4, s'egale à 1 N + 1, faict 1 N 5. Je pose donc le second 5. Mais le troisiesme est 1 N. Ergo le premier est 13 — 1 N: Reste maintenant qu'au produict du premier & second, si bien aiousté comme soubstraict le troisiesme, face quarré: Mais le produict du premier & second avec le troisiesme est 65 — 2 N, egal à quarré. Et du mesme soubstraict le troisiesme 65 — 6 * tous par 9, font 65 — 70 N egales à quarré: Et 65 — 24 N egales à quarré. Et multipliant egalement les nombres de l'un par 4, faict 260 — 24 N, egales à quarré. Et 65 — 24 N, egales à quarré. Or je prens leur intervalle 195; Et je pose deux nombres desquels le produict soit 195, qui sont 13 & 15, la moitie de leur intervalle en soy, s'egale au moindre quarré, faict 1 N 8. Or venons aux posez, le premier sera 5, le second 5, le troisiesme 8; Et la demonstration est manifeste.

QVESTION XXXVI.

TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le second donnant quelque sa partie au premier, la somme soit en raison triple au reste. Item donnant le premier semblable sa partie au second, la somme soit quincuple au reste.

CONSTRVCTION.

Soit le second nombre requis	1 ① + 1	$\frac{12}{7}$
Sa partie requise soit	1	1
Ergo le premier nombre (à fin que soubstraict 1 du second & aiousté au premier, la somme		1

soit

ſoit triple au reſte) ſera $3 ① - 1$ | $\frac{8}{7}$

Reſte maintenant que donnant le premier nombre ſemblable ſa partie au ſecond, que la ſomme ſoit quincuple au reſte. Or par le ſuivant theoreme la ſomme de ceſte ſomme & reſte, eſt ſeſcuple au reſte; Mais la ſomme de ceſte ſomme & reſte (car elle eſt la meſme que la ſomme du premier & ſecond nombre) eſt 4 ①, ergo quelque nombre auquel de 4 ① obtient raiſon ſeſcuple, ſera la reſte qui demeure du premier, la meſme ſera $\frac{2}{3}$ ① | $\frac{10}{21}$

Ergo la partie que le premier nombre donnera au ſecond (car ſoubſtraict $\frac{2}{3}$ ① du premier nombre il y reſtera autant) ſera $\frac{7}{3}$ ① $- 1$ | $\frac{2}{3}$

Reſte maintenant que les meſmes $\frac{7}{3}$ ① $- 1$, ſoyent telle partie du premier nombre 3 ① $- 1$, comme 1 du ſecond nombre 1 ① $+ 1$. Il faut doncques qu'ils ſoyent proportionaux. Ergo le produict des extremes $\frac{7}{3} - 1$, & 1 ① $+ 1$, qui eſt $\frac{7}{3}$ ② $+ \frac{4}{3}$ ① $- 1$ | $\frac{8}{7}$

Sera egal au produict des moyens 3 ① $- 1$ par 1 qui eſt 3 ① $- 1$ | $\frac{8}{7}$

Leſquels reduicts $\frac{7}{3}$ ① ſeront egales à $\frac{5}{3}$, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{5}{7}$.

Ie di, que $\frac{8}{7}$ $\frac{12}{7}$ ſont les deux nombres requis & que ſuperquinpartiente ſeptieſmes (c'eſt comme de $\frac{12}{7}$ à 1, ou comme de 12 à 7) eſt la raiſon requiſe de chaſque nombre à ſa partie qu'il donne à l'autre. *Demonſtration.* Donnant le ſecond nombre $\frac{12}{7}$, ſa partie à laquelle il eſt en raiſon ſuperquinpartiente ſeptieſmes, à ſçavoir 1, au premier nombre $\frac{8}{7}$, la ſomme $\frac{15}{7}$, ſera triple à la reſte $\frac{5}{7}$. Item donnant le premier nombre $\frac{8}{7}$, ſa partie à laquelle il eſt en raiſon ſuperpartient ſeptieſmes, à ſçavoir $\frac{2}{3}$, au

$\frac{2}{3}$, au second nombre $\frac{12}{7}$, la somme $\frac{50}{21}$, sera quincuple à la reste $\frac{10}{21}$ selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

Le nombre explicant la raison de la somme de deux nombres au moindre nombre, sera d'unité maieur que le nombre explicant la raison du maieur au moindre.

Explication du donné. Soyent deux nombres 15 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le nombre 6 explicant la raison sescuple de 18 (qui est la somme de 15 & 3) au moindre nombre 3, est d'unité maieur que le nombre 5 explicant la quincuple raison de 15 à 3 selon le theoreme. *Conclusion.* Le nombre doncques explicant la raison, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXVII.

Trouvons operation algebraique telle, que pour la valeur de 1 ① *posant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que leur produict avec leur somme soit* 8.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis	1 ①
Et le second soit quelque nombre Arithmetique comme	3
Leur produict	3 ①
Somme du premier & second nombre & de leur produict	4 ① + 3
Egal a	8

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 5, & par le 67 proleme 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$, mais cecy ne satisfaict point au requis. Il faut doncques considerer, d'ou 1 ① vient à valoir $\frac{5}{4}$, & appert que pour la division de 5 par 4; Mais le 5 est l'exces de 8 à 3, & 4 excede au second nombre

nombre 3 en 1; d'ou s'ensuit que le nombre qu'on posera pour le second, soubstraict du nombre donné 8, & la reste divisé par nombre d'unité maieur que le second, alors le quotient sera le premier nombre.

Soit donc le second nombre 1 ① — 1

Lequel soubstraict de 8, reste — 1 ① + 9, laquelle divisee par nombre d'unité maieur que le second nombre, qui sera par 1 ①, donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{-1\,(1)+9}{1\,(1)}$

Doncques le premier nombre sera $\frac{-1\,(1)+9}{1\,(1)}$, & le second 1 ① — 1, desquels je di la valeur de 1 ① estre nombre Arithmetique quelconque. *Demonstration.* La valeur de 1 ① soit 2; ergo le premier nombre sera $\frac{7}{2}$, & le second sera 1, leur produict $\frac{7}{2}$, auquel aiousté la somme de $\frac{7}{2}$ & 1, faict 8, selon le requis.

Autre demonstration. La valeur de 1 ①, soit maintenant $\frac{1}{2}$; Ergo le premier nombre sera 17, & le second — $\frac{1}{2}$, leur produict — $\frac{17}{2}$, au mesme aiousté la somme de 17 & — $\frac{1}{2}$, faict comme dessus 8. Et semblable sera la demonstration de nombre Arithmetique (posé pour la valeur de 1 ①) quelconque.

QUESTION XXXVIII.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le produict du premier & second avec leur somme soit 8; Et le produict du second & troisiesme avec leur somme soit 15; Et le produict du troisiesme & premier avec leur somme soit 24.

CONSTRUCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 37 question (car ainsi sera satisfaict à une partie du requis) donc le premier sera $\frac{-1\,(1)+9}{1\,(1)}$ | $\frac{11}{4}$

Et le second sera 1 ① — 1 | $\frac{7}{4}$

Or

Or puis que le produict & somme du second & troisiesme est 15, ergo par le suivant theoreme (car du produict du second & troisiesme avec leur somme, qui en tout est 15, soubstraict le second nombre 1 ① — 1, reste — 1 ① + 16, qui divisé par nombre d'unité maieur que ledict second nombre, qui sera par 1 ①, donne quotient $\frac{16-1(1)}{1(1)}$) le troisiesme nombre sera $\frac{-1(1)+16}{1(1)}$ | $\frac{11}{3}$

Le produict du premier & troisiesme nombre est $\frac{1(2)-25(2)+144}{1(2)}$, au mesme aiousté la somme du premier & troisiesme qui est $\frac{-2(2)+25(1)}{1(2)}$ faict $\frac{-1(2)+144}{1(2)}$ | 24

Egal a 24

Lesquels reduicts 25 ② seront egales à 144, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{12}{5}$.

Je di, que $\frac{11}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{17}{3}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le produict du premier $\frac{11}{4}$, & second $\frac{7}{5}$, est $\frac{77}{20}$, au mesme aiousté la somme de $\frac{11}{4}$, & $\frac{7}{5}$, qui est $\frac{83}{20}$, faict 8. Item le produict du second $\frac{7}{5}$, & troisiesme $\frac{17}{3}$, est $\frac{119}{13}$, au mesme aiousté la somme de $\frac{7}{5}$ & $\frac{17}{3}$ qui est $\frac{106}{15}$, faict 15. Item le produict du troisiesme $\frac{17}{3}$, & premier $\frac{11}{4}$, est $\frac{187}{12}$, au mesme aiousté la somme de $\frac{17}{3}$ & $\frac{11}{4}$, qui est $\frac{10(1)}{(1)2}$, faict 24 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Quant à ce que Diophante dict, qu'il est necessaire que chascun des trois nombres requis soit d'unité moindre que quarré (car tels sont les nombres 8. 15. 24) cela s'entend pour par ceste operation en sçavoir donner solution, comme appert en l'egaleté. Quant au reste, il est par autre voye possible d'en donner solution par nombres quelconques. Par exemple; si les nombres requis au lieu de 8. 15. 24. fussent 14. 23. 39. nous

nous pourrions dire, que la ſolution eſt 4. 2. 7. & ainſi d'infiniz autres. Et ſemblable avertiſſement ſe peut auſſi appliquer à la 40^e queſtion ſuivante.

THOREME.

DV produict de deux nombres avec leur ſomme, ſoubſtraict l'un nombre, & la reſte diviſée par nombre d'unité maieur que le nombre ſoubſtraict; donne pour produict l'autre nombre.

Explication du donné. Soyent deux nombres 2 & 6. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 2 & 6 eſt 12, qui avec leur ſomme 8, faict 20, duquel ſoubſtraict l'un nombre 2, reſte 18; lequel diviſé par nombre d'unité maieur que 2, qui eſt par 3, donne quotient 6, qui eſt l'autre nombre ſelon le theoreme. *Concluſion.* Du produict doncques de deux nombres, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXXIX.

TRouvons deux nombres algebraiques tels, que pour la valeur de 1 ① poſant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que de leur produict ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 8.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre	1 ①
Le ſecond ſoit quelque nombre Arithmetique, comme	3
Leur produict eſt 3 ①, duquel ſoubſtraict leur ſomme qui eſt 1 ① + 3, reſte	2 ① — 3
Egal a	8

Leſquels reduicts 2 ①, ſeront egales à 11, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{11}{2}$. Mais ceci ne ſatisfaict point au requis. Il nous faut doncques conſiderer d'ou que

que 1 ① vient à valoir $\frac{11}{2}$, & appert que pour la division de 11 par 2, mais 11 est la somme de 3 & 8, & 2 est unité moindre que le second nombre 3. D'ou s'ensuit, que posant pour le second nombre requis, nombre Arithmetique quelconque, & luy ajoustant le nombre donné 8, & leur somme divisée par nombre d'unité moindre que le second, alors le quotient sera le premier nombre.

Soit donc le second nombre 1 ① + 1

Lequel aiousté à 8, faict 1 ① + 9, qui divisé par nombre d'unité moindre que le second nombre, qui sera par 1 ①, donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{1\,①+9}{1\,①}$

Doncques le premier sera $\frac{1\,①+9}{1\,①}$, & le second 1 ① + 1, desquels je di, que la valeur de 1 ① est nombre Arithmetique quelconque. *Demonstration.* La valeur de 1 ① soit 2. Ergo le premier nombre sera $\frac{11}{2}$. Et le second nombre sera 3, leur produict $\frac{33}{2}$, duquel soubstraict la somme de $\frac{11}{2}$ & 3, qui est $\frac{17}{2}$, reste 8, selon le requis.

Autre demonstration. La valeur de 1 ① soit maintenant $\frac{1}{2}$. Ergo le premier nombre sera 19, & le second nombre sera $\frac{3}{2}$, leur produict $\frac{57}{2}$, duquel soubstraict la somme de 19 & $\frac{3}{2}$, qui est $\frac{41}{2}$, reste 8 selon le requis. Et semblable sera la demonstration de nombre Arithmetique (posé pour valeur de 1 ①) quelconque.

QVESTION XL.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du produict du premier & second soubstraict leur somme, la reste soit 8; Et du produict du second & troisiesme soubstraict leur somme, la reste soit 15; Et du produict du troisiesme & premier soubstraict leur somme, la reste soit 24.

CON-

CONSTRVCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 39 question (car ainsi sera satisfaict à une partie du requis) doncques le premier nombre sera $\frac{1(1)+9}{1(1)}$ | $\frac{19}{4}$

Et le second nombre 1 ① + 1 | $\frac{17}{5}$

Or puis que du produict du second & troisiesme, soubstraict leur somme, la reste est 15, ergo par le suivant theoreme (car à 15 qui est le produict du second & troisiesme nombre moins leur somme, ajousté le second nombre 1 ① + 1, faict 1 ① + 16, qui divisé par 1 ①, qui est nombre d'unité moindre que ledict secõd nombre, donne quotient $\frac{1(1)+16}{1(1)}$), le troisiesme nombre sera $\frac{1(1)+6}{1(1)}$ | $\frac{23}{3}$

Le produict du troisiesme & premier nombre est $\frac{1(2)+25(1)+144}{1(2)}$, duquel soubstraict la somme du mesme troisiesme & premier qui est $\frac{2(2)+25(1)}{1(2)}$, reste $\frac{-1(2)+144}{1(2)}$ | 24

Egal à 24

Lesquels reduicts 25 ② seront egales à 144, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{12}{5}$.

Ie di, que $\frac{19}{4}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{23}{3}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict du premier $\frac{19}{4}$ & second $\frac{17}{5}$ est $\frac{323}{20}$, duquel soubstraict la somme de $\frac{19}{4}$ & $\frac{17}{5}$ qui est $\frac{163}{20}$, reste 8. Item le produict du second $\frac{17}{5}$ & troisiesme $\frac{23}{3}$, est $\frac{391}{15}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{17}{5}$ & $\frac{23}{3}$, qui est $\frac{166}{15}$, reste 15. Item le produict du troisiesme $\frac{23}{3}$ & premier $\frac{19}{4}$, est $\frac{437}{12}$, duquel soubstraict la somme de $\frac{23}{3}$ & $\frac{19}{4}$, qui est $\frac{149}{12}$, reste 24 selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

DV produict de deux nombres soubstraict leur somme, & au reste adjousté l'un nombre, & la somme divisée par nombre d'unité moindre que le nombre adjousté, donne pour quotient l'autre nombre.

Explication du donné. Soyent deux nombres 3 & 7.

Explication du requis. Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 3 & 7 est 21, duquel soubstraict leur somme 10, reste 11, auquel adjousté l'un nombre 3, faict 14, qui divisé par nombre d'unité moindre que ledict nombre adjousté 3, qui est par 2, donne quotient 7, qui est l'autre nombre selon le theoreme. *Conclusion.* Du produict doncques de deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLI.

TRouvons deux nombres algebraiques tels, que pour la valeur de 1 (1) mettant nombre Arithmetique quelconque, Que nous aions deux nombres tels, que leur produict aye à leur somme raison triple.

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1 (1)

Le second nombre soit quelque nombre Arithmetique comme 5

Leur produict 5 (1), doibt estre triple à leur somme 1 (1) + 5; Ergo le triple de 1 (1) + 5, qui est 3 (1) + 15

Est egal a 5 (1)

Lesquels reducts 2 (1) seront egales à 15, & par le 67 probleme, 1 (1) vaut $\frac{15}{2}$: Mais ceci ne satisfaict point au requis, il nous faut doncques considerer d'ou c'est que 1 (1) vient à valoir $\frac{15}{2}$, & appert que pour la division de 15 par 2; mais 15 viennent du second nombre,

bre, multiplié par le nombre explicant la raiſon requiſe, & 2 ſont la difference du ſecond & du nombre explicant ladicte raiſon; D'ou s'enſuit, que pour le ſecond nombre requis, poſant nombre quelconque, & multipliant le meſme par 3, qui eſt le nombre explicant ladicte raiſon, & diviſant le produict par l'exces du ſecond au nombre explicant la raiſon requiſe, le quotient ſera le premier nombre requis.

Soit le ſecond nombre $1\,\textcircled{1}$

Qui multiplié par 3 faict $3\,\textcircled{1}$, qui diviſé par $1\,\textcircled{1} - 3$ (qui eſt l'exces du ſecond nombre à 3) donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{3\,\textcircled{1}}{1\,\textcircled{1} - 3}$

Doncques le premier nombre ſera $\frac{3\,\textcircled{1}}{1\,\textcircled{1} - 3}$, le ſecond $1\,\textcircled{1}$; deſquels je di, que la valeur de $1\,\textcircled{1}$ eſt nombre Arithmetique quelconque. *Demonſtration.* La valeur de $1\,\textcircled{1}$ ſoit 4; Ergo le premier nombre ſera 12, & le ſecond ſera 4, leur produit 48, qui obtient à la ſomme de 12 & 4, raiſon triple ſelon le requis. *Autre demonſtration.* La valeur de $1\,\textcircled{1}$ ſoit autrefois 3; Ergo le premier nombre ſera (contemplation novelle) $\frac{9}{0}$, & le ſecond ſera $\frac{3}{1}$, leur produict $\frac{27}{0}$; qui à la ſomme de $\frac{9}{0}$ & $\frac{3}{1}$, qui eſt $\frac{9}{0}$, obtient raiſon triple, ſelon le requis. Mais que la ſomme de $\frac{9}{0}$ & $\frac{3}{1}$ eſt $\frac{9}{0}$, ſe demonſtre par noſtre acouſtumée methode d'addition du 10e probleme ainſi:

$$\frac{9}{0} \times \frac{3}{1} \qquad \begin{array}{c} 0 \\ 9 \\ \hline 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

Autre demonſtration.

Soit finalement la valeur de $1\,\textcircled{1}$ (pour autrefois contempler quelque rare qualité des nombres) 2; Ergo le premier nõbre ſera $\frac{6}{-1}$; Et le ſecond nombre ſera $\frac{2}{1}$: leur produict $\frac{12}{-1}$, qui à la ſomme de $\frac{6}{-1}$ & $\frac{2}{1}$ qui eſt $\frac{4}{-1}$, obtient raiſon triple ſelon le requis. Mais que la ſomme de $\frac{6}{-1}$ & $\frac{2}{1}$, eſt $\frac{4}{-1}$, ſe demonſtre comme deſſus; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XLII.

TRouvons trois nombres tels, que le produict du premier & second, aye à leur somme raison triple; Et que le produict du second & troisiesme, aye à leur somme raison quadruple; Et que le produict du troisiesme & premier aye à leur somme raison quincuple.

CONSTRVCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 41 proposition (car ainsi sera satisfaict à une partie du requis) doncques le premier nombre sera $\frac{3\,(1)}{1\,(1)-3}$ | $\frac{360}{51}$

Et le second sera $1\,(1)$ | $\frac{120}{23}$

Et le troisiesme, lequel se trouve aussi par ladicte 41 question (à sçavoir en multipliant la 1 (1) du second nombre par 4, la ou ci dessus on l'a multiplié par 3) soit $\frac{4\,(1)}{1\,(1)-4}$ | $\frac{120}{7}$

Et ainsi sera satisfaict à deux parties du requis; Reste maintenant que le produict du premier & troisiesme qui est $\frac{12\,(2)}{1\,(2)-7\,(1)+12}$ aye à leur somme qui est $\frac{7\,(2)-24\,(1)}{1\,(2)-7\,(1)+12}$, raison quincuple; ergo le quincuple de ceste somme qui est $\frac{35\,(2)-120\,(1)}{1\,(2)-7\,(1)+12}$ | $\frac{43200}{357}$

Est egal audict produict $\frac{12\,(2)}{1\,(2)-7\,(1)+12}$ | $\frac{43200}{357}$

Lesquels reduicts 23 (1) seront egales a 120, & par le 67 probleme 1 (1) vaudra $\frac{120}{23}$.

Ie di, que $\frac{360}{51}$, $\frac{120}{23}$, $\frac{120}{7}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{360}{51}$ & $\frac{120}{23}$, est $\frac{43200}{1173}$, qui est le triple de la somme de $\frac{360}{51}$ & $\frac{120}{23}$, laquelle est $\frac{14400}{1173}$. Item le produict de $\frac{120}{23}$ & $\frac{120}{7}$, est $\frac{14400}{161}$, qui est le quadruple de la somme de $\frac{120}{23}$ & $\frac{120}{7}$, laquelle

laquelle est $\frac{3600}{161}$. Item le produict de $\frac{120}{7}$ & $\frac{360}{51}$, est $\frac{43200}{357}$, qui est quincuple à la somme de $\frac{120}{7}$ & $\frac{360}{51}$, qui est $\frac{8640}{357}$. selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLIII.

Trouvons trois nombres tels, que le produict du premier & second soit à la somme des trois nombres triple; Et le produict du second & troisiesme, à la somme des trois nombres quadruple, & le produict du troisiesme & premier, à la somme des trois nombres quincuple.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres 15, ergo son triple pour le produict du premier & second, sera 45. Posons doncques pour le second nombre 1 (1)

Ergo le premier (puis que leur produict est 45) sera $\frac{45}{1\,(1)}$

Or le quadruple de la somme des trois nombres pour le produict du second & troisiesme, est 60, & le second est 1 (1), ergo le troisiesme sera $\frac{60}{1\,(1)}$

Le produict du troisiesme & premier $\frac{2700}{1\,(2)}$

Egal au quincuple de la somme des trois nombres 75.

Lesquels reduicts 75 (2) seront egales à 2700, & par le 78 probleme, 1 (1) vaudra 6. D'ou s'ensuit que le premier sera $7\frac{1}{2}$ le second 6 & le troisiesme 10. Or la solution seroit bonne si la somme de ces trois nombres fust 15, mais elle ne l'est pas, car ils montent $23\frac{1}{2}$. Nous userons doncques ces trois nombres trouvez en autre telle operation:

Soit le premier nombre requis	$7\frac{1}{2}$ (1)	$\frac{705}{60}$
Le second	6 (1)	$\frac{564}{60}$
Et le troisiesme	10 (1)	$\frac{940}{60}$
Le produict du premier & second 45 (2) doibt estre triple à la somme des trois nombres		

 qui

qui est 23 $\frac{1}{2}$ ① , ergo le $\frac{1}{3}$ de 45 ② qui est 15 ② | $\frac{2209}{60}$

Est egal à la somme des trois nombres 23 $\frac{1}{2}$ ① | $\frac{2209}{60}$

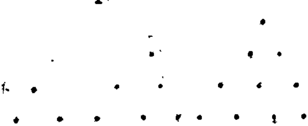
Lesquels reduicts 15 ① seront egales à 23 $\frac{1}{2}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{47}{30}$.

Je di, que $\frac{705}{60}$, $\frac{564}{60}$, $\frac{940}{60}$, sont les ttois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{705}{60}$ & $\frac{564}{60}$, qui est $\frac{397620}{3600}$, est triple à la somme des trois nombres $\frac{2209}{60}$ ou $\frac{132540}{3600}$. Item le produict de $\frac{564}{60}$ & $\frac{940}{60}$ qui est $\frac{530160}{3600}$, est quadruple à ladicte somme $\frac{132540}{3600}$. Item le produict de $\frac{940}{60}$ & $\frac{705}{60}$, qui est $\frac{662700}{3600}$, est quincuple à ladicte somme $\frac{132540}{3600}$ selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLIIII.

Trouvons trois nombres tels, que leur somme multipliée par le premier, le produict soit triangle, & par le second, quarré à sa racine commensurable, & par le troisiesme, cube à sa racine commensurable.

NOTA. Ils appellent nombres trianglaires nombres entiers comme ceux ci: 3.6.10.21, &c. à cause que 3 ou 6 ou 10 poinct, mis en ordre comme ci dessoubs, font quelque figure triangulaire equilaterale. Le premier triangle en l'ordre se dict 1, le second 3, le troisiesme 6, & ainsi en infini des autres.



CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres | 1②

Le produict de la somme des trois nombres & le premier soit triangle 6, ergo le premier nombre | $\frac{6}{1②}$

Le

Le produict de la somme des trois nombres & le second, soit quarré 4, ergo le second $\frac{4}{1\,②}$

Le produict de la somme des trois nombres & le troisiesme, soit cube 8, ergo le troisiesme $\frac{8}{1\,②}$

Et ainsi est satisfaict au requis, en tant que le produict procedant de la somme des trois nombres 1 ② multiplié par le premier, sera triangle 6, & par le second, sera quarré 4, & par le troisiesme, sera cube 8.

Reste maintenant que la somme de ces trois nombres qui est $\frac{18}{1\,②}$

Soit egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre qui est 1 ②

Lesquels reduicts 1 ④ sera egale à 18, & par le 78 probleme 1 ① vaudra √ 18, laquelle ne nous sert point a propos, mais il est necessaire que nous aions en son lieu nombre Arithmetique. Il nous faut donc considerer d'ou procede ceste √ 18, à fin que par semblable moyen nous trouvons le nombre servant a propos. Or il appert que 18 est la somme de triangle 6 & quarré 4 & cube 8, parquoy il faut au lieu de 6.4.8. trouver autre triangle quarré & cube tels, que leur somme soit quarte quantité à sa racine commensurable.

Soit ladicte somme des trois nombres	1 ④	6561
Et pour le quarré requis, posons le quarré de 1 ② — 1 (la cause de telle position apparoistra ci dessoubs) qui est	1 ④ — 2 ② + 1	6400
Le mesme soubstraict de la somme des trois nombres 1 ④, reste pour le cube & triangle requis 2 ② — 1, des mesmes posons pour le cube requis	8	8
Ergo reste pour le triangle requis	2 ② — 9	153
Et ainsi est la somme du triangle quarré & cube 1 ④, egale à la dicte sõme premiere en l'ordre.		

l'ordre. Or multipliant le triangle 2②—9, par 8, & au produict adjousté 1, faict par le suivant theoreme quarré selon la question, qui est | 16②—71 | 1225

Egal a quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 4①—1, son quarré | 16②—8①+1 | 1225

Lesquels reduicts 8① seront egales à 72, & par le 67 probleme 1①, vaudra 9, & le triangle 153, le quarré 6400, le cube 8. Doncques au lieu de triangle 6, quarré 4, & cube 8, cy dessus qui ne nous servoyent pas a propos nous prendrons triangle 153, quarré 6400, & cube 8 (car leur somme est quarte quantité 5661, sa racine 9) par les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

Soit la somme des trois nombres	1②	81
Le produict de la somme des trois nombres & le premier, soit triangle 153, ergo le premier nombre sera	$\frac{153}{1②}$	$\frac{153}{81}$
Le produict de la somme des trois nombres & second soit quarré 6400, ergo le second	$\frac{6400}{1②}$	$\frac{6400}{81}$
Le produict de la somme des trois nombres & le troisiesme soit cube 8, ergo le troisiesme	$\frac{8}{1②}$	$\frac{8}{81}$
Et ainsi est satisfaict au requis, entant que le produict 1②, procedant de la somme des trois nombres 1② multiplié par le premier, sera triangle 153, & par le second sera quarré 6400, & par le troisiesme sera cube 8. Reste maintenant que la somme de ces trois nombres qui est	$\frac{5661}{1②}$	81

Soit

Soit egale a la somme de ces trois nombres
premiere en l'ordre, qui est 1 ② | 81

Lesquels reduicts 1 ④ sera egale à 6561, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 9.

Je di, que $\frac{153}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres $\frac{135}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$, est 81. laquelle multipliée par le premier nombre $\frac{135}{81}$, donne produict & triangle dixseptiesme en l'ordre 153. Item ladicte somme 81, multipliée par le second nombre $\frac{6400}{81}$, donne produict quarré 6400, sa racine 8. Item ladicte somme 81 multipliée par le troisiesme nombre $\frac{8}{81}$, donne produict cube 8, sa racine 2 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

Nombre triangulaire multiplié par 8, *& plus* 1, *faict quarré à sa racine commensurable.*

Explication du donné. Soit donné nombre triangulaire 6. *Explication du requis.* Il faut par le mesme demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le nombre triangulaire 6, multiplié par 8, faict 48, & plus 1, faict quarre 49, à sa racine 7 commensurable selon le requis. *Conclusion.* Nombre doncques triangulaire multiplié par 8, & plus 1, faict quarré à sa racine commensurable; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLV.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du maieur au moien, aye à l'exces du moien au moindre raison triple, & que chasques deux nombres facent quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

La somme du moindre & moien nõbre soit quarré 4

 Ergo

Ergo le moien nombre ſera plus grand que 2, car ſi nous le mettions 2, le moindre ſeroit auſſi 2, qui eſt abſurd, ſoit donc le moien nombre requis $1 (1) + 2$

Ergo le moindre nombre $- 1 (1) + 2$

L'exces du moien au moindre eſt 2 (1), & l'exces du maieur au moien doibt eſtre ſon triple, il ſera donc 6 (1), au meſme aiouſté le moien, faict pour le maieur nombre requis $7 (1) + 2$

Somme du moien & maieur nombre, egal à quelque quarré, eſt $8 (1) + 4$

Somme du maieur & moindre nombre, egal à quelque quarré, eſt $6 (1) + 4$

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le cincquieſme & ſixieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré, ſelon la queſtion, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, ſoit par poſition de $\frac{1}{2} (1)$ & 4 (pour les deux nombres deſquels le produict 2 (1), eſt egal à la difference des $8 (1) + 4$ a $6 (1) + 4$) deſquels le quarré de double egaleté egal au moindre propoſé $6 (1) + 4$, eſt (par la note devant la 12e queſtion du ſecond livre) $\frac{1}{16} (2) - 1 (1) + 4$

Leſquels reduicts $\frac{1}{16} (1)$ ſera egale à 7, & par le 67 probleme 1 (1) vaudra 112. Ergo le moindre nombre, qui deſſus eſt $- 1 (1) + 2$, ſeroit 2 moins 112, laquelle ſolution de moins ils eſtiment abſurd. S'enſuit donc qu'il ſera neceſſaire, que la valeur de la ſomme du maieur & moindre, laquelle eſt cy deſſus $6 (1) + 4$, ſoit moindre que 16, & par conſequent, il eſt neceſſaire que la valeur de 1 (1) ſoit moindre que 2, car eſtant 2, les $6 (1) + 4$ vaudroyent 16. Nous ne pouvons donc venir à ſolution par le quarré de double egaleté; parquoy il faut trouver la valeur de 1 (1) d'autre ſorte. Premierement conſiderons que nous avons trois ſommes; $8 (1)$

$+ 4$3

+ 4; & 6 ① + 4; & 4; procedans de trois nombres de qualité du ſuivant theoreme; à ſçavoir deſquels l'exces du moien au moindre, obtient à l'exces du maieur au moien raiſon ſubtriple, d'ou s'enſuit que la raiſon de l'exces 8 ① + 4 à 6 ① + 4 ſera ſubtriple à l'exces de 6 ① + 4 à 4, mais leſdictes trois ſommes vallent quarrez ſelon la queſtion. Nous ſommes donc venuz juſques à la, qu'il nous faut trouver trois quarrez tels, que l'exces du maieur au moien, ſoit le tiers de l'exces du moien au moindre, & d'avãtage que le moindre ſoit 4, & le moien moindre que 16, & la valeur de 1 ① moindre que 2.

Soit le moindre quarré 4

Et la racine du moien quarré ſoit 1 ① + 2, ſon quarré pour le moien quarré requis ſera 1 ② + 4 ① + 4

L'exces du moien quarré au moindre quarré eſt 1 ② + 4 ①, & l'exces du maieur au moien, doibt eſtre ſon tiers; il ſera donc $\frac{1}{3}$ ② + $\frac{4}{3}$ ①, lequel aiouſté au moien faict pour le maieur quarré $\frac{4}{3}$ ② + $\frac{16}{3}$ ① + 4, leſquels reduicts en entiers de meſme raiſon, les multipliant par 9, à fin qu'il devienne autrefois quarré, font 12 ② + 48 ① + 36, egales à quelque quarré. Mais à fin d'avoir moindres nombres de meſme raiſon nous les pouvons partir par 4, car ainſi ſera le quotient ſemblable quarré, faict pour le maieur nombre requis 3 ② + 12 ① + 9

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine — 5 ① + 3 (le 3 eſt pour rencontrer au 9, & les — 5 ① ſont à fin que la valeur de 1 ① ſoit moindre que 2, car l'experience demonſtrera que au lieu de 5 ① poſant 4 ①, ou 3 ①, ou 2 ①, que la valeur de 1 ① viendra maieure que 2, mais poſant 5 ①, ou 6 ①, ou 7 ①, &c. la valeur de 1 ①, ſera, comme appert cy deſſoubs, moindre que 2) ſon quarré 25 ② — 30 ① + 9

Leſ-

Lesquels reduicts 22 ① seront egales à 42, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{21}{11}$, qui sont moindres que 2. Ergo le moien quarré qui cy dessus 1 ② + 4 ① + 4, vaudra $\frac{1849}{121}$; & cecy est le nombre que nous chercions au lieu du quarré de double egaleté. Doncques les 6 ① + 4 (ausquels fismes egaleté par ledict quarré de double egaleté) sont egales a $\frac{1849}{12}$. Mais à fin que le tout soit plus clair, nous descrirons la premiere operation autrefois en ceste sorte:

La somme du moindre nombre & moien soit quarré	4	4
Ergo le moien nombre	1 ① + 2	$\frac{2817}{726}$
Ergo le moindre nombre	−2 ① + 2	$\frac{87}{726}$
Et le maieur nombre	7 ① + ②	$\frac{11007}{726}$
Somme du maieur & moindre	6 ① + 4	$\frac{1849}{121}$
Egale à	$\frac{1849}{121}$	

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à $\frac{1356}{121}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1365}{726}$.

Je di, que $\frac{11007}{726}$, $\frac{2817}{726}$, $\frac{87}{726}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration*. L'exces du maieur nombre $\frac{11007}{726}$, au moyen $\frac{2817}{725}$, qui est $\frac{8190}{726}$, obtient à l'exces du moyen $\frac{2817}{726}$, au moindre $\frac{87}{726}$, qui est $\frac{2730}{726}$, raison triple. Item la somme de $\frac{11007}{726}$, & $\frac{2817}{726}$, est quarré $\frac{2304}{121}$, sa racine $\frac{48}{11}$. Item la somme de $\frac{2817}{726}$ & $\frac{87}{726}$, est quarré 4, sa racine 2; Item la somme de $\frac{87}{726}$ & $\frac{11007}{726}$ est quarré $\frac{1849}{121}$, sa racine $\frac{43}{11}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

Estant trois nombres, la raison de l'exces du moien au moindre, à l'exces du maieur au moien, est egale à la raison de l'exces de la somme du maieur & moien, à la somme du maieur & moin-

& moindre, à l'exces de la somme du maieur & moindre, à la somme du moien & moindre.

Explication du donné. Soyent trois nombres 14. 5. 2. *Explication du requis*. Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration*. La somme du maieur & moien est 19, & du maieur & moindre 16, & du moien & moindre 7. Or la raison de 3 (qui est l'exces de 5 à 2) à 9 (qui est l'exces de 14 à 5) est subtriple; Aussi est subtriple la raison de 3 (qui est l'exces de 19 à 16) a 9 (qui est l'exces de 16 à 7) selon le theoreme. *Conclusion*. Estant doncques trois nombres, la raison de l'exces, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLVI.

Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, soit à l'exces du moien au moindre, en raison triple, & que chasques deux nombres facent quarré à sa racine commensurable.

CONSTRVCTION.

La somme du maieur & moien nombre requis soit quarré tel	16 ②
Ergo le maieur sera plus grand que 8 ②. car si nous le mettions 8 ②; le moien seroit aussi 8 ②, qui seroit absurd, soit donc le maieur nombre requis	8 ② + 2
Ergo le moien sera	8 ② — 2
Or puis que la somme du maieur & moien, excede la somme du moindre & maieur, ergo la somme du moindre & maieur sera moindre que 16 ②, & maieure que 8 ②, soit donc la somme du moindre & maieur, quarré tel	9 ②
Ergo (puis que le maieur est 8 ② + 2) le moindre sera	1 ② — 2

Et

Et ainsi est satisfaict à deux poincts requis, qui sont, que la somme du maieur & moien 16 ②, item la somme du maieur & moindre 9 ②, sont quarrez selon la question. Reste maintenant que l'exces du quarré du maieur au quarré du moien aye à l'exces du moien au moindre, raison triple. Or l'exces du moien nombre au moindre est 7 ②

Le quarré du maieur est	64 ④ + 32 ② + 4
Le quarré du moien est	64 ④ − 32 ② + 4

L'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, est 64 ②, & doibt seulement estre 21 ②, à sçavoir le triple de 7 ②, qui sont l'exces du moien nombre au moindre. Il nous faut doncques au lieu de l'exces 64 ② trouver autre exces de mesme qualité, qui soit 21 ②. Parquoy considerons d'ou procedent ces 64, & appert que du double du produict de 8 par 2, prins deux fois, il faut donc au lieu de 2 trouver autre nombre tel, que le double de sa multiplication par 8, prins deux fois, soit 21. Pour lequel trouver, prenons le double de 8 deux fois, faict 32. par le mesme divisons 21, donne (au lieu de 2) quotient $\frac{21}{32}$, qui est le nombre duquel le double de sa multiplication par 8 prins deux fois, sera 21. Il nous faudra donc au lieu de 8 ② + 2, poser 8 ② + $\frac{21}{32}$, & par les mesmes achever autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

La somme du maieur & moien nombre soit quarré tel 16 ② — $\frac{5702544}{331776}$

Et le maieur pour la raison que dessus, soit 8 ② + $\frac{21}{32}$ — $\frac{3069000}{331776}$

Ergo le moien sera 8 ② − $\frac{21}{32}$ — $\frac{2633544}{331776}$

Or puis que la somme du maieur & moien, excede la som-

me du

me du moindre & maieur, ergo la somme du moindre & maieur sera moindre que 16 ②, & maieure que 8 ②, soit la somme du moindre & maieur quarré tel 9 ② $\frac{3207681}{331776}$

Ergo (puis que le maieur est 8 ② $+ \frac{21}{32}$) le moindre sera 1 ② $- \frac{21}{32}$ $\frac{138681}{331776}$

Et ainsi est satisfaict à deux poincts requis, qui sont, que la somme du maieur & moien 16 ②, item la somme du maieur & moindre 9 ②, sont quarrez selon la question. Reste maintenant que l'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, aie à l'exces du moien au moindre, raison triple. Or l'exces du moien au moindre est 7 ② $\frac{2494865}{331776}$

Le quarré du maieur est

64 ④ $+ \frac{21}{2}$ ② $+ \frac{441}{1024}$ $\frac{9418761000000}{110075314176}$

Le quarré du moien est

64 ④ $- \frac{21}{2}$ ② $+ \frac{441}{1024}$ $\frac{6935553999936}{110075314176}$

L'exces donc du quarré du maieur, au quarré du moien, est 21 ②, qui est triple à l'exces du moien nombre au moindre 7 ②. Reste maintenant que la somme du moien & moindre soit quarré selon la question, la mesme est 9 ② $- \frac{21}{16}$ $\frac{2772225}{331776}$

Egale à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte

conve-

convenable egaleté, soit duquel la racine $3 ① - 6$, son quarré $9 ② - 36 ① + 36$ | $\frac{2772225}{331776}$

Lesquels reduicts $36 ①$ seront egales à $37 \frac{5}{16}$, & par le 67 probleme, $1 ①$ vaudra $\frac{597}{576}$.

Je di, que $\frac{3069000}{331776}$, $\frac{2633544}{331776}$, $\frac{138681}{331776}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du maieur nombre $\frac{3069000}{331776}$, est $\frac{9418761000000}{110075314176}$, & le quarré du moien nombre $\frac{2633544}{331776}$, est $\frac{6935553999936}{110075314176}$, l'exces du maieur quarré, au quarré du moien, est $\frac{2483207000064}{110075314176}$, le mesme est triple à l'exces du moien nombre $\frac{2633544}{331776}$, au moindre nombre $\frac{138681}{331776}$, qui est $\frac{2494863}{331776}$, mais à fin que cela soit encore plus clair, convertons ce dernier exces en fraction de nominateur egal au nominateur de l'exces des quarrez, qui sera en multipliant son numerateur & nominateur par 331776, sera $\frac{827735666688}{110075314176}$, qui est apertement le tiers du susdict exces des quarrez. Item la somme de $\frac{3069000}{331776}$ & $\frac{2633544}{331776}$, est quarré $\frac{5702544}{331776}$, sa racine $\frac{2388}{576}$. Item la somme de $\frac{2633544}{331776}$ & $\frac{138681}{331776}$, est quarré $\frac{2772225}{331776}$, sa racine $\frac{1665}{576}$. Item la somme de $\frac{138681}{331776}$ & $\frac{3069000}{331776}$, est quarré $\frac{3207681}{331776}$, sa racine $\frac{1791}{576}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

Si nous avons descript quelques calculations, apres le 69 probleme fol. 70, de la qualité de celles ausquelles la premiere difference est encore imparfaicte (de laquelle imperfection nous avons dict fol. 71) il vous souviendra qu'elles sont mises à causes de facilité pour exemple, faisans autant en leur lieu comme les autres.

CINC-

CINCQVIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par ALBERT GIRARD, *Samielois.*

QVESTION I.

TRouvons trois nombres proportionaux, tels que si d'un chascun d'iceux, l'on soubstraict 12, *chacque reste soit aussi quarré.*

CONSTRVCTION.

Il faut trouver premierement quelque quarré duquel osté le nombre donné 12 le reste soit quarré, ce qui est facil par l'onsiesme question du second livre, & est $42\frac{1}{4}$.

Soit donc, pour l'un extreme	$42\frac{1}{4}$
L'autre extreme	1 ②
Ergo le moyen	$6\frac{1}{2}$ ①

$42\frac{1}{4}$
13032 1
10816
4693
208

Quoy faict, il reste seulement que d'un chascun d'iceux soubstraict le nombre donné 12, la reste soit quarré. Partant 1 ② — 12 sera egal à quelque quarré; aussi sera pareillement $6\frac{1}{2}$ ① — 12; & par la note qui suit la 11[e] question du 2[e] livre, il sera facil de les trouver, car leur difference est 1 ② — $6\frac{1}{2}$ ① si l'on veut, lequel est le produict de 1 ① & de 1 ① —

$6\frac{1}{2}$, la moitie de leur difference est $3\frac{1}{4}$, son quarré est $\frac{169}{16}$ qui est egal au moindre $6\frac{1}{2}$ ① — 12 | $\frac{169}{16}$

Lesquels reduicts, 1 ① vaudra $\frac{361}{104}$.

Je di, que $42\frac{1}{4}$, $\frac{4693}{208}$, & $\frac{130321}{10816}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* De $42\frac{1}{4}$ si on en oste 12; il restera $30\frac{1}{4}$; qui est quarré, car sa racine est $5\frac{1}{2}$; Puis si de $\frac{4693}{208}$ l'on oste 12; il restera $\frac{169}{16}$ qui est aussi quarré, sa racine $\frac{13}{4}$. finalement de $\frac{130321}{10816}$ si on en oste 12, il restera $\frac{529}{10816}$, qui est quarré, sa racine estant $\frac{23}{104}$ Iceux trois nombres sont aussi proportionaux selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION II.

Trouvons trois nombres proportionaux; tels qu'a un chascun d'iceux estant adiousté un nombre donné 20, *chascune somme soit nombre quarré à sa racine commensurable.*

CONSTRVCTION.

Il faut premierement trouver quelque quarré auquel adiousté le nombre donné 20, la somme soit quarré, & sera 16.

Soit donc pour l'un extreme 16 | 16

Et l'autre 1 ②

Ergo le moyen sera 4 ①

Il reste maintenant que à un chascun d'iceux estant adiousté 20; la somme soit quarré; or à 16 par la construction si on adiouste 20, la somme sera quarré: Item 1 ② + 20 est aussi egal à un quarré, comme aussi 4 ① + 20, & par la note apres l'onsiesme question du deuxiesme livre,

livre, on resout cecy ainsi; leur interval est 1 ② — 4 ①, si l'on veut (en supposant que 1 ② soit maieure à 4 ①) qui est produict de 1 ① & de 1 ① — 4; dont la difference est 4, sa moitié 2, son quarré 4, qui doibt estre egal au susdict moindre supposé 4 ① + 10, ce qui est impossible, car 4 devroit estre alors plus grand que 20: D'ou vient ce 4, il est quart de 16; parquoy ce 16 premier en l'ordre n'est pas propre à c'est effect; donc nous en sommes venus jusques à la que il faut trouver un quarré qui soit plus que quadruple de 20; & adiousté à 20 face quarré; c'est à dire qu'il faut trouver un quarré plus grand que 80; Mais 81 est un quarré plus grand que 80, donc si la racine du quarré que nous cerchons fust posé 1 ① + 9

Son quarré seroit 1 ② + 18 ① + 81

Auquel adiousté 20 fera 1 ② + 18 ① + 101

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il en sorte convenable egaleté, soit iceluy dont la racine soit de 1 ① — 11, son quarre est 1 ② — 22 ① + 121

Et 1 ① vaudra $\frac{1}{2}$; alors ce 1 ① + 9 vaudra 9 $\frac{1}{2}$; & partant le quarré que nous poserons au lieu du 16 susdict, sera le quarré de ce 9 $\frac{1}{2}$ qui est 90 $\frac{1}{4}$

Nous recommencerons donc par iceluy la construction; à tel fin soit l'un extreme 90 $\frac{1}{4}$

L'autre extreme 1 ②

Ergo le moyen 9 $\frac{1}{2}$ ①

Et faisant comme dessus nous trouverons

90 $\frac{1}{4}$
1681
23104
779
304

que

que $\frac{361}{16}$ ſera egal à $9\frac{1}{2}$ ① + 20 & 1 ①
vaudra $\frac{41}{152}$

Je di, que $90\frac{1}{4}$, $\frac{779}{304}$, & $\frac{1681}{23104}$ ſeront les trois nombres requis. *Demonſtration.* Car ils ſont proportionaux par la 20. propoſition du 7. livre d'Euclide ; d'avantage ſi à $90\frac{1}{4}$ on adiouſte 20 ; la ſomme $110\frac{1}{4}$ ſera quarré, ſa racine, $10\frac{1}{2}$; auſſi à $\frac{779}{304}$ ſi on y adiouſte 20, viendra $\frac{361}{16}$, ſa racine $\frac{19}{4}$. Item à $\frac{1681}{23104}$ adiouſté 20, viendra $\frac{463761}{23104}$, dont ſa racine $\frac{681}{152}$. ce ſont donc trois quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION III.

TRouvons trois nombres tels, que ſi à un chaſcun d'iceux ; auſſi bien qu'aux produicts de chaſque deux l'on adjouſte un nombre donné 5, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

CONSTRVCTION.

Par le ſuivant theoreme ;* ſi de deux quarrez prochains l'on oſte quelque nombre donné, les deux nombres reſtans ſeront ſelon les conditions requiſes preſentement. à ſçavoir que ſi à un chaſcun d'iceux ; auſſi bien qu'a leur produict, on adiouſte le nombre donné, la ſomme ſera quarré, & ſi à ces deux on leur adjoinct un troiſieſme qui ſoit d'unité moindre que le double de la ſomme des autres deux, alors on aura trois nombres tels qu'au produict de chaſque deux, ſi on adiouſte le nombre donné, la ſomme ſera quarré.

*Soyent donc deux quarrez prochains dont l'un ſoit
quarré de 1 ① + 3 aſſavoir 1 ② + 6 ① + 9
L'autre le quarré de 1 ① + 4 aſſavoir 1 ② + 8 ① + 16

Deſquels

Desquels si on oste le 5 donné, le premier sera
1 ② + 6 ① + 4

L'autre pour le second sera 1 ② + 8 ① + 11

Lesquels ont les conditions requises, & pour trouver le troisiesme, soit le double de la somme moins 1 du premier & second (troisiesme & quatriesme en l'ordre) 4 ② + 28 ① + 29

Auquel aiousté 5 sera 4 ② + 28 ① + 34

Egal à un quarré, soit de 2 ① — 6 qui est
4 ② — 24 ① + 36

Et 1 ① vaudra $\frac{1}{26}$.

Ie dis que $\frac{2861}{676}$, $\frac{7645}{676}$, $\frac{20336}{676}$ sont les trois nombres requis; *Demonstration.* Si à $\frac{2861}{676}$ l'on adiouste 5, la somme sera quarre $\frac{6241}{676}$, sa racine $\frac{9}{26}$. Item si à $\frac{7645}{676}$ l'on adjouste 5, la somme sera quarré $\frac{11025}{676}$, sa racine $\frac{105}{26}$, finalement si à $\frac{20336}{676}$ l'on adiouste 5, la somme sera quarré $\frac{23716}{676}$, sa racine $\frac{154}{26}$: D'avantage si au produict des deux premiers l'on adjouste 5; la somme sera quarré; dont la racine $\frac{4915}{676}$, & ainsi du reste; ce qui est selon le requis.

THEOREME.

SI de deux quarrez prochains, l'on oste quelque nombre donné, de chascun en particulier: les deux nombres restans seront tels, que si à chascun d'eux, aussi bien qu'à leur produict, on adjouste le nombre donné, la somme sera nombre quarré; Item si à ces deux restes, l'on adjoinct un troisieme qui soit d'une unité moindre que le double de leur somme, alors on aura trois nombres, tels qu'au produict de chasque deux si on adjouste le donné, les sommes seront nombres quarrez.

Explication du donné. Soyent deux quarrez prochains, 25, & 36, (c'est à dire que leurs racines ne different que de l'unité) & 10 le nombre donné. *Explication du requis.*

 Il faut

Il faut par les mesmes demonstrer le Contenu du Theoreme. *Demonstration.* Si on oste 10, de 25 & de 36; les restes seront 15 & 26; lesquels sont chascun quarré à 10 pres: comme aussi leur p oduict 390. D'avantage, si à 15, 26, l'on adioinct un troisiesme, qui soit d'unite moindre que le double des deux ensemble, (assavoir, 81,) on aura trois nombres, 15, 26, 81, dont au produict de chacque deux si on adjouste 10, les sommes seront quarrez, 400, 1225, 2116, car, 20, 35, 46 sont leurs racines. *Conclusion.* Si de deux quarrez prochains donc l'on oste &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Question IIII.

Trouvons trois nombres, tels que si d'un chascun, aussi du produict de chacque deux, l'on oste le nombre donné 6: le reste soit nombre quarre à sa racine commensurable.

Constrvction.

Par le suivant Theoreme; Ie prens deux quarrez prochains; 1 ②, & 1 ② + 2 ① + 1, auquels l'adjouste le nombre donné 6; alors le premier sera 1 ② + 6 — $\frac{4993}{784}$

Le second, 1 ② + 2 ① + 7 — $\frac{6729}{784}$

Desquels le double de la somme moins l'unité est 4 ② + 4 ① + 25 — $\frac{22680}{784}$

Reste seulement que si on en oste 6, alors le residu 4 ② + 4 ① + 19 — $\frac{17956}{784}$

Doit estre egal à quelque quarré, dont le costé soit 2 ① — 6: son quarré 4 ② — 24 ① + 36 — $\frac{17956}{784}$

Alors 1 ① vaudra $\frac{17}{28}$.

Ie dis que $\frac{4993}{784}$, $\frac{6729}{784}$, & $\frac{22680}{784}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Si à un chascun d'iceux l'on oste 6, restera $\frac{289}{784}$, $\frac{2025}{784}$, & $\frac{17956}{784}$, qui sont quarrez dont leurs

leurs racines sont $\frac{17}{28}$ $\frac{45}{28}$ $\frac{134}{28}$: D'avantage si du produict de chacque deux l'on soubstraict 6, les restes seront aussi quarrez, selon le requis, ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

SI à deux quarrez prochains, l'on adjouste quelque nombre donné; on aura deux certains nombres, auquels si on adjoinct pour troisiesme, un nombre qui soit d'unité moindre que le double de leur somme, on aura trois nombres tels que si du produict de chacque deux, l'on soubstraict le nombre donné, alors les trois restes seront nombres quarrez.

Explication du donné. Soyent deux quarrez prochains 25 & 36 : & 10 le nombre donné. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par iceux le contenu du theoreme. *Demonstration.* Si à 25, & 36, l'on adjouste 10, l'on aura deux nombres, 35 & 46, ausquels si on adjoinct un troisiesme qui soit d'unite moindre que le double de la somme des susdits 35 & 46, c'est 161, alors on aura trois nombres 35, 46, 161, tels que du produict de chasque deux si on oste 10, les trois restes seront quarrez 1600, 5625, 7396. leurs racines, 40, 75, 86. selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques à deux quarrez prochains, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION V.

TRouvons trois nombres quarrez à leurs racines commensurables tels que si au produict de chacque deux l'on adjouste les mesmes deux, ou le restant nombre, la somme soit quarré à sa racine commensurable.

LEMME.

Il faut premierement entendre que si à deux nombres quarrez prochains, l'on prend un troisiesme, qui ſoit 2, D'avantage que le double d'iceux enſemble, alors on aura trois nombres, tels qu'au produict de deux ſi l'on y adiouſte la ſomme des meſmes deux nombres, ou ſeulement le reſtant, la ſomme ſera quarré à ſa racine commenſurable.

EXPLICATION.

Soit par Exemple, 28, qui eſt deux d'avantage que la ſomme de deux quarrez prochains, 4, & 9 : alors on aura trois nombres 28, 4, 9, tels qu'au produict de chacque deux (ſoit de 28 & de 4) 112, adjouſté les meſmes nombres 28, & 4, ſera 144, nombre quarré: ou bien audit 112 adiouſté le ſeul nombre reſtant 9, viendra 121 nombre quarré. & ainſi ſi on prend 28 & 9 viendra 252, auquel ſi on adjouſte 28 & 9 ou bien ſeulement 4, viendra 289 ou 256, qui ſont tous deux quarrez. pareillement le meſme s'entendra de 4 & 9. car ſi à 36 l'on adjouſte 4 & 9 ou bien 28 : l'une ſomme ſera 49, l'autre 64, qui ſont auſſi quarrez, ſelon le theoreme. Venons maintenant à la conſtruction.

CONSTRVCTION.

Soit l'un quarré 1 ② + 2 ① + 1

L'autre quarré prochain 1 ② + 4 ① + 4

Le double de leur ſomme, & 2 d'avantage pour le dernier 4 ② + 12 ① + 1

Reſte ſeulement qu'il ſoit egal à un quarré, mais ſon quart doit auſſi eſtre egal à un quarré par les 1, 2, prop. du 9. d'Euclide, lequel eſt 1 ② + 3 ① + 3

Et ſoit iceluy le quarré de 1 ① — 3 qui eſt 1 ② — 6 ① + 9

Alors 1 ① vaudra $\frac{2}{3}$.

Ie dis que $\frac{25}{9}$, $\frac{64}{9}$ & $\frac{196}{9}$ ſont les trois nombres quarrez requis. *Demonſtration.* Qu'ils ſoyent quarrez, il apert, puis

puis que $\frac{5}{3}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{14}{3}$ sont les costez d'iceux. Or le produict des deux premiers est $\frac{1600}{81}$, auquel adjousté $\frac{89}{9}$ les deux susdicts, ou $\frac{169}{9}$ le restant, les sommes seront $\frac{2401}{81}$ ou $\frac{1764}{81}$ qui sont quarrez, dont leurs racines sont $\frac{49}{9}$ & $\frac{42}{9}$, & ainsi du reste.

QVESTION VI.

Trouvons trois nombres tels que si de quelqu'un que ce soit, l'on soubstraict 2, le nombre binaire le reste soit quarré; Aussi si du produict de deux tels qu'on voudra d'iceux, l'on oste la somme des mesmes deux, ou bien si l'on oste le nombre restant, que le reste soit un nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Soyent trois nombres selon le Lemme de la precedente question à sçavoir, 1 ②, & 1 ② + 2 ① + 1, & 4 ② + 4 ① + 4; or adioustons 2 à un chascun d'iceux & viendra pour le premier 1 ② + 2

L'autre 1 ② + 2 ① + 3

Et le troisiesme 4 ② + 4 ① + 6

On aura ce qu'on demande, hormis que le dernier moins 2, doit estre quarré, ou egal à un quarré partant 4 ② + 4 ① + 4 sera egal à un quarré, aussi sera pareillement son quart qui est 1 ② + 1 ① + 1, soit au quarré de 1 ① — 2 qui est 1 ② — 4 ① + 4, alors 1 ① vaudra $\frac{3}{5}$.

Ie dis que $\frac{59}{25}$, $\frac{114}{25}$, $\frac{246}{25}$, seront les trois nombres requis, dont la *Demonstration* est evidente. Seulement est à noter qu'il ne faut que prendre, les trois nombres de solution de la precedente, & adjouster 2 à un chascun d'iceux, ce qui se fera sans Algebre; comme à $\frac{25}{9}$ $\frac{64}{9}$ $\frac{196}{9}$ de la precedente adjoustons 2, & viendra $\frac{43}{9}$, $\frac{82}{9}$, $\frac{214}{9}$ pour les trois nombres requis de ceste question.

QVESTION. VII.

Ceste prop. est un lemme à la suivante.

TRouver deux nombres tels, qu'à leur produict adjousté la somme de leurs quarrez, la somme soit nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Soit l'un d'iceux	1①
L'autre, nombre quelquoncque	1
Leur produict	1①
La somme des quarrez d'iceux deux nombres	1②+1
Somme du 3^e & 4^e en l'ordre	1②+1①+1
Egal à un nombre quarré dont le costé soit	1①−2
	1②−4①+4

Alors 1 ① vaudra $\frac{3}{5}$: & les deux nombres seront $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{5}$, que si on oste la commune denomination (quand il est loisible comme icy) alors les nombres requis seront, 3 & 5. *Demonst.* Car à leur produict 15 si on adiouste 34 somme des quarrez, la somme 49 sera quarré. ce qu'il falloit demonstrer.

ANNOTATION
D'ALB. GIR.

SI un triangle est faict de trois costez, tels que la somme des quarrez des deux Costez avec le produict d'iceux costez, sont ensemble egaux au quarré de la base, alors l'angle soustenu par la base est infailliblement de 120 degres. Et ceste question sert pour trouver trois tels costez symmetriques : que si le produict est osté de la somme des quarrez, & que le reste soit egal au quarré de la base, alors l'angle que la base soustient sera de 60 degres de necessité. Revenons à nostre Autheur.

QVE-

QVESTION VIII.

Trouvons trois triangles rectangles, de superfices egales.

CONSTRVCTION.

Il faut trouver premierement deux nombres de la qualité de la precedente, 3, & 5, à sçavoir que la somme de leur produict & de leurs quarrez soit quarré, or 7 est la racine de la somme susdite; Partant je forme trois triangles rectangles de deux nombres, l'un de 7 & 3, l'autre de 7 & 5, & l'autre de 7 & 8 (8 somme de 3 & 5) Et ces triangles seront 40, 42, 58, & 24, 70, 74. & 15, 112, & 113. Lesquels ont un chascun 840 de superfices.

A. GIR.

La maniere de former un triangle rectangle de deux nombres quelconques se faict ainsi: Leur double produict est pour l'un costé, La somme de leurs quarrez est pour l'Hypotenuse, & la difference des mesmes quarrez est pour l'autre costé restant.

QVESTION IX.

Trouvons trois nombres tels, que si du quarré de l'un d'iceux, l'on en oste, ou y adjouste le composé des trois, le provenu soit quarré.

CONSTRVCTION.

Quant au premier; il faut que son quarré soit tel que si l'on en oste, ou adjouste la somme des trois nombres, le provenu soit quarré. *Or en tout triangle rectangle, du quarré de l'hypotenuse, si on en oste, ou y adjouste, le quadruple de son aire, le provenu est quarré.* Donc ces trois nombres, seront Hypotenuses de triangles rectangles, & aussi la somme d'iceux trois nõbres sera le quadruple de l'aire de chascun triangle. Parquoy nous en sommes venu là, qu'il faut trou-

trouver trois triangles rectangles de superfices egales. Mais la precedente nous satisfera en cela, car l'un est 40,42,58, l'autre 24,70,74, & 15,112,113. Et recommenceant de nouveau, Ie poseray iceux par des nombres d'Hypotenuses, le premier sera 58 ①

Le second 74 ①

L'autre 113 ①

La somme des trois est 245 ①

Egale au quadruple de l'aire d'un triangle, or chascun faict 840 ②, son quadruple sera 3360 ②

Alors 1 ① vaudra $\frac{7}{9}$.

Ie dis que le premier sera $\frac{406}{96}$ & les deux autres $\frac{518}{96}$ & $\frac{791}{96}$. dont la *Demonstration* est manifeste.

QVESTION X.

Trouvons trois nombres, lesquels estans multiplies deux à deux, les trois produicts soyent trois quarrez donnez, 4, 9, 16.

CONSTRVCTION.

Soit le premier 1 ①

L'un des restans sera $\frac{4}{1\,(1)}$

Et l'autre $\frac{9}{1\,(1)}$

Il reste que le produict des deux derniers face 16. Mais ils produisent $\frac{36}{1\,(2)}$

Egal à 16

Et 1 ① vaudra $1\frac{1}{2}$.

Parquoy les nombres requis seront $1\frac{1}{2}$, le second $2\frac{2}{3}$, & l'autre 6. Mais pour exposer cecy, $\frac{36}{1\,(2)}$ s'est egalé à 16, puis i'ay multiplié tout par 1 ②, & alors 36 estoit egal à 16 ②, parquoy 1 ② valoit $\frac{36}{16}$, dôt les racines denotoyêt que 1 ① est egale à $\frac{6}{4}$; Mais ce numerateur 6, vient du produict des racines des 4, 9, donnez, & le nominateur 4, est le costé du 16 donné, partant quand il sera requis

quis de trouver tiois nombres, tels que les trois produicts de deux à deux soyent trois quarrez donnez, comme 4, 9, 16. Prenez alors le produict des costez de deux quarrez 4 & 9. & est 6. lequel divisez par le costé de l'autre 4. & sera $\frac{6}{4}$; par lequel divisez autrefois les deux quarrez premier pris, 4 & 9, & viendra $\frac{16}{6}$ & 6; & ces trois $\frac{6}{4}$, $\frac{16}{6}$, 6 seront les requis : ce qu'il falloit faire.

QVESTION XI.

Trouvons trois nombres, que si au produict de deux l'on adjouste ou soubstraict, la somme des trois, le provenu soit quarré.

CONSTRVCTION.

Il faudra derechef icy cercher trois triangles rectangles egaux (de superfices;) lesquels trouvez, soyent pris les quarrez des hypothenuses, sçavoir est, 3364, le second, 5476, & 12769. Quoy faict, soyent puis apres trouvez par la precedente trois nombres, dont les trois produicts de deux à deux, facent les quarrez cy dessus; lesquels avons posez pource que si à l'un d'iceux, quel il soit, est adiousté ou soubstraict 3360 (qui est quadruple de l'aire d'un chascun triangle) le provenu soit quarré. Parquoy nous les poserons selon la precedente, en y applicquant les quantitez ainsi; à sçavoir le premier sera $\frac{4292}{113}$ (1)
Le second $\frac{4181}{29}$ (1)
Le troisiesme $\frac{3277}{37}$ (1)

Car estans multipliez deux à deux feront les quarrez susmentionez, reste maintenant qu'iceux ensemble soyent egaux à 3360 (2); & afin d'avoir tout en mesme denomination, soyent reduicts à 121249. Le premier sera alors $\frac{4605316}{121249}$ (1)

Le se-

Le ſecond $\frac{17480761}{121249}$ (1)

Le troiſieſme $\frac{10738729}{121249}$ (1)

Leur ſomme $\frac{32824806}{121249}$ (1)

Egale à 3360 (2); le tout multiplié par 121249 ſera 32824806 (1) egales à 407396640 (2). Alors 1 (1) vaudra $\frac{32824806}{407396640}$; ou $\frac{781543}{9699920}$; & partant le premier ſera $\frac{83835639}{274022740}$, le ſecond $\frac{3267631283}{281297680}$, & le troiſieſme $\frac{2561116411}{318897040}$: ſelon le propoſé.

QUESTION XII.

Partageons l'unité, en deux parties telles qu'a chaſcune adjouſtée 6 les deux ſommes ſoyent nombres quarrez.

DETERMINAISON *ſi le donné fuſt entier.*

Il ne faut pas que le nombre donné ſoit impair. Mais que ſon double & 1 d'avantage, ſoit un nombre qui ſe puiſſe diviſer en deux quarrez, la determinaiſon duquel deduiray comme s'enſuit.

ALB. GIR. *Determinaiſon d'un nombre qui ſe peut diviſer en deux quarrez entiers.*

I. Tout nombre quarré.

II. Tout nombre premier qui excede un nombre quaternaire de l'unité.

III. Le produict de ceux qui ſont tels.

IV. Et le double d'un chaſcun d'iceux.

Laquelle determinaiſon n'eſtant faicte n'y de l'Autheur n'y des interpretes, ſervira tant en la preſente & ſuivante comme en pluſieurs autres.

CONSTRUCTION.

Puis qu'a chaſcune des deux parties de l'unité, il faut adiouſter 6, & qu'alors la ſomme ſoit quarré, il s'enſuit que

que la ſomme de ces deux quarrez là ſera 13. Donc nous en ſommes là qu'il faut partir 13 en deux quarrez, tels toutesfois que chaſcun ſoit plus grand que 6; & plus petit que 7; Pour à quoy parvenir, il eſt certain que leurs racines ſont treſpres de la racine de 6 $\frac{1}{}$ (moitié de 13) leſquel 6 $\frac{1}{2}$ n'eſtant quarré, il faudra trouver un quarre au lieu d'iceluy, qui luy ſoit treſprochain, l'invention, duquel delaiſſerons à la fin de ceſte queſtion pour eviter confuſion. & prendrons cependant $\frac{529}{81}$, nombre quarré; dont la racine eſt $\frac{23}{9}$; Or 13 ſe diviſe en deux quarrez, ayans leurs racines 3 & 2, leſquelles il faut adegaler audit $\frac{23}{9}$ ainſi que s'enſuit. On verra de combien 3 excede le meſme, & combien le meſme excede 2, delaiſſant la denomination, & y applicquans ①, viendra 3 — 4 ① & 2 + 5 ① pour les racines des quarrez requis, (auſquels toutesfois on n'eſt point du tout aſtreint comme nous verrons en un autre lieu, ſeulemẽt noter que 3 fois 4 doibt eſtre plus que 2 fois 5, à cauſe du ſigne moins) la ſomme de leurs quarrez eſt 41 ② — 4 ① + 13 egale à 13; & 1 ① vaudra $\frac{4}{41}$, donc les racines cy deſſus vaudront 2 $\frac{25}{41}$ & 2 $\frac{20}{41}$, & les quarrez ſeront 6 $\frac{1363}{1681}$ & 6 $\frac{318}{1681}$, qui ont les conditions requiſes un chaſcun entre 6 & 7 & la ſomme 13. Quoy faict ſi l'on oſte les 6, on aura $\frac{1363}{1681}$ & $\frac{318}{1681}$ les parties de l'unité requiſes, car ſi on adjouſte 6 à un chaſcun, la ſomme ſera quarré.

Nous avons dit cy deſſus que nous expoſerions la maniere de trouver un quarré au lieu de 6 $\frac{1}{2}$ entre 6 & 7. certes 6 $\frac{1}{4}$ eſt tel, mais il n'eſt pas propre à la conſtruction precedente, pource qu'il eſt un peu trop eſloigné de ceſtuy-là; quant à Diophante il adjouſte une condition non pas de neceſſité, mais pour facilité, à ſçavoir de trouver (non ſeulement une fraction, mais) une

une fraction quarrée, laquelle adjoustée à $6\frac{1}{2}$ face quarré; & pour entier fraction, & garder les conditions, comme aussi pour en avoir un tant plus asseuré, il prend le quadruple, (de mesme le sedecuple & infinis autres seroyent meilleurs, mais non pas si aisez) soit donc iceluy 26 · & la fraction quarrée à adjouster $\frac{1}{1②}$, alors la somme sera $26 + \frac{1}{1②}$ egale à un quarré, lesquels autrefois multipliez par 1② viendra 26② + 1 egal à un quarré, soit 5① + 1 le costé d'iceluy. & 1① vaudra 10; & 1②, 100. donc la fraction quarré qu'il falloit adjouster à 26, sera $\frac{1}{100}$, & la fraction quarrée à $6\frac{1}{2}$ sera $\frac{1}{400}$, faisant un quarré dont la racine est $\frac{51}{20}$ qu'on pourroit prendre au lieu de $\frac{23}{9}$ cy dessus, & par consequent 3 — ① & 2 + 11 ① pour les racines, &c.

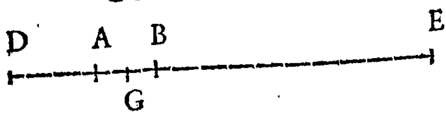
QVESTION XIII.

Partons l'unité en deux parties telles, qu'à l'une adjousté 2, & à l'autre 6, les sommes soyent nombres quarrez.

DETERMINAISON.

Il faut que la somme des donnez avec l'unité facent un nombre qui se puisse diviser en deux quarrez. voyez la determinaison precedente: toutesfois l'autheur n'a resout sa question que quand 6, 2, & 1, font un quarré.

CONSTRVCTION.



Soit AB, l'unité, DA le nombre binaire; & BE le senaire: Il faut diviser l'unité AB en G, tellement que DG & GE soyent nombres quarrez; alors DG sera entre les nombres 2 & 3; & GE entre 6 & 7.

Si l'on

Si l'on pose D G, 1 ②; G E sera — 1 ② + 9 lequel doit estre egal à un quarré, ce qui seroit tresfacil à resoudre, mais il faut que 1 ② aye sa valeur entre 2 & 3, lesquels termes n'estans quarrez nous prendrons en leur place $\frac{289}{144}$ & $\frac{361}{144}$: parquoy 1 ① sera entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$, que si on egalise — 1 ② + 9 au quarré de 3, — quelques ①, prises à la volée comme à 1 ② — 6 ① + 9, alors 1 ① vaudra 3, & 1 ② sera egale à 9, qui n'est pas entre 2 & 3, & si on prend garde à la reduction on verra que le nombre des ① doit estre tel qu'estant multiplié par 6 (double de 3) & le produict divisé par son quarré plus 1, alors le quotient soit entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$. Parquoy si l'on pose iceluy 1 ①, son sextuple 6 ① divisé par 1 ② + 1 viendra $\frac{6\,(1)}{1\,(2)+1}$ ayant sa valeur entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$, alors 72 ① sera entre 17 ② + 17 & 19 ② + 19, or l'equation estant faicte au plus pres, 1 ① sera entre $\frac{66}{19}$ & $\frac{67}{17}$, ce qu'estant ainsi & $3\frac{1}{2}$ estant entre les mesmes, nous egalerons — 1 ② + 9 au quarré de 3 — $3\frac{1}{2}$ ① qui est $12\frac{1}{4}$ ② — 21 ① + 9, & 1 ① vaudra $\frac{84}{53}$, son quarré $\frac{7056}{2809}$ pour D G, & finalement les parties requises A G, G B, de l'unité, seront $\frac{1438}{2809}$ & $\frac{1371}{2809}$.
Demonstration. $2\frac{1438}{2809}$ est quarré, sa racine $\frac{84}{53}$, aussi $6\frac{1371}{2809}$ est quarré, car sa racine est $\frac{135}{53}$, selon le requis.

QVESTION XIV.

PArtageons l'unité en trois proportions telles, qu'à chascune d'icelles adjoustée 3 la somme soit quarré.

DETERMINAISON.

Le nombre donné ne doit estre 2, n'y surpassant de 2 un nombre octonaire, comme 2, 10, 18, 26 &c. qui est une progression dont l'exces est 8.

CONSTRVCTION.

Puis que les trois quarrez ensemble feront 10, & chascun d'iceux entre 3 & 4: Il nous faudra adegaler les trois quarrez à $3\frac{1}{3}$ (tiers de 10) à sçavoir les trois racines, à la racine de $3\frac{1}{3}$, lequel n'estant quarré, nous prendrons un autre en la place comme $\frac{121}{36}$ qui est quarré, sa racine $\frac{11}{6}$. (la maniere de le trouver se peut voir en la fin de la 12 question precedente) Item 10 se divise en trois quarrez, premierement en 9 & 1, & puis 1 en deux autres, & sont 9, $\frac{16}{25}$, $\frac{9}{25}$. dont leurs racines seront 3, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, lesquels il faut adegaler à $\frac{11}{6}$ (mettons le tout en denomination de trentiesmes) c'est $\frac{90}{30}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{18}{30}$, qu'il faut adegaler à $\frac{55}{30}$, parquoy nous poserons les racines des trois quarrez, 3 — 35 ①, $\frac{4}{5}$ + 31 ① & $\frac{3}{5}$ + 37 ①, & la somme de leurs quarrez sera 3555 ② — 116 ① — 10 egales à 10, & 1 ① vaudra $\frac{116}{3555}$, & finalement les trois racines, & leurs quarrez trouvez, & puis de chascun estant soubstraict 3, on aura les trois parties de l'unité, à sçavoir, les fractions dont les numerateurs sont 228478, 142381, 134662, le commun denominateur est 505521. & la *Demonstration* est manifeste.

Nous traduisons adegalité ce que Diophante appelle παρισότητα, ensuivant les interpretes, ce n'est pas à dire egalité, mais un extreme approchement de quelque chose.

QVESTION XV.

ON requiert de faire trois parties de l'unité, avec telle condition, que la premiere augmentée de 2, la seconde de 3, & la troisiesme de 4, alors les sommes soyent nombres quarrez.

A. GIRARD.

LA determinaison est telle que si on augmente la somme des trois nombres donnez de l'unité, (c'est icy 10,) elle doit estre un nombre divisible en trois quarrez; or tous ceux qui se divisent en deux quarrez, se divisent aussi en trois; Item il y a des nombres qui ne se peuvent diviser en trois quarrez, comme 7, 15, 23, 28, 31, 39, &c. seulement ceux qui sont entre-deux; item 3, 6, 11, 12,

14, 19,

14, 19, &c. ne se peuvent diviser en deux quarrez mais bien en trois; Or tout nombre entier se peut diviser en quatre quarrez.

CONSTRVCTION.

Il faut diviser 10 en trois quarrez, dont le premier excede 2, le second 3, & le troisiesme 4; Pour à quoy parvenir je party 10 en deux quarrez tellement que l'un tombe entre 2 & 3, ce qui se fera par la construction de la 12 question precedente, & seront $\frac{1849}{841}$, $\frac{6561}{841}$, leurs racines $\frac{43}{29}$ & $\frac{81}{29}$, & auray desia un quarré requis à sçavoir $\frac{1849}{841}$, lequel escheoit entre les nombres 2 & 3 : duquel si on oste 2 on aura $\frac{167}{841}$ une des parties premierement requise de l'unité.

Il reste donc à partir l'autre quarré $\frac{6561}{841}$ en deux autres quarrez, ainsi que l'un tombe entre 3 & 4, ce qui se parfera par l'operation de la 13. question, ainsi que s'ensuit : Au lieu des termes 3 & 4, je prend deux quarrez entre iceux (toutesfois ne reiettans 4 pource qu'il l'est) comme $\frac{49}{16}$ & 4, dont $\frac{7}{4}$ & 2 sont leurs costez; Quoy faict je pose que l'un des quarrez fust 1 ②, l'autre sera $-$ 1 ② $+ \frac{6561}{841}$ qu'il faut egaler à un quarré dont le costé soit $\frac{81}{29}$ $-$ quelques ① ainsi que la valeur de 1 ① vienne entre $\frac{7}{4}$ & 2, & apres avoir pris quelque nombre de ① sans choix pour former la demande, finalemẽt on trouvera qu'il doit estre pris entre $2\frac{170}{203}$ & $2\frac{43}{116}$; soit dõc choisi quelqu'un à la volonté d'entre les mesmes comme $2\frac{3}{4}$, & partant $\frac{81}{29} - 2\frac{3}{4}$ ① sera posé estre la racine du quarré qu'on doit egaler à $-$ 1 ② $+ \frac{6561}{841}$, & 1 ① vaudra $\frac{7128}{3973}$ pour le costé du premier quarré, & $\frac{8505}{3973}$ pour le coste du second, & leurs quarrez estãs calculez, aussi du premier soubstraict 3, & de l'autre 4, ses restes seront les deux autres parties de l'unité, lesquelles avec la premiere trouvée de cy dessus feront les trois parties de

 l'unité

l'unité ſelon le requis, $\frac{167}{841}$, $\frac{3454197}{15784729}$ & $\frac{9196109}{15784729}$, quant au premier ſi on le met en meſme denomination, le numerateur ſera 3134423, deſquelles choſes la preuve eſt manifeſte.

QVESTION XVI.

PArtons, 10, en trois nombres, que la ſomme de deux à deux ſoit quarré.

CONSTRVCTION.

Le maieur avec le moindre, doibt faire un quarré, auſſi le maieur avec le moyen, & finalement le moyen avec le moindre. Or ce ſont trois quarrez d'avantage chaſcun nombre eſt ennumeré deux fois, donc ces trois quarrez là feront enſemble 20; Item pource que chaſque deux font un quarré, il s'enſuit, que chaſcun d'iceux quarré ſera moins que 10. Donc il faut diviſer 20 en trois quarrez, chaſcun moindre que 10. Mais 20 eſt cõpoſé de deux quarrez, 16 & 4. Or ſi nous poſons 4 eſtre l'un des quarrez requis: Il faudra puis apres diviſer 16 en deux quarrez deſquels un chaſcun d'iceux ſoit moindre que 10. (comme devant) & plus que 6. (pource que 10 & 6 font 16) ſoyent donc pris deux quarrez entre 6 & 10, comme 9 & $\frac{64}{9}$, dont les racines 3 & $\frac{8}{3}$: Puis ſoit poſé

l'un des quarrez requis	1 ②
Donc l'autre	— 1 ② + 16

Et fingeons que ſa racine ſoit 4 — tant de ① que 1 ① aye ſa valeur entre 3 & $\frac{8}{3}$ ſoit iceluy 4 — $\frac{12}{5}$ ①, alors 1 ① vaudra $\frac{480}{169}$ pour le coſté d'un des quarrez requis, & partant l'autre ſera $\frac{476}{169}$; donc les trois quarrez ſeront 4, $\frac{230400}{28561}$, & l'autre $\frac{226576}{28561}$. leſquels un chaſcun eſtant ſoubſtraict de 10; les trois reſtes ſeront 6, $\frac{55210}{28561}$ & $\frac{59034}{28561}$

pour

pour les trois parties de 10 ſelon le requis, dont la demonſtration eſt manifeſte.

A. GIRARD.

Icy l'autheur requiert un quarré dont la racine ſoit 4 — quelque nombre de ① pour egaler à — 1 ② + 16, tellement que la valeur de 1 ① ſoit entre 3 & $\frac{8}{3}$, ce qui n'eſt pas ſi aiſé qu'intelligible, & pour reſoudre cecy ſoit A, le nombre des ① à ſçavoir 4 — A ① la racine du quarré requis, ſon quarré ſera A q ② — A 8 ① + 16 egal à — 1 ② + 16; oſtons de chaſque coſté 16; & adjouſtons A 8 ①, & 1 ②; & le tout diviſé par 1 ① puis encor par A q + 1, alors 1 ① vaudra $\frac{A\,8}{A\,q + 1}$, mais 1 ① eſt entre 3 & $\frac{8}{3}$, donc A ſera entre $\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$ & $\frac{4+\sqrt{7}}{3}$, c'eſt en nombres rationaux entre $\frac{5}{2}$ & $\frac{7}{3}$ aſſez pres; & pour avoir incontinent un nombre entre iceux, ceſte maniere eſt fort propre d'adjouſter les numerateurs, auſſi les denominateurs, & viendra $\frac{12}{5}$, parquoy la ſuſdicte racine ſe pourra prendre de 4 — $\frac{12}{5}$ ① commodement. Autrement par le moyen du triangle rectangle 20, 21, 29, nous en trouverons en ſemblable qui aura ſon hypothenuſe 4, & les quarrez des deux autres coſtez feront 16, & ſeront entre 6 & 10, iceux ſont 7 $\frac{513}{841}$, &, 8 $\frac{328}{841}$. Il y a des triangles rectangles qui ont les coſtez de l'angle droict, ſeulement differens de l'unité, & ne ſerviront pas moins à pluſieurs queſtions ſuivantes qu'a celle cy, & ont les angles aiguz aſſez pres de 45 degrez, car tant plus les nombres croiſſent & tant plus pres; je ne mettray qu'un coſté de l'angle droict, le plus petit de deux, car l'autre ſera aiſé à trouver pource qu'il ne l'excede que de 1 ſeulement.

le moindre costé faisant l'angle droict	hypothenuse
3	5
20	29
119	169
696	985
4059	5741
23660	33461
137903	195025
803760	1136689
4684659	6625109
27304196	38613965
159140519	225058681
927538920	1311738121
5406093003	7645370045
31509019100	44560482149

QVESTION XVII.

Divisons 10, en quatre nombres, tels que la somme de chasque trois d'iceux soit un nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Puis que les trois nombres (commenceant par le premier & les deux suivans) font un quarré: Il se trouvera quatre tels quarrez; & les quatres y seront trois fois comprins. Parquoy il faudra diviser 30 en quatre quarrez dont chascun soit moindre que 10, ce qui se pourra resoudre comme s'ensuit. Si on rapporte l'equation au $\frac{1}{4}$ dudit 30 qui est $7\frac{1}{2}$ comme on a faict aux questions precedentes, & ayant trouvé les quatre quarrez, & ostez chascun de 10, on trouvera les parties de 10 requises: Voyla une maniere, mais si par cas fortuit

fortuit on s'advisast que 30 fust composé des quatre quarrez 16, 9, 4, & 1, on pourroit choisir deux d'iceux qui sont moins que 10, comme 4 & 9: pour satisfaire en partie à la question, alors il restera encor 17 à diviser en deux quarrez (comme nous avons demonstré cy devant) tels que l'un soit plus que $8\frac{1}{2}$ & moins que 10; car ils doivent tous estre en particulier moins que 10: ce qu'ayant faict on les ostera de 10, alors on aura les autres parties de 10; comme par ces deux quarrez choisis 4 & 9 nous trouverons les nombres 6 & 1 ainsi se fera des autres.

A. GIRARD.

L'Autheur monstre que deux chemins pour resoudre ceste question; quant au $7\frac{1}{2}$ *n'estant point quarré on prendra en son lieu* $7\frac{9}{16}$ *quarré, sa racine* $\frac{11}{4}$*; d'avantage* 30*, se divise en quatre quarrez,* 16, 9, 4, 1*; leurs racines,* 4, 3, 2, 1*, lesquels il faut adegaler à* $\frac{11}{4}$*; en prenant* 1 ① *pour* $\frac{1}{4}$*; alors les quatres racines seront* -5 ① $+4$; -1 ① $+3$; 3 ① $+2$, *&* 7 ① $+1$*; la somme de leurs quarrez est* 84 ② -20 ① $+30$ *egal à* 30*, &* 1 ① *vaudra* $\frac{6}{21}$*; les quatres racines estant trouvez, puis leurs quarrez, lesquels estans un chascun soubstraict de* 10*, on aura les quatre nombres requis* $\frac{1247}{441}$, $\frac{1161}{441}$, $\frac{1046}{441}$, $\frac{929}{441}$: *Quant à l'autre maniere, on peut prendre* 9 *&* 4 *pour deux des quarrez requis, & restera à partir* 17 *en deux quarrez lesquels il faut adegaler à la moitié de* 17 *ou a un quarré tresprochain d'iceluy* $8\frac{73}{144}$*, sa racine est* $\frac{35}{12}$*; &* 4, 1*, sont racines des quarrez faisant ensemble* 17*; & ces mesmes* 4, 1*, faut adegaler à* $\frac{35}{12}$ *en prenant* 1 ① *pour* $\frac{1}{12}$*, & les racines seront* -13 ① $+4$ *&* 23 ① $+1$*; la somme de leurs quarrez egale à* 17 *&* 1 ① *vaudra* $\frac{29}{349}$*, mais il faut noter qu'on n'est point si fort assubjecti à* -13 ① $+4$ *&* 23 ① $+1$*, car on peut bien prendre plus ou moins comme*

— 12 ① + 4 & 20 ① + 1, alors les quatre nombres seront (apres avoir esté chasque quarré de 10) $\frac{681}{289}$, $\frac{186}{289}$, 1, 6, dont la demonstration est manifeste, & en ceste derniere cy la 1 ① ne vaut que $\frac{7}{68}$ qui est une fraction plus aisée que $\frac{29}{349}$.

QUESTION XVIII.

TRouvons trois nombres tels, que si on adjouste un chascun d'iceux (quel il puisse estre) au cube de leur somme l'aggregat soit nombre cube.

CONSTRUCTION.

Soit pour la somme des trois nombres requis 1 ①
Son cube sera 1 ③
Alors les trois nombres requis seront 7 ③ 26 ③ & 63 ③

Car si à chascun d'iceux l'on adiouste 1 ③ qui est le cube de 1 ① (la somme d'iceux,) il viendra un nombre cubicque, il reste seulement qu'iceux trois ensemble soyent egaux à 1 ①; parquoy 96 ③ seront egales à 1 ① & 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{96}}$; lequel estant radical, ne satisfaict pas totalement si bien à mon desseing qu'aux conditions requises, car je desire que ce soyent nombres absoluz, la cause est que 96 n'est nombre quarré; or il est la somme de trois nombres cubes (si un chascun avoit une unité d'avantage,) parquoy la question est reduite en une autre qui est, qu'il faut trouver trois nombres tels que si on adiouste l'unité à un chascun d'eux, alors ils soyent cubes; & aussi que la somme d'iceux nombres face un nombre quarré.

Soit le costé du premier cube 1 ① + 1
Et du second — 1 ① + 2
Et du troisiesme 2
Leurs cubes seront 1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1
Et — 1 ③ + 6 ② — 12 ① + 8
Et aussi 8

Or

Or si on oste l'unité d'un chascun d'iceux on aura les trois nombres, dont la somme est

9 ② — 9 ① + 14

Egale à un quarré dont la racine soit 3 ① — 4; son quarré est 9 ② — 24 ① + 16

Et 1 ① vaudra $\frac{2}{15}$, quoy faict les trois nombres de ceste seconde proposition seront propres pour les positions de la premiere, soit donc le premier $\frac{1538}{3375}$ ③

Le second $\frac{18577}{3375}$ ③

Et le troisiesme 7 ③

Soit aussi leur somme posée comme devant 1 ①

Egale à leur somme $\frac{43740}{3375}$ ③

Et 1 ① vaudra $\frac{5}{18}$.

Je di, que les trois nombres requis seront trois nombres rompuz, dont la commune denomination est 157464, & les trois numerateurs sont 1538, 18577, & 23625. *Demonstration.* Leur somme est $\frac{5}{18}$, son cube $\frac{125}{5832}$, lequel estant adjousté à un chascun des nombres requis, les sommes seront cubes, dont les costez sont $\frac{17}{54}$, $\frac{28}{54}$, & $\frac{30}{54}$. Ce qu'il falloit demonstrer.

QUESTION XIX.

Trouvons trois nombres, desquels si un tel que l'on voudra d'iceux est osté du cube de leur somme, que la reste soit cube.

CONSTRUCTION.

Soit la somme des trois nombres requis 1 ① & iceux soyent, $\frac{7}{8}$ ③, $\frac{26}{27}$ ③ & $\frac{63}{64}$ ③; il reste que leur somme soit egale à 1 ①; & $\frac{4877}{1728}$ ② sera egal à 1: mais 1 est nombre quarré, partant $\frac{4877}{1728}$ devroit aussi estre quarré; d'ou procede-il? c'est que trois cubes $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{64}$ ont estez soubstraicts de trois unitez; lesquels cubes un chascun est moindre que l'unité. Nous en sommes là doncques, qu'il faut trouver trois cubes dont un chascun soit moindre que l'unité, & leur somme soubstraicte de 3 le reste soit nombre quarré. Et pource que nous voulons avoir un chascun cube moindre que l'unité, si l'on les prenoit tous trois ensemble moindres que l'unité, il est certain qu'un chascun seroit de tant plus moindre que l'unité, tellement que le quarré restant sera maieur au nombre binaire. Soit ce quarré restant $2\frac{1}{4}$, parquoy $\frac{3}{4}$ sera la somme des trois cubes, donc divisons $\frac{3}{4}$ en trois cubes, & pour mieux faire prenons $\frac{3}{4}$ en plus grand denominateur qui soit cubicque, & soit $\frac{162}{216}$, partant il faudra diviser 162 en trois nombres cubicques. Or 162 est egal à 125 cube, & 37 divisibile en deux cubes (pource qu'il est interval de deux cubes 64 & 27.) Il faut donc diviser 37 en deux cubes; soit 1 ① — 3 le costé de l'un d'iceux, iceluy cube sera 1 ③ — 9 ② + 27 ① — 27. pour trouver l'autre cube, posez le costé estre 4 — autant de ① que le cube aye ceste note — 27 ① afin qu'en l'adjoustant avec le susdict cube les ① s'esvanouissent, & pour trouver cela prenons le cube de 4 — 1 ① viendra — 1 ③ + 12 ② — 48 ① + 64; alors divisez 27 ① par 48 ① viendra $\frac{9}{16}$ pour le nombre des ① requis: finalement 4 — $\frac{9}{16}$ ① sera l'autre costé du cube; & son cube qui est $-\frac{729}{4096}$ ③ + $\frac{243}{64}$ ② — 27 ① + 64 adjousté avec l'autre feront ensemble $\frac{3367}{4096}$ ③ — $\frac{333}{64}$ ② + 37 egales à 37, & partant 1 ① vaudra $\frac{21312}{3367}$; alors les deux cubes feront $\frac{1409071586931}{38170631863}$ & $\frac{3241792000}{38170631863}$ parties integrantes de 37, (dont leurs racines sont $\frac{11211}{3367}$ & $\frac{1480}{3367}$;) lesquelles adjoustez à l'autre cube 125 viendra 162 selon le requis, or ces trois cubes sont numerateurs de fractions, dont 216 est denominateur: lesquels ensembles vallent $\frac{3}{4}$, & soubstraicts de 3 restera $2\frac{1}{4}$ nombre quarré,

selon

ſelon ce qui eſtoit requis. & pour ne parler de fraction de fractions, les ſuſdicts eſtants ſoubſtraicts chaſcun de l'unité reſtera $\frac{6835784895477}{8244856482408}$, & $\frac{8241614690408}{8244856482408}$ & $\frac{91}{216}$, leſquelles ſont propres à faire la poſition des le commencement miſe, leur applicquants, ③, en fin eſtants oſtez de 1 ③ (cube ſuppoſé de leur ſomme) les trois reſtes ſeront cubes; & ſuffira de comparer leur ſomme à 1 ① (car 1 ① eſt ſuppoſée eſtre leur ſomme) or leur ſomme eſt $2\frac{1}{4}$ ③ laquelle ſera egale à 1 ①; partant 1 ① vaudra $\frac{2}{3}$ & autant ſera la ſomme des nombres requis, leſquels ſeront $\frac{8241614690408}{27826391187812 7}$ & $\frac{6835784895477}{278263911878127}$, & $\frac{91}{729}$, leſquels ſi ſelon la queſtion ſont oſtez du cube de leur ſomme $\frac{8}{27}$, les trois reſtes ſeront cubes.

A. GIRARD.

Diophante, comme les intrepretes le diſent außi, eſt tellement obſcur en ce lieu qu'ils confeſſent n'y entendre rien meſme. le Sieur Gaſpar Bachet dit (comme il ſe peut voir en la page 324 lin. 29. de ſon livre) que la ſuivante propoſition luy eſt incogneue, à ſçavoir:

Eſtans propoſez deux cubes quelconcques ſans determinaiſon aucune, partir leur Interval en deux autres cubes.

Le plus petit des deux cubes donnez eſt plus ou moins de neceſſité que le moitié du maieur: ſi iceluy eſt plus que ladite moitié, alors il n'en faudra que trouver deux autres en leur place par la ſuivante.

Eſtans propoſez deux cubes, trouver deux autres cubes de meſme interval que les donnez: mais il faut que le moindre cube donné ſoit plus que la moitié de l'autre.

Soyent

Soyent B, M, nombres dont le cube de moindre ſoit plus que la moitié de l'autre. les coſtez des cubes requis ſont ceux cy.

$$B\left\{\frac{M\,cub,\overset{2}{}-B\,cub.}{B\,cub+M\,cub}\right. \quad \& \quad M\left\{\frac{B\,cub,2-M\,cub}{B\,cub+M\,cub}\right.$$

Que ſi il advenoit que le moindre cube ſoit encor plus que la moitié du maieur, alors au lieu de ceux la on en cercheroit des autres par ceſte meſme reigle; mais i'eſtime qu'il ſera moins que la moitié; finalement ſi le moindre cube donné, eſt moins que la $\frac{1}{2}$ du maieur cube, on fera alors la premiere propoſitiõ comme s'enſuit. ſoit M cub. moindre que la moitié de F cub. alors les racines des cubes ſeront ceux qui s'enſuivent, à ſçavoir la racine d'un des cubes requis ſera $\frac{F\ in\ (F\ cub.-M\ cub.2)}{F\ cub.+M\ cub.}$. & racine de l'autre cube ſera $\frac{M\ in(F\ cub.2.-M\ cub.)}{F\ cub.+M\ cub.}$. tellemẽt que s'il eſtoit requis comme deſſus de partir 37 (interval ou difference de deux cubes 64 & 27) en deux cubes, on les trouveroit par ces deux figures premiſes, à ſçavoir $\frac{64000}{753571}$, & $\frac{27818127}{753571}$; dont leurs racines ſont $\frac{40}{91}$ & $\frac{303}{91}$ ce qui eſt plus aiſé que cy deſſus & en nombres plus petis: Notez auſſi qu'il y a pluſieurs pairs de cubes qui ont les intervals egaux, à fin qu'il ne ſemble à quelqu'un qu'il n'y en ait que deux paires, car par exemple les cubes de 12 & 10, de 9 & 1, de $\frac{944}{37}$ & $\frac{930}{37}$, de $\frac{3070}{341}$ & $\frac{403}{341}$ ont l'interval de 728, & ainſi à l'infini. Item 8 & 6 ſont racines de cubes ayans leurs ſommes auſſi 728. Mais quant à ce que le Sieur Bachet dit qu'il ne voit pas la raiſon pourquoy noſtre Autheur prend pluſtoſt $2\frac{1}{4}$ que non pas $2\frac{7}{9}$ ou quelque autre; Ie reſpond que $\frac{2}{9}$ (l'exces de 3 ſur le $2\frac{7}{9}$) ſe peut pareillement diviſer en trois cubes veu qu'il faict $\frac{162}{729}$, or 162 ſe diviſe comme deſſus en trois cubes &c. & ainſi en une infinité d'autres. Mais

pour

pour mieux amplifier ceste matiere soit pris (au lieu de 2 $\frac{1}{4}$) 2 $\frac{14}{25}$ qui est aussi nõbre quarré l'exces de 3 sur iceluy est $\frac{11}{25}$ ou $\frac{440}{1000}$, le mesme se divise en trois cubes $\frac{216}{1000}$, $\frac{216}{1000}$, $\frac{8}{1000}$, parquoy les mesmes ostez de l'unité, & applicques à ③, viendra $\frac{784}{1000}$ ③, $\frac{784}{1000}$ ③, $\frac{992}{1000}$ ③, avec lesquels on recommencera l'operation; & 1 ① vaudra $\frac{5}{8}$: parquoy $\frac{49}{256}$, $\frac{49}{256}$ & $\frac{62}{256}$ seront les trois nombres requis; dont la demonstration est manifeste.

QVESTION XX.

Trouver trois nombres tels, que si le cube de leur somme est soubstraict d'un chascun d'iceux les restes soyent nombres cubes.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres requis 1 ①

Et les trois nombres soyent 2 ③, 9 ③, 28 ③, Il reste seulement que leur somme 39 ③ soit egale à 1 ①, & 39 ② vaudront 1; Que si 39 fust nombre quarré la question seroit soudée, ce qui n'estant ainsi, 39 estant la somme de trois cubes & du nombre ternaire: *Il faudra trouver trois nombres cubes, dont la somme d'iceux augmentée du nombre ternaire soit nombre quarré.* A c'est effect soit autrefois, 1 ① le costé du premier cube, le costé du second — ① + 3, & le costé du troisiesme, nombre quelconque 1, la somme de leurs cubes augmentée de 3 sera 9 ② — 27 ① + 31 egale au quarré de 3 ① — 7, à fin d'avoir convenable egalité, & 1 ① vaudra $\frac{6}{5}$, qui sera le costé du premier cube, & $\frac{9}{5}$, 1, les costez des deux autres; & pour revenir à la premiere position, soit adjousté 1 à chascun cube, & poserons iceux au lieu des 2 ③, 9 ③ & 28 ③, & alors 1 ① vaudra $\frac{5}{17}$, & le reste est manifeste, car les trois nombres requis sont fractions, dont les numerateurs sont 341, 854, 250, & le commun denominateur est 4913; leur somme est $\frac{5}{17}$, du cube duquel si on soubstraict les trois

nom-

nombres susdicts, les trois restes seront cubes veu que leurs racines seront 6, 9, 5 dixseptiesmes.

QVESTION XXI.

Trouver trois nombres dont la somme soit nombre quarré, & tels que si au cube de ladite somme l'on adjouste un chascun d'iceux les trois sommes soyent nombres quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit la somme des trois nombres requis un quarré comme 1②
Et le premier d'iceux 3⑥
Le second 8⑥
Et le troisieme 15⑥

Car au cube de leur somme estant adjousté l'un d'iceux viendra un quarré. Il reste seulement que leur somme qui est 26 ⑥ soit egale à leur presupposée somme 1②, alors 26 ④ seront egales à 1. mais 26 n'estant pas tel que l'on en puisse tirer la racine de quarte quantité, comme on la peut extraire de 1, il ne satisfera pas à la question; Il est la somme de trois nombres ausquels si on adjoustoit l'unité ils seroyent quarrez. Il faut doncques trouver trois nombres un chascun de l'unité moins, qu'un quarré, & que leur somme soit nombre quarré-quarré.

Soyent iceux trois nombres 1 ④ — 2②, 1② + 2①, & 1② — 2①. car si à l'un d'iceux est adjousté 1, il sera quarré: & si leur somme est nombre quarré-quarré; Tellement que la question est soudée en nombre indefinis; posons que 1① soit 3 (car il est licite de choisir) ces trois la seront 63, 15, 3, & par les mesmes recommençons l'operation, & posons que la somme des trois soit comme devant 1②
Et le premier requis 63⑥

Le

Le second 15 ⑥

Et le troisiesme 3 ⑥

Leur somme (à sçavoir des trois) 81 ⑥

Egale à 1 ②, & 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$. Je dis que $\frac{63}{729}$, $\frac{15}{729}$ & $\frac{3}{729}$ seront les trois nombres requis. *Demonstration.* Leur somme est $\frac{1}{9}$ nombre quarré, Item le cube de ladite somme est $\frac{1}{729}$; lequel adjousté à un chascun d'iceux, viendra $\frac{64}{729}$, $\frac{16}{729}$ & $\frac{4}{729}$ trois nombres quarrez, car les racines d'iceux sont $\frac{8}{27}$, $\frac{4}{27}$ & $\frac{2}{27}$ selon la question.

QVESTION XXII.

L'Exemplaire est extremement desprayé en ce lieu, & est aisé à juger qu'il y a trois questions perdues, comme aussi le Sieur Bachet l'a bien remarqué, tellement qu'il est plus expedient de la resoudre selon qu'il semble que Diophante a faict autrefois, que non pas de s'arrester a l'Imperfection du Texte.

* Partons 2 en trois parties, telles, qu'une chascune ostée de 8 (cube de 2) le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Chascune partie (estant moindre que 2) soubstraicte de 8, le reste sera plus que 6, & moindre que 8. D'avantage les trois quarrez restans feront ensemble 22; car on oste les trois parties qui ne font que 2, de trois fois 8. Ce qui estant ainsi, il faudra diviser 22 en trois quarrez, un chascun plus que 6 & moindre que 8. cest à dire trespres du tiers de 22, qui est $7\frac{1}{3}$ ou bien de $7\frac{18}{49}$ nombre quarré tresprochain d'iceluy, ayant sa racine $\frac{19}{7}$, de laquelle faut trouver trois nombres bien peu differens, dont la somme des quarrez soit 22: or puis que 22 se divise naturellement en trois quarrez de 3,3,2, nous poserons les racines 3 — 2 ①; 3 — 2 ①; 2 + 5 ①; & egalerons la somme de me de leurs quarrez 33 ② — 4 ① + 22 à 22, alors 1 ① vaudra $\frac{4}{33}$, & les quarrez seront ces numerateurs 8281, 8281, 7396, dont 1089 est commun denomin. lesquels soubstraicts de 8 on aura les trois nombres requis, parties integrantes de 2, à sçavoir 431, 431, & 1316, en mesme denomination que dessus 1089. dont la demonstration est tresmanifeste.

QUESTION XXIII.

DIviser la partie d'un entier donnée en trois parties telles, que si d'une chascune l'on oste le cube de leur somme, les trois restes soyent quarrez.

CONSTRUCTION.

Soit $\frac{1}{4}$ la partie, ou rompu donné lequel il faut diviser selon le requis, tellement que si on oste $\frac{1}{64}$ de chascune d'icelles, un chascun reste soit quarré. Mais les restes ensemble, feront autant que si on ostoit trois fois $\frac{1}{64}$ (c'est $\frac{3}{64}$) de $\frac{1}{4}$: donc les restes feront ensemble $\frac{13}{64}$, lequel il faut diviser en trois quarrez, & quand on les aura trouvez, il faudra adjouster $\frac{1}{64}$ à chascun, on aura les trois nombres requis, ce qui est tresfacil, veu que 64 estant quarré il ne faudra que diviser 13 en deux quarrez 9 & 4 puis 4 encor en deux quarrez $\frac{36}{25}$ & $\frac{64}{25}$, & a ces trois quarrez estant adjousté $\frac{1}{64}$ on aura trois fractions 250, 61, 89 de commun denominateur 1600, pour les trois parties requises de $\frac{1}{4}$.

QUESTION XXIV.

TRouver trois quarrez, ainsi qu'à leur solide adjoustant quelqu'un que ce soit d'iceux, la somme soit nombre quarré.

Solide est le produict de trois nombres. Translation de mot à mot.

CON-

CONSTRVCTION.

Soit le ſolide des trois nombres quarrez requis 1 (2)

Puis ſoyent trouvez trois quarrez auſquels adjouſté l'unité facent nombres quarrez, ce qui ſe peut faire par le moyen des triangles rectangles diſſemblables. Car diviſant le quarré d'un des coſtez qui faict l'angle droit, par le quarré de l'autre, le quotient ſera tel qu'on le requiert. Partant apres en avoir trouvé trois tels quarrez, & leurs applicquant (2), on aura l'un $\frac{9}{16}$ (2)

L'autre $\frac{25}{144}$ (2)

Et le troiſieme $\frac{64}{225}$ (2)

Car ſi à l'un d'iceux on adjouſte 1 (2) (premier en l'ordre) la ſomme ſera un quarré. Reſte ſeulement que leur ſolide $\frac{14400}{518400}$ (6) ſoit egal à 1 (2); finalement viendra $\frac{14400}{518400}$ (4) egal à 1, & l'une racine ſera egale à l'autre c'eſt à ſçavoir $\frac{120}{720}$ (2) egale à 1, mais ſi $\frac{120}{720}$ (2) fuſt quarré, la queſtion ſeroit ſoudée, Ce qui n'eſtant pas ainſi, nous en ſommes venus là, qu'il faut trouver trois triangles rectangles, ainſi que le ſolide des perpendiculaires multiplié par le ſolide des baſes, le produict ſoit quarré; (*le texte eſt icy mutilé*) dont le coſté ſoit le produict de la perpendiculaire & baſe d'un triangle rectangle.

Et ſi on diviſe le tout par le produict des coſtez qui font l'angle droit du triangle trouvé, le quotient ſera un produict des coſtez qui font l'angle droit du ſecond triangle, multiplié par le produict des coſtez qui font l'angle droit de l'autre triangle. Et ſi l'un d'iceux eſt poſé eſtre 3, 4, 5, Nous en ſommes venuz la qu'il faut trouver deux triangles rectangles tels, que le produict des coſtez qui font l'angle droit, multipliez par les coſtez faiſans l'angle droit ſoit 12 (1); Et l'aire de l'aire 12, ſi 12 & 3; Ce qui eſt facil & ſemblable à ceſtuy-cy, 9, 40, 41, l'autre 5, 12, 13; Et ayant ainſi les trois triangles rectangles, nous recommencerons autrefois l'operation. Et poserons les trois quarrez requis, l'un 9, l'autre 25 & le troisiesme 81, & si leur solide est egalé à 1②, alors 1① sera rationelle. Parquoy les positions vaudront ****.

A. GIRARD.

Pour donner à entendre la solution de ceste question, je diray premierement comment il faut trouver un triangle rectangle de quelques deux nombres donnez que ce soit; soyent donnez 2 & 3; il faut former un triangle rectangle tiré de ces nombres; la somme des quarrez 13 est pour l'hypothenuse; la difference des quarrez 5 est pour un costé faisant l'angle droict, & le double produict est pour l'autre, qui est une reigle generale tres-necessaire.

Il est necessaire de sçavoir aussi que si deux nombres se divisant font un quarré aussi en se multipliant feront un quarré. Or il falloit trouver trois triangles rectangles que le solide de leurs perpendiculaires estant divisé par le solide des bases le quotient soit quarré; partant ce n'est pas mal à point que au lieu de diviser l'autheur parle de multiplier en cest endroict, comme il fera encor en la 32e. question suivante. Et pour trouver iceux triangles soit prins un triangle rectangle tel qu'on veut soit 3, 4, 5; & des deux nombres 5, 4, aussi 5 & 3; soyent formez deux autres triangles rectangles comme nous avons dict, tellement que les double-produicts soyent pour les bases à sçavoir 30 & 40; mais quand au premier triangle il n'importe; & aurez ainsi les trois triangles requis, 3, 4, 5, & 9, 40, 41, &, 16, 30, 34 : avec lesquels on fera le commencement de ceste question. Ie diray encor que le produict des bases, (des 3 triangles construit comme dessus) est au produict des perpendiculaires comme quatre fois le quarré de l'hypotenuse du premier triangle, au quarré de sa perpendiculaire. Quant au texte il est tellement embrouillé & corrompu qu'on ne sçauroit paraphraser les reliques, si aisement que l'on diroit bien, neantmoins cela sera reservé pour ceux qui ont plus de loisir.

QVE-

QVESTION XXV.

Trouver trois quarrez, tels que si de leur solide on oste un chascun d'iceux les restes soyent quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit le produict des trois (ou leur solide) 1 ②

Et soyent trouvez les quarrez requis, par les triangles rectangles, l'un de $\frac{16}{25}$, l'autre de $\frac{25}{169}$, & le troisiesme de $\frac{64}{289}$, donnant à un chascun le quantité ②; Quoy faict si on les soubstraict particulierement de 1 ② les restes seront quarrez, & restera à esgaler seulement leur solide qui est $\frac{25600}{1221025}$ ⑥ à 1 ②; que si on divise l'un & l'autre par 1 ② alors on trouvera que $\frac{25600}{1221025}$ ④ seront egales à 1; mais l unité est telle que l on en peut extraire la racine de quarte quantité ce qu'on ne peut faire de l'autre. Parquoy nous en sommes la qu'il faudra trouver trois triangles rectangles tels que le solide des bases au solide des hypothenuses soit comme nombre quarré à nombre quarre. *(Et pource que le texte est corrompu nous poursuivrons le reste selon qu'il devroit estre restitué)* soit à cest effect 3, 4, 5, un triangle rectangle tel que le double de la base soit maieur à la perpendicle, & soit forme un triangle rectangle de 3 (qui est perpend. susnommée) & de 8 (qui est le double de la base) ce qui se fera selon qu'il a esté enseigné en la precedente note, & viendra 55, 48, 73 pour le deuxiesme triangle, & 48 soit base; & pour le troisiesme, soit pour l'hypothenuse le produict des autres hypothenuses 365, & la base soit le produict des deux bases moins le produict des deux perpend. & la perpend. soit la somme de deux produicts des perpend. & base alternativement, & viendra 364, 27, 365 le troisiesme triangle, & 27 base; & ceux cy satisferont au requis comme aussi, 4, 3, 5; 5, 12, 13, & 63,

 16, 65,

16, 65, lesquels nous prendrons comme estans plus petits nombres, & divisant les quarrez des bases par les quarrez des hypothenuses, nous aurons trois quarrez avec lesquels nous recommencerons autresfois l'operation y applicquant ② ainsi: soit 1 ② le produict ou solide des trois quarrez; & les trois quarrez soyent $\frac{9}{25}$ ②, $\frac{144}{169}$ ②, $\frac{256}{4225}$ ②. Car si chascun d'iceux est osté de 1 ② resteront quarrez, puis apres leur solide $\frac{331776}{17850625}$ ⑥ est egal à 1 ②; à sçavoir $\frac{331776}{17850625}$ ④ egale à 1, & partant $\frac{24}{65}$ ① vaudront 1, c'est que 1 ① vaudra $\frac{65}{24}$; parquoy les trois quarrez requis seront $\frac{164}{64}$, $\frac{25}{4}$ & $\frac{4}{9}$. dont la demonstration est manifeste.

QUESTION XXVI.

Translatée de mot à mot.

TRouvons trois quarrez, tels que leur solide soubstraict d'un chascun d'iceux les restes soyent quarrez.

CONSTRUCTION.

Soit derechef leur solide 1 ②; & iceux se trouveront par le moyen des triangles rectangles. Et de là on reviendra en des accidens pareils aux precedentes: Si donc en la presente l'on s'aide des mesmes rectangles, & que nous posions les quarrez requis * l'un 25 ② l'autre 625 ② & le troisiesme 14784 ②. Car leur solide osté d'un chascun d'iceux faict un quarré. Il reste seulement que leur solide soit egal à 1 ②. & se trouve que 1 ① est maieure à 8, & est notoire. *

QUESTION XXVII.

TRouvons trois quarrez, tels que si au produict de chasque deux l'on y adjouste l'unité la somme soit nombre quarré.

CONSTRUCTION.

Pource que je cerche qu'au produict des deux premiers adjousté l'unité la somme soit quarrée, si on la multi-

multiplie par le troisiesme qui est nombre quarré, le produict sera encor quarré. C'est autant que si l'on disoit que le produict (ou solide) des trois avec le troisiesme face quarré; & ainsi avec le premier & second. Ce qu'avons demonstré cy dessus (assavoir en la 24 question.) Donc les mesmes nombres soudent aussi ceste question.

QVESTION XXVIII.

Trouvons trois quarrez, ainsi que si l'on soubstraict l'unité du produict de chaque deux, le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Multiplions le tout par le troisiesme, donc si du produict ou solide des trois, l'on soubstraict le troisiesme, le reste sera quarré; & du mesme solide si on en oste le premier ou second le reste sera semblablement quarré. Ce qui a esté demonstré cy dessus (en la 25e) Parquoy ces nombres là satisferont ceste question.

QVESTION XXIX.

Trouvons trois quarrez, tels que si l'on soubstraict le produict de chaque deux de l'unité, le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Derechef si on multiplie le tout par le restant on en reviendra là qu'il faut trouver trois nombres, tels que si on oste leur solide de quelqu'un d'iceux quel il soit, le reste soit quarré. Cecy à esté demonstré. (en la 26e quest)

QVESTION XXX.

Trouver trois quarrez, tels qu'a la somme de chaque deux adjousté 15, la somme soit aussi quarré.

CONSTRVCTION.

Soit l'un d'iceux quarré 9.

Il faut trouver donc les deux autres quarrez tels que chascun d'iceux avec 24 face quarré. & eux deux + 15

 facent,

facent, quarré. Trouvons donc deux quarrez, ainsi qu'à un chascun adjousté 24 face nombre quarré. Prenons des nombres qui mesurent 24. & qu'iceux soyent les costez, qui font l'angle droict d'un triangle rectangle. soit selon $\frac{4}{1\textcircled{1}}$, l'opposite sera $6\textcircled{1}$; leurs moitiés sont $\frac{2}{1\textcircled{1}}$ & $3\textcircled{1}$: soit derechef (pour en avoir encor deux autres) selon $\frac{3}{1\textcircled{1}}$, l'opposite sera $8\textcircled{1}$; & les moitiez d'iceux sont $\frac{3}{2\textcircled{1}}$ & $4\textcircled{1}$. Partant soit l'un costé du quarré, l'interval entre $\frac{2}{1\textcircled{1}}$ & $3\textcircled{1}$; & soit l'autre costé, l'interval entre $\frac{3}{2\textcircled{1}}$ & $4\textcircled{1}$. Car à chascun d'iceux quarrez adjousté 24 la somme sera un quarré; Il reste seulement qu'iceux ensemble adjoustez a 15 facent quarré; Mais c'est $25\textcircled{2} - 9 + \frac{25}{4\textcircled{2}}$, le mesme sera egal à un quarré, & soit à $25\textcircled{2}$; alors $1\textcircled{1}$ vaudra $\frac{5}{6}$. Partant les trois quarrez requis seront 9, $\frac{1}{100}$ & $\frac{529}{225}$; dont la demonstration est manifeste.

QVESTION XXXI.

TRouver trois quarrez, tels que si de la somme de deux quelquonques d'iceux l'on oste 13 le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Soit 25 l'un des quarrez requis; Il en faudra trouver deux autres, tellement qu'un chascun d'iceux avec 12 face quarré, mais d'iceux deux ensemble osté 13, le reste soit quarré. Soyent 3, 4, les deux costez faisans l'angle droict d'un triangle, & avec un chascun d'iceux soyent pris des opposites (selon la precedente produisans 12,) & pris la moitié, Alors le premier costé sera de l'interval qui est entre $\frac{3}{2}\textcircled{1}$ & $\frac{2}{1\textcircled{1}}$; & l'autre costé de l'interval entre $2\textcircled{1}$ & $\frac{3}{2\textcircled{1}}$. Car si a chascun quarré on adjouste 12 la somme sera quarré. Reste que de leur somme si on oste 13 le reste soit quarré, parquoy $6\frac{1}{4}\textcircled{2} - 25 + \frac{25}{4\textcircled{2}}$ sera egal à un quarré, soit à $\frac{25}{4\textcircled{2}}$, alors $1\textcircled{1}$ vaudra 2; & les trois quarrez requis seront, 25, 4, & $10\frac{9}{16}$, lesquels sont tels

que

que si on oste 13 de la somme de chasque deux les restes seront quarrez, selon le requis.

QVESTION XXXII.

Trouver trois quarrez, tels que la somme de leurs quarrez soit quarré.

Notez que c'est autant que si l'on proposoit trouver trois nombres dont la somme de leurs quarré-quarrez soit nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Soit un des nombres quarrez requis 1 ②
Et les deux autres 4. & 9.
La somme de leurs quarrez 1 ④ + 97
Egal à un quarré, soit iceluy dont 1 ② — 10 est
le costé, partant iceluy sera 1 ④ — 20 ② + 100
Et 20 ② vaudront 3: lesquels si leur produict fust quarré la question seroit resoute.

La chose est demenée jusques a là, qu'il faut trouver deux quarrez, & un certain nombre, tellement que de son quarré, estans soubstraicts les quarrez, des quarrez requis en un, le reste soit un nombre qui soit au double dudict certain nombre, comme quarré à nombre quarré. Soyent iceux quarrez 1 ②, l'autre 4; & le nombre arbitraire 1 ② + 4, du quarré duquel soubstraicts les quarrez des deux autres, restera 8 ② lequel doit estre à 2 ② + 8 (double de l'arbitraire) comme quarré à nombre quarré. Leurs moitiez, 4 ② à 1 ② + 4 seront comme quarré à quarré; mais 4 ② est quarré, donc 1 ② + 4 sera egal à un quarré soit iceluy de 1 ① + 1, & 1 ① vaudra $1\frac{1}{2}$; & les nombres quarrez requis seront $2\frac{1}{4}$ & 4; & l'arbitraire $\frac{25}{4}$; lesquels quadruples seront 9, 16, & l'arbitraire 25. Avec lesquels on recommencera l'operation & poserons l'un des nombres quarrez requis comme dessus 1 ②

L'autre 9
Et le troisiesme 16
La somme de leurs quarrez 1 ④ + 337
Egal au quarré de 1 ② — 25; & 1 ① vaudra $\frac{12}{5}$; le reste est manifeste.

D'icy se forme une reigle, pour resoudre telles questions. *Prenez les quarrez des costez qui font l'angle droict d'un triangle rectangle, pour deux des nombres quarrez requis; Puis divisez leur produict par le quarré de l'hypotenuse & vous aurez le troisiesme.*

QVESTION XXXIII.

VN quidam fit un meslange de deux sortes de vins, dont l'un luy coustoit 8 sous le pot, l'autre seulement 5, en fin il y avoit du vin pour un certain nombre quarré de sous; tellement qu'au mesme adjoustant encor 60, la somme estoit derechef quarré, la racine duquel estoit la quantité des pots que le meslange contenoit, On demande combien il y avoit de pots des deux sortes de vins, & combien une chacune sorte de vin coustoit.

CONSTRVCTION.

Soit posé le nombre des pots du meslange 1 ①
Ergo le pris total sera, 1 ② — 60

Il reste qu'iceluy soit egalé à quelque quarré dont le costé soit 1 ① — quelque ⓞ; Davantage pource que 1 ① est le nombre des pots meslangez tant de 5 sous que de 8, le pris total (assavoir 1 ② — 60) vaudra plus que 5 ① & moins que 8 ①, & par consequent 1 ① vaudra plus que $\sqrt{66\frac{1}{4}} + 2\frac{1}{2}$ & moins que $\sqrt{76} + 4$: c'est en nombre rationnaux $10\frac{127}{200}$, & $12\frac{718}{1000}$ & assez pres entre 11 & 12. Il faudra aussi diviser le pris total 1 ② — 60, en deux nombres tels que la $\frac{1}{5}$ de l'un + la $\frac{1}{8}$ de l'autre soit 1 ① la somme des pots du meslange qui est entre 11 & 12. Aussi pour trouver le quarré auquel on veut esgaler 1 ② — 60, on en prendra côme dict est la racine

1 ① — quelque ⓞ soit iceluy A; alors $\frac{Aq + 60}{A2}$ sera egal à 1 ①, c'est à dire, qu'il faut trouver un quarré auquel adjousté 60 & divisé par le double de sa racine, le quotient soit entre 11 & 12; & soit iceluy posé 1 ②, donc $\frac{1(2)+60}{2(1)}$ aura sa valeur entre 11 & 12; c'est a dire que 1 ② + 60 aura sa valeur entre 22 ① & 24 ①, & 1 ① sera entre 19 & 21, (assez pres) soit donc 20, alors on esgalera 1 ② — 60 puis total au quarré de 1 ① — 20 qui est 1 ② — 40 ① + 400, quoy faict 1 ① vaudra 11 $\frac{1}{2}$ pour le nombre des pots du meslange, aussi 1 ② — 60 vaudra 72 $\frac{1}{4}$ pris total, lequel il faut diviser en deux parties telles que la $\frac{1}{5}$ de la premiere avec la $\frac{1}{8}$ de l'autre soit 11 $\frac{1}{2}$. A ceste fin soit 1 ① posée estre la $\frac{1}{5}$ de la premiere partie, donc — 1 ① + 11 $\frac{1}{2}$ sera la $\frac{1}{8}$ de l'autre; alors les parties seront 5 ① & — 8 ① + 92, lesquelles ensemble font — 3 ① + 92 egales à 72 $\frac{1}{4}$, & 1 ① vaudra $\frac{79}{12}$ nombre des pots de 5 sous, parquoy $\frac{59}{12}$ sera le nombre des pots de 8 sous.

Je di, qu'il y a 11 $\frac{1}{2}$ pots de meslange, à sçavoir $\frac{79}{12}$ pots de 5 sous, & $\frac{59}{12}$ pots à 8 sous. *Demonstration.* Le vin de 5 sous le pot vaut 32 $\frac{11}{12}$ sous, & l'autre de 8, vaut 39 $\frac{1}{3}$ sous, dont la somme est le pris total 72 $\frac{1}{4}$ ou $\frac{289}{4}$ qui est quarré, sa racine $\frac{17}{2}$. Item si à 72 $\frac{1}{4}$ l'on adjouste 60, viendra 132 $\frac{1}{4}$ ou $\frac{529}{4}$ aussi nombre quarré sa racine estant $\frac{23}{2}$, ou 11 $\frac{1}{2}$ nombre des pots de vin meslangé dessusdict, selon le requis & qu'il falloit demonstrer.

SIXIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

Traduict en langue Françoise & expliqué par
ALBERT GIRARD, *Samielois.*

QVESTION I.

TRouvons un triangle rectangle, ainsi que si on oste l'un ou l'autre costé qui faict l'angle droict de l'hypothenuse le reste soit cube.

CONSTRVCTION.

Soit le triangle requis, celuy qui est formé de ces deux nombres, 1 ① & 3; L'hypothenuse sera 1 ② + 9; la perpend. 6 ①, & la base 1 ② — 9; & de l'hypotenuse estant soubstraict l'un des costez à sçavoir 1 ② — 9 le reste sera 18 qui n'est pas cube. Mais d'ou vient il? c'est le double du quarré de 3; Il faut donc trouver un nombre, que son double quarré soit cube; soit iceluy 1 ① son double quarré est 2 ② egal à un cube soit à 1 ③ alors 1 ① vaudra 2. Ie reviens donc à former un triangle de 1 ① & 2 (non pas 3 comme dessus) & l'hypothenuse sera 1 ② + 4 la perpend. 4 ①; la base, 1 ② — 4; de laquelle hypot. si on en oste la base le reste sera cube 8; il reste que de la mesme hypot. estant soubstraicte la perpend. le reste soit cube, à sçavoir 1 ② — 4 ① + 4 egale à un cube, mais le mesme est le quarré de 1 ① — 2; donc si on egalise de ① — 2 à un cube on soudra la question, soit iceluy egal à 8; 1 ① vaudra 10; quoy faict, soit formé un triangle de 10

&2,

& 2, alors l'hypothenuse sera 104; la perpend. 40 & la base 96; la demonstration est manifeste.

QUESTION II.

Trouver un triangle rectangle, ainsi que l'hypotenuse adjoustée avec l'un des costez restans lequel on voudra, la somme soit cube.

CONSTRUCTION.

Si l'on forme un triangle de deux nombres comme en la precedente, il faudra trouver un quarre dont le double soit cube, iceluy sera le quarré de 2, faisons donc un triangle de 1 ① & de 2; & l hypothènuse sera 1 ② + 4, l'un des costez faisant l'angle droict 4 ①; & l'autre — 1 ② + 4. Il reste que l'hypotenuse avec le premier costé face un cube, mais il est necessaire que la valeur de 1 ② soit moindre que 4 c'est à dire 1 ① moindre que 2, (autrement on n'explicqueroit pas — 1 ② + 4) & comme la precedente 1 ② + 4 ① + 4 estant quarré & egal à un cube, on esgalera sa racine quarrée 1 ① + 2, à un cube, qui soit moindre que 4, pour les mesmes raisons, & plus que 2 puis que 1 ① + 2 est plus que 2; comme est $\frac{27}{8}$. ce qu'estant ainsi posons 1 ① + 2 egal à $\frac{27}{8}$ & 1 ① vaudra $\frac{11}{8}$; parquoy le triangle requis sera $\frac{135}{64}$, $\frac{352}{64}$ & $\frac{377}{64}$. La demonstration est facile.

QUESTION III.

Trouver un triangle rectangle, tel qu'au nombre de son aire estant adjousté le nōbre donné 5, la somme soit nōbre quarré.

CONSTRUCTION.

Soit posé que le triangle requis soit d'une espece donnée à sçavoir 3 ①, 4 ①, 5 ① alors l'aire + 5 sera 6 ② + 5 egal à un quarré soit iceluy 9 ② partant 3 ② seront egales à 5, qui devroit estre comme quarré à nom-

bre

bre quarré comme les quantitez le demonſtrent. Il faudra donc trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré, tellement que d'iceluy quarré eſtant ſoubſtraict l'aire du triangle, le reſte ſoit la $\frac{1}{5}$ partie d'un quarré (pource que 5 eſt donné.) Soit formé un triangle de 1 ① & $\frac{1}{1(1)}$ & l'aire ſera 1 ② — $\frac{1}{1(2)}$, ſoit pour la racine du quarré requis 1 ① + une fraction de ① de tant d'unitez que le double du nombre donné; c'eſt $\frac{10}{1(1)}$, le quarré ſera 1 ② + 20 + $\frac{100}{1(2)}$, duquel eſtant ſoubſtraict l'aire 1 ② — $\frac{1}{1(2)}$ reſtera $\frac{101}{1(2)}$ + 20: dont le quintuple eſt $\frac{505}{1(2)}$ + 100 egale à un quarré; le tout multiplié par 1 ② viendra 100 ② + 505 egales à un quarré, dont le coſté ſoit poſé de 10 ① + 5; & 1 ① ſera $\frac{24}{5}$. Venons aux poſitions, le triangle ſe formera de $\frac{24}{5}$ & $\frac{5}{24}$; & le coſté du quarré ſera $\frac{413}{60}$ ①, tellement qu'à l'aire du triangle eſtant adjouſté 5, on l'egalera à $\frac{170569}{3600}$ ②, le reſte eſt aſſez manifeſte.

QVESTION IV.

Trouver un triangle rectangle tel que ſi du nombre de ſon aire eſt ſoubſtraict 6, le reſte ſoit quarré.

CONSTRVCTION.

Soit iceluy triangle poſé comme deſſus, 3 ①, 4 ①, 5 ①; alors 6 ② — 6 ſeront egales à un quarré, ſoit à 4 ②; le tout parachevé. On ſera contrainct de trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré tel, qu'eſtant ſoubſtraict de l'aire du triangle, & le reſte ſextuplé ſoit un quarré. A ceſt effect ſoit formé un triangle de 1 ① & de $\frac{1}{1(1)}$. Auſſi le coſté du quarré requis ſoit 1 ① — une fraction denommée par ①, ayant pour numerateur la moitié du nombre donné qui ſera $\frac{3}{1(1)}$, ſon quarré (à ſçavoir de 1 ① — $\frac{3}{1(1)}$) ſera 1 ② — 6 + $\frac{9}{1(2)}$ lequel eſtant ſoubſtraict de l'aire 1 ② — $\frac{1}{1(2)}$ reſtera 6 — $\frac{10}{1(2)}$ lequel ſextuplé & encor multiplié par 1 ② viendra 36 ② — 60 egal à un quarré,

quarré, soit fingé le costé d'iceluy 6 (1) — 2 alors 1 (1) vaudra $\frac{8}{3}$. Ce qu'estant ainsi on reviendra à former le triangle de $\frac{8}{3}$ & $\frac{3}{8}$, & le costé du quarré $\frac{37}{24}$, pour recommencer les positions au lieu de celles qui estoyent prises à la volée, car le triangle se posera $\frac{4177}{576}$ (1), $\frac{4015}{576}$ (1), 2 (1), dont l'aire diminuée du nombre donné 6 sera $\frac{4015}{576}$ (2) — 6 egal au quarré de $\frac{37}{24}$ (1) qui est $\frac{1396}{567}$ (2) & alors 1 (1) vaudra $\frac{8}{7}$, & sera le triangle rectangle $\frac{4177}{504}$, $\frac{4015}{504}$, $\frac{16}{7}$, dont la demonstration est facile.

QVESTION V.

Trouvons un triangle rectangle, tel que le nombre de son aire estant soubstraict d'un nombre donné comme de 10 le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Soit posé derechef que le triangle rectangle soit 3 (1), 4 (1), 5 (1), alors 10 — 6 (2) seront egales à un quarré, parquoy on en reviendra là, qu'il faudra trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré, ainsi que la somme de l'aire d'iceluy triangle & dudict nombre quarré estant multipliée par 10 face quarré. A cest effect soit formé un triangle rectangle de 1 (1) & $\frac{1}{1(1)}$ & le costé du quarré 5 (1) + $\frac{1}{1(1)}$, & ainsi le composé de l'aire & du quarré sera 26 (2) + 10, lequel decuplé sera 260 (2) + 100, egal à un quarré, & pour avoir des plus petits nombres soit divisé les mesmes par 4 (nombre quarré) viendra 65 (2) + 25 egales à un quarré dont le costé soit fingé estre 8 (1) + 5, & 1 (1) vaudra 80; donc on formera le triangle de 8 & $\frac{1}{8}$ & sera 2 (1) 63 $\frac{63}{64}$ (1), 64 $\frac{1}{64}$ (2), & le costé du quarré $\frac{32001}{80}$ (1), & le reste sera aisé à poursuivre.

QVESTION VI.

Trouvons un triangle rectangle tel qu'au nombre de l'aire d'iceluy y adjousté l'un des costez qui font l'angle droict la somme soit 7.

CON-

CONSTRVCTION.

Soit derechef posé que le triangle soit d'une espece donnée, 3①, 4①, 5①; alors 6② + 3① seront egales à 7; mais en reduisant c'este equation au quarré de la moitié de 3 (des 3①) quand l'on y adjouste 6 fois 7 la somme n'est quarré ce qui seroit toutesfois necessaire. Parquoy il faut trouver un triangle rectangle tel qu'au quarré de la moitié d'un des costez qui font l'angle droict estant adjousté sept fois l'aire la somme soit quarré. A ceste fin soit 1 ① & 1, les costez qui font l'angle droict, alors $3\frac{1}{2}$① + $\frac{1}{4}$ seront egaux à un quarré, toutesfois multiplions le par 4, viendra 14① + 1 egales à quarré. D'avantage il faut que le triangle supposé soit rationel parquoy 1 ② + 1 sera egal à un quarré (à sçavoir pour le quarré de l'hypothenuse) & par la note de double egaleté apres l'onsiesme question du 2e livre, on fera ainsi, ayans deux nombres qu'on veut egaler à nombres quarrez; leur interval 1② — 14 ① se peut mesurer par 1① & 1① — 14 dont le quarré de leur difference est 49, egal au moindre, à sçavoir à 14 ① + 1, & 1① vaudra $\frac{24}{7}$. Retournant donc à faire les positions les costez faisans l'angle droict soyent $\frac{24}{7}$ ① & 1 ① ou bien pour eviter les fractions le tout par 7, viendra 24① & 7① & partant l'hypothenuse 25 ①; d'avantage à l'aire 84② adjousté 7 ① viendra 84② + 7 ① egales à 7, & 1① vaudra $\frac{1}{4}$, d'ou procedera l'invention du triangle requis 6, $\frac{7}{4}$, $\frac{25}{4}$. La Demonstration est facile.

QVESTION VII.

TRouver un triangle rectangle tel que si on soubstraict l'un des costez qui faict l'angle droict du nombre de l'aire d'iceluy, le reste soit 7.

CON-

CONSTRVCTION.

Que si derechef l'on presuppose que le triangle requis soit d'une espece donnée, on deduira le tout tellement qu'il faudra trouver un triangle rectangle dont le quarré de la moitié d'un des costez faisant l'angle droict adjoinct au septuple de l'aire face un quarré. iceluy est trouvé assavoir 7, 24, 25, avec lequel recommenceant les positions & conduisant l'operation selon les conditions 84 ② — 7 ① seront egales à 7 ; & 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$. & par consequent le triangle rectangle sera $\frac{7}{3}$, 8, $\frac{25}{3}$. la demonstration est aisée.

QVESTION VIII.

TRouvons un triangle rectangle, tellement, qu'a l'aire d'iceluy soyent adjoustez les deux costez faisans l'angle droict, la somme soit 6.

CONSTRVCTION.

Apres avoir supposé que le triangle soit d'une espece donnée : On deduira le tout à ce qu'il soit necessaire de trouver un triangl. rect. ainsi que le quarré de la moitié de la somme des deux costez faisans l'angle droict, adjoinct au sextuple de l'aire face un nombre quarré. Posons derechef qu'un d'iceux costez soit 1 ① & l'autre 1; alors $\frac{1}{4}$ ② + $\frac{7}{2}$ ① + $\frac{1}{4}$ sera egal à un quarré; multiplions le par 4; alors 1 ② + 14 ① + 1 seront egales à un quarré, aussi 1 ② + 1 pareillement (quarré de l hypotenuse) & par la susdite note du quarré de double egaleté apres l'onziesme quest. du 2. livre on prendra l'interval 14 ① lequel estant mesuré par 2 ① & 7. dont le quarré de la moitie de leur difference est 1 ② + 12$\frac{1}{4}$ — 7 ① egal à 1 ② + 1 & 1 ① vaudra $\frac{45}{28}$: & le triangle sera $\frac{45}{28}$, 1, $\frac{53}{28}$. Le tout multiplié par 28 on aura 45 ①, 28 ①, 53 ①; dont l'aire avec les deux costez faisans l'angle droit sera 630 ② +

② + 73 ① egal à 6, & 1 ① sera rationelle assavoir $\frac{1}{18}$, parquoy les deux costez seront $\frac{14}{9}$ & $\frac{5}{2}$ & l'hypotenuse $\frac{53}{18}$. *Demonstration.* L'aire est $\frac{35}{18}$ à laquelle adjoustée la somme des costez faisant l'angle droict, le tout fera 6 selon le requis.

QVESTION IX.

On requiert un triangle rectangle, ainsi que du nombre de l'aire estant soubstraict la somme de costez faisant l'angle droict le reste soit 6.

CONSTRVCTION.

Ayant premierement supposé que le triang. soit d'une espece donnée, on viendra requerir à en trouver un dont le quarré de la moitié de la somme des deux costez faisans l'angle droict, adjoinct au sextuple de l'aire d'iceluy, face quarré. Le mesme a esté desia demonstré cy devant, & est 28, 45, 53. Ausquels appliquez ①, à la fin 630 ② — 73 ① seront egales à 6. & 1 ② vaudra $\frac{6}{35}$; & iceluy triangle sera $\frac{24}{5}$, $\frac{54}{7}$, $\frac{318}{35}$.

QVESTION X.

Trouver un triangle rectangle, que la somme de l'hypotenuse, d'un autre costé, & de l'aire soit 4.

CONSTRVCTION.

Apres avoir supposé que le triangle soit d'une espece donnée, il sera besoing d'en trouver un autre tel que le quarré (de la moitié de la somme de l'hypotenuse, & d'un autre costé,) avec le quadruple de l'aire face quarré. A ceste fin soit formé un triangle rectangle de 1 ① & 1 ① + 1; & le quarré de la moitié de la somme de l'hypotenuse & d'un autre costé sera 1 ④ + 4 ③ + 6 ② + 4 ① + 1; & le quadruple de l'aire est 8 ③ + 12 ② + 4 ①; parquoy 1 ④ + 12 ③ + 18 ② + 8 ① + 1 sera egal à

un

un quarré, dont le costé soit fingé 1 ② + 6 ① — 1 : alors 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$. On formera donc un triangle de $\frac{5}{4}$ & $\frac{9}{4}$ ou plustost (le tout quadruplé pour eviter les fractions) de 5 & 9. & puis (pour eviter les grands nombres) soit pris un semblable en moindre nombre, y adjoingnant — 1; iceluy sera 28 ①, 45 ①, 53 ①; & la somme de l'hypotenuse, & d'un autre costé, ensemble de l'aire sera 630 ② + 81 ① egale à 4; & 1 ① vaudra $\frac{4}{105}$, partant le triangle sera $\frac{212}{105}$, $\frac{16}{15}$, $\frac{12}{7}$. *Demonstration.* La somme de l'aire $\frac{96}{105}$ de l'Hypotenuse, & d'un autre costé $\frac{324}{105}$, est $\frac{420}{105}$ ou 4, selon le requis.

QVESTION XI.

IL est requis de trouver un tel triangle rectangle que le nombre de son aire, diminué de l'Hypotenuse & de l'un des costez qui fait l'angle droit, le reste soit 4.

CONSTRVCTION.

Si nous posons que le triangle soit d'une espece donnée, nous en reviendrons la qu'il faudra cercher un triangle rect. tel qu'au quadruple de son aire adjousté le quarré de la moitié de la somme de l'hypotenuse & d'un autre costé, la somme soit nombre quarré. Ce qui a esté demonstré estre 28, 45, 53, auquels nombres estant applicquée ①, on trouvera que 630 ② — 81 ① seront egales à 4, & alors 1 ① vaudra $\frac{1}{6}$: Le triangle requis sera $\frac{53}{6}$, $\frac{14}{3}$, $\frac{15}{2}$. dont la *Demonstration* est manifeste.

QVESTION XII.

ON requiert un triangle rectangle de telle qualité que l'interval des deux costez faisans l'angle droit, item le plus grand costé, Et finalement l'aire avec le plus petit costé soyent tous trois nombres quarrez.

CONSTRVCTION.

Soit formé un triangle rectangle de deux nombres,& ſoit aſſigné au plus grand coſté d'à l'entour l'angle droict le double produict d'iceux. Il faudra donc trouver deux nombres tels que le double de leur produict ſoit quarré, Item que l'exces du ſuſdict double produict, ſur l'Interval de leurs quarrez ſoit auſſi quarré. Or cela arrive touſiours quand les nombres ſont en raiſon double. A ceſte fin ſoit formé donc un triangle de 1 ① & 2 ①, lequel ſatisfera à deux conditions requiſes. Il reſte ſeulement que l'aire avec le petit coſté face un quarré, or c'eſt 6 ④ + 3 ②, lequel diviſé par 1 ② viendra 6 ② + 3 egal encor à un quarré. Cerchons quelque nombre donc, qu'à 6 fois ſon quarré adjouſté 3 la ſomme ſoit quarré. Or 1 eſt un tel nombre & autres infinis, donc le triangle rectangle requis, ſe formera de 1 & 2, & ſera 3, 4, 5. & pour en trouver d'autres s'enſuit un

LEMME.

SI la ſomme de deux nombres donnez fuſt quarrée, On trouvera Infiniz quarrez, ainſi que l'un des nombres donnez multipliant un quarré, & au produict adjouſté l'autre, la ſomme ſoit nombre quarré.

Demonſtration. Soyent 3 & 6, les nombres donnez, & l'on veut demonſtrer qu'il eſt poſſible de trouver tant de quarrez que l'on voudra, qui multiplians 3 & au produict adjouſtez 6, face quarre. Soit 1 ② + 2 ① + 1 un quarré requis, alors 3 ② + 6 ① + 9 ſeront egales à un quarré, ce qui ſe peut reſoudre en une Infinité de façons, à cauſe que le ⓪ eſt quarré, & par exemple ſoit —3 ① + 3 le coſté du quarré fingé, & alors 1 ① vaudra 4, donc 5 ſera le coſté du quarré requis, & ainſi des autres.

" Le Sieur Bachet au lieu de ce Lemme en demonſtre un plus general, ainſi:

De

De deux nombres donnez, si l'un divisé par un certain quarré, & au quotient adjoustant l'autre nombre donné, la somme soit nombre quarré, on trouvera une infinité d'autres quarrez qui seront de mesme qualité.

QVESTION XIII.

TRouver un triangle rectangle que le nombre de l'aire estant augmenté de l'un ou de l'autre costé qui faict l'angle droict, soit quarré.

CONSTRVCTION.

Soit presupposé que le triangle, fust d'une espece donnée, 5 ① 12 ①, 13 ①, alors 30 ② + 12 ① seront egales à un quarré, soit à 36 ②, & 1 ① vaudra 2, mais il falloit aussi que 30 ② + 5 ① fust nombre quarré, ce qui n'estant ainsi, il nous faudra trouver un quarré, au lieu de 36. duquel soubstraict 30 le reste divisant 12, puis aussi par le quarré du quotient multipliant 30, auquel produict adjousté 5 fois le susdit quotient, la somme soit nombre quarré. a ceste fin soit posé 1 ② le quarré requis, duquel ostant 30, restera 1 ② — 30; lequel divisant 12 viendra une fraction algebraique à sçavoir le numerateur 12 & le denominateur 1 ② — 30, dont le quarré sera 144 pour le numeration & 1 ④ — 60 ② + 900 le denominateur; lequel quarré multiplié par 30, & y adjoustant le quintuple de la premiere mentionée fraction algebraique, viendra 60 ② + 2520 ayant pour denominateur 1 ④ — 60 ② + 900 egal à un quarré, mais le denominateur estant quarré il ne restera seulement que d'egaler le numerateur 60 ② + 2520, à un quarré, c'est à dire qu'à 60 fois un quarré adjoustant 2520, la somme doit estre un nombre quarré. Et si en formant le triangle, nous eussions eu esgard, qu'à 60 estant adjousté 2520, face un quarré, la question eust esté soudée, (car il eust esté facil d'egaler 60 ② +

2520 à un quarré, la 1 ① euſt valu 1,) Mais 60 eſt le produict des coſtez faiſans l'angle droict, auſſi 2520 (par le ſuyvant theoreme) eſt le ſolide, de l'interval des coſtez faiſans l'angle droict, & du plus grand de ces deux là, & de l'aire : La choſe eſt parvenue à tel poinct, qu'il faudra trouver un triangle rectangle tel qu'au produict des deux coſtez de l'angle droict, adjouſté le ſolide, de l'Interval des meſme, & du plus grand des deux, & de l'aire, face un quarré. or en ce binome conjoinct, les noms ont commune hauteur c'eſt le plus grand des coſtez faiſans l'angle droict, & le meſme binome eſtant requis eſtre quarré, ſi on le diviſe par un quarré, le quotient doit eſtre auſſi quarré, donc ſi on preſuppoſe ce plus grand coſté eſtre un quarré, & diviſant le binome par iceluy, la queſtion en ſera plus facile. Car il faudra ſeulement que la ſomme du moindre coſté, & du produict, de l'aire par l'interval des coſtez faiſans l'angle droict, ſoit un quarré; Mais ſi avec ce que le maieur coſté eſt poſé eſtre quarré l'on poſe encor que l'interval des coſtez faiſans l'angle droit ſoit l'unité; le reſte ſera tant plus facil: car il faudra ſeulement que la ſomme du moindre coſté & de l'aire ſoit quarré. or la precedente queſtion eſtant cela meſme elle nous fournira d'un tel triãgle qui eſt 3, 4, 5, & de ſemblables, auquels nõbres applicquans ① alors en ſuyvant les conditions de la queſtion, 6 ② + 4 ① auſſi 6 ② + 3 ①, ſerõt un chaſcun egal à un quarré. mais ſi nous reſoudõs la maieure equation (à ſçavoir 6 ② + 4 ① egales à un quarré) comme deſſus, alors 1 ① ſera $\frac{4}{1(2)-6}$, dont le quarre eſt $\frac{16}{1(4)-12(2)+36}$; lequel ſextuplé & puis y adjouſté trois fois le coſté à ſçavoir $\frac{12}{1(2)-6}$ en les mettant en meſme denomination, la ſomme ſera $\frac{12(2)+24}{1(4)-12(2)+36}$ qui doit eſtre egal à un quarré, & le denominateur l'eſtant, il reſtera que 2 ② + 24 ſoit egal à un quarré; c'eſt à dire que ſi un quarré un quarré (à cause de ② multiplie 12, & puis on y adjouste 24, la somme soit quarré, ce qui se parfera par le precedent lemme, & est 25, donc 1 ② vaudra 25, & 1 ①, 5; & partant voulans egaler 6 ② + 4 ① à un quarré, iceluy sera 25 ②, & 1 ① vaudra $\frac{4}{19}$: Et finalement le triangle cerché sera $\frac{12}{19}$, $\frac{16}{19}$, $\frac{20}{19}$, dont la *Demonstration* est manifeste.

Notez que Diophante rencontre fortuitement que 12 + 24 font un quarré pour de là venir au Lemme precedent; ce qu'a tresbien remarqué le Sieur Bachet, lequel aussi a explicqué & faict le suivant Theoreme sur ce qui a esté cité cy dessus, & est tel. *De deux nombres inegaux, aussi un troisiesme donnez; si on multiplie le troisiesme par le quarré du maieur des deux, le produict sera egal au solide des trois donnez, & au solide du maieur des deux de l'interval des mesmes, & du troisiesme donné.*

QVESTION XIV.

Trouvons un triangle rectangle, que soubstraict l'un de deux qu'on voudra qui font l'angle droict du nombre de l'aire, le reste soit quarré.

CONSTRVCTION.

Si derechef l'on pose que le triangle soit d'une espece donnée comme en la precedente; on viendra à la fin à requerir un triangle semblable à 3, 4, 5, ausquels à c'est effect applicquez ①, seront 3 ①, 4 ①, 5 ①, parquoy 6 ② — 4 ①, seront egales à un quarré; lequel estant moindre que 6, on verra quel il puisse estre que 1 ② sera egale à 4 ayant pour denomination l'exces de ce 6 sur le dit quarré. Lequel quarré estant donc posé 1 ② & la valeur trouvée, 6 ② — 3 ① devra estre pareillement trouvé quarré; Or 1 ② sextuplé est 96 ayant denominateur 1 ④ — 12 ② + 36; & le triple du costé est 12 ayant

 de-

denominateur — 1 ② + 6 c'est — 12 ② + 72 en mesme denominateur que dessus, lequel osté de 96 restera 12 ② + 24 ayant mesme denominateur 1 ④ — 12 ② + 36, laquelle estant quarrée, il restera que 12 ② + 24 soit egal à un quarré, or 1 ② vaut 1. Ce qu'estant ainsi je poseray 6 ② — 4 ① egales à 1 ②, alors 1 ① vaudra $\frac{4}{5}$; & le triangle requis sera $\frac{12}{5}$, $\frac{16}{5}$, 4.

Que si on ne se veut servir de l'unité en egalant 12 ② + 24, à un quarré ou bien (en ayant pris le $\frac{1}{4}$) 3 ② + 6; on se servira du lemme qui est apres la precedente 12 question, mais il faut avoir esgard à — 1 ② + 6 cy dessus, c'est que 1 ② est moindre que 6; Il faut donc trouver un quarré moindre que 6, lequel multiplié par 3 (des 3 ②) & y adjousté 6, face quarré. A ceste fin soit 1 ① + 1 la racine d'iceluy; donc 3 ② + 6 ① + 9 sera egal à un quarré dont la racine soit autrefois 3 — quelques ①, qu'il faut determiner ainsi: Puis que le quarré requis doibt estre moindre que 6 (prenons $\frac{484}{81}$ quarré au lieu de 6) sa racine $\frac{22}{9}$ sera maieure à 1 ① + 1 (racine supposée du quarré requis) donc 1 ① sera encor moindre que $\frac{13}{9}$, donc 3 ② + 6 ① + 9, s'egalera au quarré de 3 — tant de ① que la valeur de 1 ① soit moindre que $\frac{13}{9}$; pour à quoy parvenir, on les prendra premierement à la volée pour pouvoir former une question, & trouvera-on que le nombre des susdictes ① doibt exceder (environ) 5 $\frac{5}{13}$, soit donc 3 — 6 ①, au quarré duquel s'esgalera 3 ② + 6 ① + 9, & 1 vaudra $\frac{14}{11}$, donc les 1 ① + 1 vaudront $\frac{25}{11}$, & partant le quarré requis sera $\frac{625}{121}$ pour la valeur de 1 ② (des 3 ② + 6, ou, 12 ② + 24,) ce qu'estant faict on egalera les 6 ② — 4 ① (du commencement) à $\frac{625}{121}$ ②, & 1 ① vaudra $\frac{484}{101}$; par ainsi le triangle requis sera $\frac{1452}{101}$, $\frac{1936}{101}$, $\frac{2420}{101}$, dont l'examen est manifeste.

QVE-

QVESTION XV.

Trouver un triangle rectangle, tel que si on soubstraict l'hypothenuse ou un costé faisant l'angle droict de l'aire, le reste soit quarré.

L'exemplaire estant si mutile qu'il n'est facil de diviner ce qui est perdu, nous poserons la Construction telle que Diophante semble l'avoir voulu effectuer apres beaucoup d'inquisitions.

CONSTRVCTION.

Soit formé un triangle rectangle de deux nombres plans semblables, 1, 4, & le requis soit de la mesme espece à sçavoir 8 ①, 15 ①, 17 ①; (dont le 8 soit le double produict des susdicts, 1, 4;) alors 60 ② — 17 ① & 60 ② — 8 ① seront un chascun egal à un quarré: & si on veut egaler 60 ② — 8 ① à un quarré (ayant la quantité ②;) on en viendra là, de requerir un nombre quarré absolu moindre que 60, tellement que soubstraict de 60, & le reste divisant 8, puis le quarré dudit quotient multiplié par 60, & du produict soubstraict 17 fois ledit quotient, le reste soit quarré. Soit iceluy quarré 1 ②, (pour l'absolu requis) & soubstraict de 60, &c. viendra $\frac{136\,(2) - 4320}{1\,(4) - 120\,(2) + 3600}$ egales à un quarré, & puis que le denominateur est quarré, il ne faudra que prendre le numerateur 136 ② — 4320, & l'esgaler à un quarré, ce qui est facil (*par la Demonstration du Sr. Bachet*) en prenant 1 ② valoir 36 (ce 36 est le produict de ces trois à sçavoir 4, 1, & le quarré de la difference des mesmes, or iceux sont les nombres plans semblables de cy dessus) par ainsi 36 sera le quarré requis, alors 60 ② — 8 ① s'esgalera à 36 ②, & 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$, & finalement le triangle requis sera $\frac{8}{3}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{17}{3}$. *Examen.* L'aire est $\frac{20}{3}$; de laquelle

quelle ostez $\frac{17}{3}$ ou $\frac{8}{3}$ restera 1 ou 4 nombres quarrez selon le requis.

L'autheur du commencement a posé 3①, 4①, 5① pour le triangle requis,& conclud peu apres que 15②— 36 est egal à un quarré, ce qu'il dict estre une equation impossible pource que 15 ne se divise en deux quarrez, (par ce que nous avons determiné en la 15 question du 5e livre precedent,) toutesfois la demonstration de ce qu'il conclud est telle;soit 15 ②— quarré,egal à quelque quarré; remplissons le —, alors sera 15 ② egale à la somme de deux quarrez, ce qui est impossible. Finalement il commence à la volée le plus souvent ses positions; que si elles ne sont idoines, à tout le moins il y recognoist les determinaisons des positions; & se sert aussi icy de ceste precaution; que si on forme un triangle rectangle de deux nombres quelconques, l'hypothenuse & le costé qui est double produict d'iceux, sont tels que leur somme aussi leur differẽce sont nombres quarrez. Item que la somme, aussi la difference de l'hypotenuse & de l'autre costé sont double-quarrez. Item si les deux nombres formans sont plans semblables, le costé faict de leur double produict, multipliant la difference des deux costez restans, faict quarré.

QVESTION XVI.

SI un certain quarré, multipliant l'un de deux nombres donnez, & l'autre donné estant soubstraict dudict produict face quarré; alors on trouvera encor un autre quarré plus grand que le premier pris, qui fera le mesme.

CONSTRVCTION.

Soyent donnez deux nombres 3, 11, & qu'un certain quarré (je prens) du costé 5, multipliant 3, & du produict osté 11, face quarré du costé 8. Il faut trouver encor

encor un quarré maieur à 25 faisant le mesme. Soit le costé du quarré requis 1 ① + 5, & iceluy sera 1 ② + 10 ① + 25, du triple duquel osté 11, restera 3 ② + 30 ① + 64 egal à un quarré qu'on fingera tel qu'il en sorte une egaleté convenable, soit le costé d'iceluy — 2 ① + 8; alors 1 ① vaudra 62, & partant 4489 sera le quarré requis (dont la racine est 67) lequel satisfera au requis.

QVESTION XVII.

ON requiert un triangle rectangle ainsi que l'Hypotenuse, ou un des deux costez restans, adjousté à l'aire face quarré.

CONSTRVCTION.

Si nous posons qu'iceluy soit d'une espece donnée, à la fin nous serons contraincts de le determiner, & d'en chercher un tel & un nombre quarré maieur à l'aire, ainsi que le quarré multipliant le produict de l'Hypotenuse & d'un costé de l'angle droict, & de cela soubstraict le solide Comprins de l'aire, & du susdict costé de l'angle droit, & de l'Interval de l'hypotenuse sur le mesme costé, face quarré. Soit donc formé un triangle de 4 & 1; & soit 36 le quarré. Mais iceluy n'est maieur au nombre de l'aire. Or nous avons deux nombres à sçavoir 136 (produict de l'Hypotenuse 17 & d'un autre costé 8) & 4320 (solide Comprins de l'aire 60, & d'un costé faisant l'angle droit 8, & de 9, exces de l'Hypot. sur le mesme costé) Et pource qu'un certain quarré à sçavoir 36 multipliãt 136, & du produict soubstraict 4320, reste un nõbre quarré, nous avons un moyen par la precedente de trouver un quarré maieur à 36 faisant le mesme, voire une infinité, mais 676 en est un, posons donc le triangle rectangle 8 ①, 15 ①, 17 ①, & ainsi 60 ② + 8 ① vaudront 676 ②, alors 1 ① vaudra $\frac{1}{77}$, partant le triangle requis sera $\frac{8}{77}$, $\frac{15}{77}$, $\frac{17}{77}$. *Demonstration.* L'aire est $\frac{60}{5929}$, à laquelle estant adjousté ou l'Hypotenuse, ou le premier costé, feront les quarrez $\frac{1369}{5929}$ & $\frac{196}{5929}$ dont les racines sont $\frac{37}{77}$ & $\frac{14}{77}$ selon le requis.

QVESTION XVIII.

ON requiert un triangle rectangle, tel que la ligne coupante l'un des angles aiguz en deux parties egales, soit rationelle.

CONSTRVCTION.

Soit posé que la bissecante (c'est à dire la ligne qui coupe l'angle en deux egalement,) soit 5 (1), & l'un segment de la base 3 (1), & la perpendicle 4 (1); soit preallablement posé que la base fust un nombre ternaire je prend 3, alors l'autre segment de la base, -3 (1) $+3$, mais puis que l'angle est coupé en deux egalement & que la perpendicle est en raison sesquitierce à la partie de la base qui luy est adjoincte, alors (par ce qui resulte de la 3e. P. 6. d'Euclide, en concluant alternativement) l'Hypotenuse sera en raison sesquitierce à l'autre partie de la base, mais ceste partie là est -3 (1) $+3$, donc l'Hypotenuse sera -4 (1) $+4$, Il reste seulement que son quarré qui est 16 (2) -32 (1) $+16$, soit egal aux quarrez des deux autres costez, lesquels font ensemble 16 (2) $+9$, alors 1 (1) vaudra $\frac{7}{32}$, le reste est facil; que si on multiplie le tout par 32 (pour cause des fractions) on aura la perdend. 28; la base 96, & l'Hypotenuse 100; & la bissecante 35. ce qu'il falloit faire.

ALB. GIR.

EN algebre litterale soit premierement pris un triangle rectangle quelconque dont K *soit le plus petit costé:* G, *l'autre,* & F, *Hypotenuse: & pour trouver le triangle requis, soit donné* Fq *à l'Hypotenuse (à sçavoir en nombres.) Et le double produict*

de K.

de K, G, *pour la base, & la difference des quarrez de* G, K *à sçavoir* G q — K q *pour la perpendicle; alors le triangle estant ainsi trouvé qui sera aussi rectangle, la bisecante sera le produict de la susdicte perpendicle* G q — K q *par fraction* $\frac{F}{g}$, *& quant au segmens de la base, on multipliera pour eux l'Hypotenuse* F q *& la perpendicle par* $\frac{K}{g}$.

QVESTION XIX.

IL est requis de trouver un triangle rectangle, ainsi que la somme de l'aire & hypotenuse face quarré, aussi que le circuit soit un nombre cube.

CONSTRVCTION.

Posons que l'aire soit 1 ①, & l'Hypotenuse soit — 1 ① + quelque ⓪ quarré, soit — 1 ① + 16; D'avantage le produict des costez faisans l'angle droict sera 2 ① (puis que l'aire est posé 1 ①) mais le mesme est produict de 1 ① & 2, parquoy si l'un des costez est posé 2, l'autre sera 1 ①, & le circuit 18 qui n'est pas cube. Mais ce 18 la est somme d'un quarré, 16, & de 2. Il faut donc trouver un quarré lequel avec le binaire 2 face un cube: A ceste fin soit 1 ① + 1 la racine de ce quarré requis, & la racine du cube 1 ① — 1; le quarré sera 1 ② + 2 ① + 1 & le cube 1 ③ — 3 ② + 3 ① — 1, auquel cube, sera egal ledit quarré + 2, à sçavoir 1 ② + 2 ① + 3; alors 1 ③ + 1 ① sera egale à 4 ② + 4, & par ainsi 1 ① vaudra 4; (car si 1 ① vaut 4, multipliant le tout par 1 ②, 1 ③ vaudra 4 ②, & partant 1 ③ + 1 ① vaudront 4 ② + 4 comme devant.) Cela estant ainsi 5 sera le costé du quarré, & 3 du cube; & iceux seront 25, 27; En changeant dont la supposition faite au commencement, nous poserons bien l'aire 1 ① & les deux costez 2, 1 ①, comme dessus, mais l'Hypotenuse — ① + 25; Il reste seulement que le quarré de l'Hypotenuse 1 ② — 50 ① + 625 soit egal à la somme des quarrez des

des deux autres costez qui est 1 ② + 4, & 1 ① vaudra $\frac{621}{50}$ donc le triangle rectangle requis sera 2, 12 $\frac{21}{50}$, & 12 $\frac{29}{50}$. *Demonstration.* L'aire 12 $\frac{21}{50}$, & l'Hypotenuse 12 $\frac{29}{50}$, font ensemble 25, qui est quarré; Item le circuit est 27, qui est cube selon le requis.

QVESTION XX.

L'*On requiert un triangle rectangle, tel que l'Hypotenuse adjoustee avec l'aire face cube; Et que le circuit soit nombre quarré.*

CONSTRVCTION.

Si nous posons pareillement que le nombre de l'aire soit 1 ①, & l'Hypotenuse — 1 ① + quelque ⓪ cubicque, on en viendra là, qu'il faudra trouver quelque cube auquel adjousté le binaire 2, face quarré. Soit la racine du cube requis 1 ① — 1, alors le cube + 2 sera 1 ③ — 3 ② + 3 ① + 1 egal à quelque quarré dont le costé soit 1 $\frac{1}{2}$ ① + 1, alors 1 ① vaudra $\frac{21}{4}$, & $\frac{17}{4}$ sera le costé du cube $\frac{4913}{64}$. Parquoy posons derechef 1 ① pour l'aire, & $\frac{4913}{64}$ — 1 ① pour l'Hypotenuse, 2 la base, 1 ① la perpendiculaire; & puis apres avoir egalé le quarré de l'Hypotenuse aux deux quarrez des deux autres costez, nous trouverons la valeur de 1 ① rationelle, à sçavoir $\frac{628864}{241121185}$ pour l'aire, aussi pour l'un des costez la base 2, & l'Hypotenuse $\frac{118467134609}{1543755840}$. *Demonstration.* L'hypotenuse adjoustée à l'aire sera le cube $\frac{4913}{64}$, & le circuit est $\frac{5041}{64}$ nombre quarré, car $\frac{71}{8}$ est sa racine, selon le requis.

QVESTION XXI.

I*L faut trouver un certain triangle rectangle ainsi que la somme de l'aire & d'un costé de ceux qui sont l'angle droict soit un nombre quarré, & que le circuit soit nombre cube.*

CON-

CONSTRVCTION.

Soit formé un triangle, de quelque nombre indefini, & d'un autre qui l'excede de l'unité; soyent donc iceux 1 ① & 1 ① + 1; partant la perpendicle sera 2 ① + 1, la base 2 ② + 2 ①, & l'hypothenuse 2 ② + 2 ① + 1. Reste que leur somme (c'est à dire le circuit) soit cube, & que la somme de l'aire & d'un costé faisant l'angle droict face un quarré; Or le circuit est 4 ② + 6 ① + 2 egal à un cube. Iceluy aussi est composé, car 4 ① + 2 le mesure par 1 ① + 1; parquoy si on divise un chascun costé par 1 ① + 1 on aura le circuit 4 ① + 2 egal à un cube. Il reste donc que l'aire avec un des costez qui font l'angle droict soit quarré, mais l'aire est $\frac{2(2)+1(1)}{1(1)+1}$ & l'un des costez de l'angle droict est $\frac{2(1)+1}{1(1)+1}$ leur somme est $\frac{2(2)+3(1)+1}{1(1)+1}$ (ou 2 ① + 1) egal à un quarré, mais 4 ① + 2 est egal à un cube, & cestuy-cy est double de cestuy-là, parquoy nous en sommes venuz là qu'il faut trouver un cube qui soit double à un quarré, tel est 8 double à 4; alors 4 ① + 2 seront egales à 8; & 1 ① vaudra $1\frac{1}{2}$. Ie di, que $\frac{8}{5}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{17}{5}$ est le triangle requis, la demonstration en est facile.

NOTA.

Notez que l'on peut trouver d'autres nombres que 8 & 4, à sçavoir que le cube soit double au quarré, voire mesme en telle raison qu'on vaudroit comme enseigne le Sieur Bachet en la premiere du sixiesme de nostre Autheur, par une telle reigle, *Divisez le denominateur de la raison donnée, par quelque cube, le quotient sera le costé du quarré requis.* Exemple, si on veut un cube qui soit double à un quarré, il faut diviser 2 par quelque cube, comme par 1, 8, 27, viendra 2, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{27}$ dont leurs quarrez sont 4, $\frac{1}{16}$, $\frac{4}{729}$ desquels les doubles seront cubes à sçavoir 8, $\frac{1}{8}$, $\frac{8}{729}$,

$\frac{1}{8}$, $\frac{8}{729}$, mais en la queſtion il falloit que le cube ſoit plus que 2, alors au lieu de diviſer 2 par 1, 8 ou 27 il le faudra diviſer par $\frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{27}$ ou $\frac{8}{27}$; & ainſi on aura 512 cube, double à 256 quarré, &c.

QVESTION XXII.

IL faut trouver un certain triangle rectangle ainſi que l'aire avec l'un des coſtez, faiſant l'angle droict, face cube; mais le circuit ſoit nombre quarré.

CONSTRVCTION.

Si nous uſons icy de ſemblable diſcours comme en la precedente, nous en reviendrons là qu'il faudra trouver un quarré egal à 4 ① + ②; & un cube egal à 2 ① + 1; & par conſequent il faudra trouver un quarré double à un cube, c'eſt 16, 8; ou infiniz autres comme 1024 & 512 &c. ſoit 16, & 8; alors 4 ① + 2 ſeront egales à 16; & 1 ① vaudra $3\frac{1}{2}$; & le triangle ſera $\frac{16}{9}$, $\frac{63}{9}$, $\frac{65}{9}$. Dont la demonſtration eſt manifeſte.

QVESTION XXIII.

TRouvons un triangle rectangle, ainſi que le circuit d'iceluy ſoit nombre quarré, & le meſme avec l'aire ſoit un nombre cubique.

CONSTRVCTION.

Soit formé un triangle rectangle de 1 ① & 1, iceluy ſera 2 ①, & 1 ② — 1, & l'hypothenuſe 1 ② + 1, leur ſomme pour le circuit eſt 2 ② + 2 ① egales à un quarré, & 1 ③ + 2 ② + 1 ① egales à un cube. Quant à 2 ② + 2 ① il eſt aiſé de l'egaler à un quarré, car ſi on diviſe le binaire 2, par un quarré — 2, on aura la valeur de 1 ①, laquelle doibt eſtre telle que 1 ③ + 2 ② + 1 ① ſoit cube, c'eſt à dire que ſon cube + 2 fois ſon quarré + ſoy-

+ soymesme soit cube. Or comme il a esté dit 1 ① est 2 divisé par 1 ② — 2, alors son cube est 2 fois son quarré + soymesme sera une fraction dont le numerateur est 2 ④ & le denominateur le cube de 1 ② — 2, lequel denominateur estant cubicque, il faudra seulement esgaler 2 ④ à un cube, lequel estant divisé par un cube 1 ③, le quotient 2 ① devra encor estre egalé à un cube, & 1 ① vaudra un demy cube. soit 8 le cube, alors 1 ① vaudra 4; dont le quarré est 16; auquel applicqué ② sera 16 ② (le quarré lequel on cerche pour egaler le susdict 2 ② + 2 ①) & 1 ① vaudra $\frac{1}{7}$; mais l'un costé du triangle cy dessus est 1 ② — 1 qui seroit alors moins que rien. Parquoy la chose est reduicte en tel poinct qu'il faut trouver un cube, ainsi que le quarré de sa moitié soit (non pas 16 comme dessus mais) entre 2 & 4, (car qu'il doive estre plus que 2, il appert en ce que 2 ② + 2 ① estant egale à quelques ②, le nombre de ces ② doibt estre maieur à 2 des 2 ②; pareillement qu'il doive estre moindre que 4, il est evident en ce que si ledict 2 ② + 2 ① estoit egal à 4 ② ou d'avantage, alors 1 seroit egal à 1 ① ou d'avantage, c'est à dire 1 ① vaudroit 1 ou quelque chose de moindre, mais 1 ① doibt estre d'avantage que 1 à cause des 1 ② — 1 cy dessus mentionnées, partant ledict nombre de ② doibt estre entre 2 & 4) soit donc iceluy cube 1 ③; le quarré de sa moitié sera $\frac{1}{4}$ ⑥ ayant sa valeur entre 2 & 4, & partant 1 ⑥ entre 8 & 16, mais tel est $\frac{729}{64}$. Ergo 1 ③ vaudra $\frac{27}{8}$ pour le cube requis: Posons donc (au lieu de 2 ① egales à 8 comme cy devant) 2 ① egales à $\frac{27}{8}$ alors 1 ① vaudra $\frac{27}{16}$, dont le quarré est $\frac{729}{256}$ (au lieu de 16 cy dessus;) auquel applicqué ② sera $\frac{729}{256}$ ② pour egaler à 2 ② + 2 ①, & 1 ① vaudra finalement $\frac{512}{217}$ (pour resoudre les premiers positions) alors 1 ② — 1 costé faisant l'angle droict

droict du triangle sera quelque chose (car selon la precedente solution il estoit moins que rien) & le triangle sera, 309233, 215055, 222208, ausquels comme numerateurs, on doibt submettre le commun denominateur 47089 : dont la demonstration est plus facile que breve.

QVESTION XXIV.

CErchons un triangle rectangle de telle qualité que le circuit soit cube, & le mesme adjousté à l'aire face un quarré.

CONSTRVCTION.

Il faut premierement premediter qu'estans deux nombres donnez, comment on trouveroit un triangle rectangle que son circuit soit l'un des nombres donnez, & son aire, l'autre. A cest effect soyent deux nombres donnez 12 & 7; à sçavoir 12 pour le circuit, & 7 pour l'aire. Cela estant ainsi le double de l'aire est 14 pour le produict des costez faisans l'angle droict; soyent iceux costez $\frac{1}{1\,(1)}$ & 14 (1) lesquels satisfont à l'une condition, & pource que le circuit est, 12, l'hypothenuse sera $-14\,(1) + 12 - \frac{1}{1\,(1)}$. Or son quarré (par la 47 p. 1 d'Euclide) qui est $196\,(2) - 336\,(1) + 172 - \frac{24}{1\,(1)} + \frac{1}{1\,(2)}$ doibt estre egal aux deux quarrez des autres costez, qui sont ensemble $196\,(2) + \frac{1}{1\,(2)}$, alors 172 (1) vaudront 336 (2) + 24, laquelle equation (comme elle doibt estre rationelle) ne se pourra faire, si 336 fois 24 osté du quarre de la moitié de 172, n'est un nombre quarré: Or 172 est somme du quarré du circuit, & du quadruple de l'aire, & 336 fois 24 est le produict de l'octuple quarré du circuit, par l'aire; tellement que si tels nombres fussent donnez, la question se resoudroit facilement. Soit 1 (1) l'aire; & le circuit soit un nombre cube & quarré tout ensemble à sçavoir 64; & afin de constituer le trianle triangle par les choses ja mentionnées, il faut que le quarré de la moitié de la somme, du quarré de 64, & de 4 ①; moins l'octuple produict du quarré du circuit, & de l'aire 1 ①, soit egal à un quarré. C'est 4 ② + 4194304 — 24576 ① dont le quart est 1 ② — 6144 ① + 1048576 encor egal à un quarré. Mais 1 ① + 64 est aussi egal a un quarré, & par la note du quarré de double egaleté apres l'onziesme quest. du 2. (ayant premierement multiplié 1 ① + 64 par un quarré 16384 afin d'avoir les ⓪ des deux parties egaux, & au lieu de 1 ① + 64 on aura 16384 ① + 1048576;) l'on parachevera facilement le reste.

QVESTION XXV.

Trouvons un triangle rectangle, ainsi que le quarré de l'hypotenuse, soit un quarré avec sa racine; Item le mesme estant divisé par l'un costé faisant l'angle droict, face un nombre cubique plus son costé.

CONSTRVCTION.

Soit l'un costé à l'entour de l'angle droict 1 ①, l'autre 1 ②, par ainsi le quarré de l'hypotenuse sera la somme d'un quarré avec sa racine; & le mesme estant divisé par l'un des susdits costez 1 ①, fera 1 ③ + 1 ① (c'est un cube avec sa racine;) Il reste seulement que 1 ④ + 1 ② soit egalé à un quarré, lequel divisé par 1 ②, 1 ② + 1 sera encor egal à un quarré; soit au quarré de 1 ① — 2 (qui est 1 ② — 4 ① + 4,) alors 1 ① vaudra $\frac{3}{4}$; & le triangle requis sera $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{15}{16}$. *Demonstration.* Le quarré de l'hypotenuse $\frac{225}{256}$ contient un quarré $\frac{81}{256}$ avec sa racine $\frac{9}{16}$ (ou $\frac{144}{256}$,) le mesme quarré de l'hypotenuse, estant divise par l'un des costez $\frac{3}{4}$, viendra $\frac{75}{64}$, qui contient le cube $\frac{27}{64}$ avec sa racine $\frac{3}{4}$, ou $\frac{48}{64}$; selon le requis.

QVESTION XXVI.

L'On requiert un triangle rectangle, ainsi que l'un costé faisant l'angle droict soit cube, & l'autre un cube moins sa racine; & l'hypotenuse soit un cube avec sa racine.

CONSTRVCTION.

Soit posée l'hypotenuse 1 ③ + 1 ①; & l'un des autres costez 1 ③ — 1 ①, parquoy l'autre costé sera necessairement 2 ②. Il reste seulement que le mesme 2 ②, soit egalé à un cube, soit iceluy cube 1 ③, alors 1 ① vaudra 2. Ie dis que le triangle rectangle requis sera 6, 8, 10, ce qui est manifeste.

A. GIRARD.

VOila en somme les six livres d'Algebre de Diophante laquelle a donné entrée en l'Algebre generale ou plustost à l'Analytique, par laquelle se parfaict ce probleme des problemes qui se prononce. Resoudre tout Probleme quelconque proposé.

Devant que de mettre fin à c'este œuvre j'ay bien voulu mettre quelques applications regulieres, qui ne sont pas de peu d'effect, en la resolution de plusieurs propositions, & soit posé B, *plus grand que* D: *& notez que deux lettres joinctes ensemble sans l'intervention d'aucun poinct ou autre marque, signifie le produict des mesmes.*

S'ensui-

S'ensuivent quelques applications regulieres, de quelques binomes, ou si l'on veut multiplications dont le multiplicateur & le produict sont binomes : Et faut noter que les noms de chascun multin. soit continuellement proportionaux, dont les extremes sont puissances de telle denominateur de quantité, qu'il y a de noms moins un.

Premiere maniere.

Produicts.	Multiplicateurs.	
Binomes conjoincts & disioincts.	*Binome conjoinct.*	*Multinomes conjoincts & disioincts.*
Bq — Dq.	B + D	B — D.
Bcub + Dcub.		Bq — BD + Dq.
Bqq — Dqq.		Bc — BqD + BDq — Dc.
Bcq + Dcq.		Bqq — BcD + BqDq — BDc + Dqq.
Bcc — Dcc.		Bcq + BqqD + BcDq + BqDc + BDqq — Dcq.
&c.		&c.

 Seconde

Seconde maniere.

Produicts.	Multiplicateurs.	
Binomes disioincts.	*Binome disioinct.*	*Multinomes conjoincts.*
Bq — Dq		B + D.
Bc — Dc		Bq + BD + Dq.
Bqq — Dqq	B — D	Bc + BqD + BDq + Dc.
Bcq — Dcq		Bqq + BcD + BqDq + BDc + Dqq.
Bcc — Dcc		Bcq + BqqD + BcDq + BqDc + BDqq + Dcq.
&c.		&c.

Constitutions de quelques triangles en nombres rationaux.

Subtendentes.	Costez comprenans l'angle.	
Bq + Dq.	Bq — Dq.	BD 2. quand l'angle est 90 degrez.
BD3 + Dq3 + Bq.	BD2 + Bq. *ou bien* BD2 + Dq3.	BD4 + Dq3 + Bq. quand l'angle est de 60 degrez.
BD3 + Dq3 + Bq.	BD2 + Bq.	BD2 + Dq3. quãd l'angle est de 120 deg.

Autrement.

Bq + BD + Dq	BD 2 + Dq *ou bien* Bq — Dq.	BD 2 + Bq. de 60 degrez.
Puis Bq + BD + Dq	BD 2 + Dq	Bq — Dq. de 120 degrez.

Puis que je suis entré en la matiere des nombres ra-
tionaux j'adjousteray encor deux ou trois particularitez
non encor par cy devant practiquées, comme d'explic-
quer les radicaux extremement pres, par certains nom-
bres à ce plus aptes & idoines que les autres, tellement
que si l'on entreprenoit les mesmes choses par des au-
tres nombres ce ne seroit sans grandement augmenter
le nombre des characteres; & pour exemple soit proposé
d'explicquer par des rationaux la raison des segmens de
la ligne coupée en la moyenne & extreme raison, soit
faicte une telle progression 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, &c.
dont chasque nõbre soit egal aux deux precedens, alors
deux nombres pris immediatemẽt denotteront la mes-
me raison, comme 5 à 8 ou 8 à 13 &c. & tant plus grands,
tant plus pres, comme ces deux 59475986 & 96234155,
tellement que 13, 13, 21 constituent assez precisement un
triangle Isosceles ayant l'angle du pentagone; Item pour
l'extraction de la racine quarrée des nombres non quar-
rez, comme la racine de 2 cest $\frac{577}{408}$, voulez vous plus
pres $\frac{1393}{985}$; & ainsi en l'infini comme on pourroit pren-
dre des si grands nõbres qu'on voudroit; la racine de 10
est 3 $\frac{53353}{328776}$, bië pres, car son quarré est $\frac{1}{108093658176}$
trop, qui est une chose de nulle estime, comme d'autre
costé en la disme le quarré de 163574218751 ⑦ est tres-
pres de 2675652504 ①, mais combien s'enfaut il? seule-
ment 1 ⑭, en somme la maniere de remettre en petits
nombres une raison explicquée par grands nombres, &
ayans trespres la mesme vigueur, & sous un mesme genre,
cõme le, 7 à 22 d'Archimedes, & pour ne point passer les
limites nous mettrõs icy la fin, advertissant le lecteur qu'il
ne se mescontente s'il n'a trouvé des fleurs de Retorique
en un Iardin là ou le chãp du discours n'a nullement esté
labouré, laissant les mesmes là ou on les doibt cercher.

Fin de VI livres de Diophante d'Alexandrie.

TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRECEDENTE ARITHMETIQVE, SELON l'ordre qu'elles sont descriptes.

20. *Du*

84. De

Deuxies-

40. Pro-

Troisiesme

80 Pro-

TABLE

TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRECEDENTE ARITHMETIQVE ſelon l'oidre de l'A B C.

A.

B.

C.

Diffe-

D.

E.

F.

H.

I.

Inven-

M.

N.

O.

Item

R.

Re-

FIN DE LA TABLE.

LA
PRATIQVE
D'ARITHMETIQVE
DE
SIMON STEVIN
De Bruges.

AV LECTEVR.

Veu que l'efficace de l'ordre des disciplines est telle, que l'on apprent par icelle facilement & à plaisir, ce qui autrement ne se faict qu'a grand labeur & ennuy; dequoy nous avons traicté en general en nostre Dialectique; Il m'a semblé bon de dire icy en particulier de l'ordre de la Pratique d'Arithmetique.

Or comme il est notoire par l'experience des autres facultez, comme és Droicts, Medicine, &c. que la Pratique n'est pas le premier auquel doibt commencer l'apprentif; Mais à quelques fondamens generaux; sans lesquels il besoigneroit tousiours a tastons, & jugeroit comme l'aueugle des coleurs, sans pouvoir effectuer chose digne de loüange: Ainsi faut il entendre le mesme de ceste Pratique d'Arithmetique; à sçavoir qu'elle n'est pas le premier, auquel il doibt commencer; mais à ce qui est le fondament servant generalement à toutes operations, qui se rencontrent en icelle. Quant à ce qu'il en est aucuns d'autre opinion; lesquels (ignorans la Nature & vertu de l'ordre) prennent pour argument, que l'on faict ainsi double utilité, à sçavoir, qu'on n'apprent pas seulement les computations des nombres, mais encore l'usage des matieres ausquelles ils sont appliquez: Certes si on le considere bien, cela se

 trou-

trouvera plustost double dommage, & autant comme si quelcun dist, qu'il seroit utile a l'apprentif de Grammaire, d'apprendre quant & quant l'usage d'icelle; comme Dialectique, Rhetorique, ou quelques autres Facultez. Voyez encore qu'elles absurditez s'ensuivent, quant quelcun apprent premierement l'Addition de Livres, Solz & Deniers, la ou il faut diviser la somme des deniers par 12. laquelle division il ignore, & l'apprendra (veu,que la Soubstraction & Multiplication precedent) quelque temps apres: Ce qui sont tenebres si obscures pour lesdicts Apprentifs, qu'ils perdent souvent le courage & l'espoir de pouvoir comprendre la reste. Pour doncques eviter ceste & semblables absurditez, il convient suivre la nature comme Guide asseurée; apprennant (comme dessus est dict) premierement les fondamens generaux, qui sont de nombres purs, abstraicts de toutes matieres; lesquels nous avons descript selon nostre pouvoir aux livres precedens. Mais veu que le but de plusieurs personnes, n'est point de s'occuper es profondes speculations Algebraiques, ains seulement en ce qui leur peut servir à leur traffique ou affaires; Tels (avant que venir à ceste Pratique) apprendront la premiere partie du precedent second livre, comprennant seulement 17 petits & faciles Problemes; lesquels bien entenduz, l'on se trouvera muni d'un fondament, servant generale-
ment

ment pour l'expedition des constructions, qui se rencontrent en la Pratique: De sorte que le tout ne luy semblera que repetition des precedens.

Voyla, amy Lecteur, ce que nous voulions dire de cest ordre; si le trouvez entierement bon, vous le pouvez du tout suivre; sinon, cueilles en le meilleur que vous pourrez; ou en faictes comme bon vous semblera, prennant de bonne part nostre petit avertissement, & grande affection, tousiours inclinée pour vous faire service.

ARGV-

ARGVMENT.

NOus divisons la Pratique d'Arithmetique en deux parties, à sçavoir en Computations Rationelles (comme Ajouster, Soubstraire, Multiplier, & Diviser) & Proportionelles. Des Rationelles, nous expliquerons celles d'argent, & des Raisons. Des proportionelles la reigle de Trois, de Cincq, de Compagnie, d'Alligation, d'Interest, & des Faux. Ce que nous comprendrons autre fois pour plus grande evidence en telle Table:

Ceste Pratique d'Arithmetique a deux parties.
- *Computations Rationelles.*
  - *d'Argent.*
  - *Des Raisons.*
- *Proportionelles la reigle de*
  - *Trois.*
  - *Cincq.*
  - *Compaignie.*
  - *Alligation.*
  - *Interest.*
  - *Faux.*

Et à la fin nous descrirons encore deux particuliers traictez. L'un de la Disme, qui se pourroit dire par autre nom, *La Pratique des Pratiques*. L'autre des Incommensurables Grandeurs.

PRE-

PREMIERE PARTIE DE LA PRATIQVE D'ARITHMETIQVE DES QVATRE COMPVTATIONS RATIONELLES.

Premiere distinction des quatre computations d'Argent.

ENTRE les diverses especes d'argent, qui sont quasi infinies, il y a une pour l'heure par Europe la plus generale, à sçavoir de Livres, Sols, & Deniers. Et combien que la livre d'un païs est inegale à celle d'un autre, car d'autre veleur est la livre de Flandres, d'autre celle de Venize, de France, d'Angleterre, &c. Toutesfois telle raison qu'il y a de la livre à son solz, & du solz à son denier de l'un païs, la mesme y a il en chascun. Car tout solz est la vingtiesme part de sa livre, & tout denier la douziesme de son solz; d'ou s'ensuit que leur maniere de computation est par tout la mesme. nous prendrons doncques pour noz exemples ladicte plus generale espece, les computations de laquelle estant bien entendues, semblables computations seront aussi notoires en especes d'argent quelconques.

De

De l'addition d'argent.

PROBLEME I.

Estant données diverses parties d'argent: Trouver leur somme.

Explication du donné. Soyent les parties d'argent données telles 22 ℔ 15 ß 8 ₰ & 27 ℔ 18 ß 11 ₰ & 34 ℔ 17 ß 10 ₰. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On disposera les parties données comme cy dessoubs. Puis commençant aux deniers, on adjoustera 10 & 11 & 8 font 29 ₰, lesquels divisez par 12 (par 12 parce que 12 ₰ vallent 1 ß) donnent quotient 2 ß 5 ₰.

℔	— ß —	₰
22	. 15 .	8
27	. 18 .	11
34	. 17 .	10
85	. 12 .	5

Puis on mettra les 5 ₰ soubs les deniers, & on adjoustera les 2 ß avec les autre solz, & monteront en tout 52 ß, lesquels divisez par 20 (par 20 parce que 20 ß vallent 1 ℔) donnent quotient 2 ℔ 12 ß. Puis on mettra les 12 ß dessoubs les sols, & les 2 ℔ s'adjousteront avec les autres livres, qui monteront ensemble (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 85 ℔.

Je di, que 85 ℔ 12 ß 5 ₰ sont la somme requise, dont la demonstration est manifeste par la demonstration dudict premier probleme de l'Arithmetique.

NOTA. S'il y eust en l'argent à adjouster des rompuz, comme par exemple 2 ß 3 $\frac{1}{3}$ ₰, & 3 ß 4 $\frac{1}{2}$ ₰, On adjoustera les rompuz $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{2}$, par le 10e. probleme de l'Arithmetique feront $\frac{5}{6}$ ₰, & toute la somme sera 5 ß 7 $\frac{5}{6}$ ₰. Et ainsi d'autres semblables.

COROLLAIRE.

L'addition de toutes autres especes d'argent, est notoire

toire par le precedent. Prennons pour exemple Ducatz, Reaux (desquels les 11 font un ducat) & Maravedis (desquels les 34 font un real) en ceste maniere :

La ou la somme de Maravedis se divisoit par 34, donnant quotient 2 reaux, restant 20 Maravedis, lesquels 2 reaux comptez avec les autres, font 29, lesquels divisez par 11, donnent quotient 2 ducats, restant 7 reaux, lesquels 2 ducats comptez avec les autres font 1504 ducatz, de sorte que la desirée somme est 1504 Ducatz, 7 Reaux, 20 Maravedis.

Duc.		Rea.		Mar.
235	.	9	.	27
583	.	10	.	29
684	.	8	.	32
1504	.	7	.	20

Et semblablement est manifeste par les precedens, l'addition d'especes de matiere quelconque. Par exemple de pois, comme livres & onces, desquelles les 16 sont une livre, dont l'exemple s'en peut donner ainsi:

La ou la somme des onces 39, se divise par 16, donnant quotient 2 ℔, & restant 7 onces, lesquels 2 ℔ comptez avec les autres, font ensemble 123 ℔, de sorte que la somme requise est 123 ℔ 7 onces. Et ainsi de tous autres.

Livres		Onces
23	.	13
42	.	11
56	.	15
123	.	7

Conclusion. Estant doncques donnees diverses parties d'argent. Nous avons trouvé leur somme. Ce qu'il falloit faire.

De la soubstraction d'argent.

PROBLEME II.

Estant donnée partie d'argent de laquelle on soubstraict & partie d'argent à soubstraire: Trouver leur reste.

Explica-

Explication du donné. Quelcun doibt 78 ℔ 17 ß 5 ₰, ſur quoy il a payé 24 ℔ 19 ß 8 ₰. *Explication du requis.* Il faut trouver combien qu'il doibt encore de reſte. *Conſtruction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme cy deſſoubs. Puis pour lever 8 ₰ de 5 ₰, par ce qu'il eſt impoſſible, on empruntera 1 ß des 17 ß, qui vaut 12 ₰, leſquels ajouſtez aux 5 ₰, font 17 ₰, des meſmes ſoubſtraicts 8 ₰, reſtent 9 ₰, leſquels on mettra ſoubs les deniers; Puis pour lever 19 ß de 16 ß (nous diſons de 16 ß, par ce que des 17 ß à eſté emprunté 1 ß) par ce qu'il eſt impoſſible, on empruntera 1 ℔ des 8 ℔, qui vaut 20 ß, leſquels ajouſtez aux 16 ß font 36 ß, des meſmes ſoubſtraicts 19 ß, reſtent 17 ß, leſquels on mettra ſoubs les ſolz.

Puis venant aux livres on dira 4 de 7 (nous diſons 4 de 7, par ce que des 8 ℔ à eſté emprunté 1 ℔) reſte 3 ℔, & 2 de 7 reſte 5. Je di, que 53 ℔ 16 ß 9 ₰ eſt la reſte requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du ſecond probleme de l'Arithmetique.

℔	ß	₰
78	17	5
24	19	8
53	17	9

Concluſion. Eſtant doncques donnée partie d'argent de laquelle on ſoubſtraict, & partie d'argent à ſoubſtraire, nous avons trouvé la reſte; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y euſt en l'argent donné des rompuz, comme par exemple 5 ß 2 $\frac{1}{2}$ ₰ à ſoubſtraire de 12 ß 4 $\frac{2}{5}$ ₰, on ſoubſtraira $\frac{1}{2}$ ₰ de $\frac{2}{5}$ ₰ par le 11 probleme de noſtre Arithmetique, & reſtera $\frac{1}{10}$ ₰, & la reſte ſera 7 ß 2 $\frac{1}{10}$ ₰, & ainſi d'autres ſemblables.

De

De la multiplication d'Argent.

PROBLEME III.

Estant donné argent à multiplier & multiplicateur : Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné argent à multiplier 23 ℔ 3 ß 2 ₰ & multiplicateur 5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction* 1.

On convertira premierement tout l'argent donné en deniers, en ceste sorte :

On multipliera 23 ℔ par autant, qu'il y a des solz en 1 ℔ qui est par 20, monte (par le 3 probleme de nostre Arithmetique) 460 ß, ausquels ajoustez les 3 ß donnez, font 463 ß, les mesmes multipliez par autant qu'il y a des deniers en 1 ß, qui est par 12, font 5556 ₰, & aux mesmes ajoustez 2 ₰ donnez, font pour tout l'argent donné, & converti en deniers 5558. Puis on multipliera les mesmes par le multiplicateur donné 5, faict 27790 ₰. Mais comment on pourra autre fois convertir ces 27790 ₰ en livres & solz, il sera demonstré à la 2 note, du quatriesme probleme suyvant.

```
 23 ℔ 3 ß 2 ₰
 20
 ----
 463 ß
  12
 ----
  926
 4632
 ----
 5558 ₰
    5
 ----
27790 ₰
```

Je di que 27790 ₰ est le produict requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 3 probleme de l'Arithmetique. *Construction* 2. L'on pourroit autrement multiplier 2 ₰ par 5 font 10 ₰ puis 3 ß par 5 font 15 ß puis 23 ℔ par 5 font 115 ℔ de sorte que 115 ℔ 15 ß 10 ₰ seroit le produict requis vallant le mesme que le produict cy dessus 27790 ₰. *Conclusion.* Estant doncques donné

Yy argent

argent à multiplier, & multiplicateur: Nous avons trouvé leur produict; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y eust aux donnez des rompuz, comme par exemple 3 ß $8\frac{1}{3}$ ₰ à multiplier par $2\frac{1}{2}$, on convertira les 3 ß 8 ₰ en deniers, par le 3 probleme cy dessus, font (avec le $\frac{1}{3}$ ₰) $44\frac{1}{3}$ ₰. Puis on multipliera $44\frac{1}{3}$ par $2\frac{1}{2}$ font (par le 12 probleme de l'Arithmetique) pour le requis $110\frac{5}{6}$ ₰, Et ainsi des autres semblables.

De la division d'Argent.

PROBLEME IV.

Estant donné argent à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné argent à diviser 13 ₶ 7 ß 8 ₰ & diviseur 5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction* 1. On reduira les 13 ₶ 7 ß 8 ₰ tous en deniers, par la maniere du precedent 3 probleme, font 3212 ₰; les mesmes divisez par le diviseur 5, donne quotient (par le 4. probleme de l'Arithmetique) $642\frac{2}{5}$ ₰. Mais comment on pourra autrefois reduire ces $642\frac{2}{5}$ ₰ en livres solz & deniers, sera declaré à la 2. note cy dessoubs.

Je di que $642\frac{2}{5}$ ₰ est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 4 probleme de l'Arithmetique. *Construction* 2. Autrement on peut diviser les 13 ₶ par 5, donnent quotient 2 ₶, reste 3 ₶, qui vallent 60 ß, aux mesmes ajoustez les 7 ß, font 67, lesquels divisez par 5, donnent quotient 13 ß, reste 2 ß qui vallent 24 ₰, ausquels ajoustez 8 ₰, font 32 ₰, les mesmes divisez par 5, donnent quotient $6\frac{2}{5}$ ₰. De sorte que 2 ₶ 13 ß $6\frac{2}{5}$ ₰ seroit le quotient requis vallant le mesme que le quotient cy dessus $642\frac{2}{5}$ ₰.

Conclusion. Estant doncques donné argent à diviser & divi-

diviſeur; Nous avons trouvé leur quotient; Ce qu'il falloit faire.

NOTA I.

S'il y euſt aux donnez des rompuz comme par exemple 4 ß 2 $\frac{1}{2}$ ₰, à diviſer par 3 $\frac{1}{3}$, On convertira les 4 ß 2 ₰ en deniers par le precedent 3 probleme, font (avec le $\frac{1}{2}$ ₰) 50 $\frac{1}{2}$ ₰. Puis on diviſera 50 $\frac{1}{2}$ par 3 $\frac{1}{3}$ & donnent quotient (par le 13 probleme de noſtre Arithmetique) pour le requis 15 $\frac{3}{20}$ ₰, & ainſi des autres ſemblables.

NOTA II.

Pour reduire deniers, par exemple 698 ₰, en livres ſolz & deniers, il les faut diviſer par 12, donnent quotient 58 ß, reſte 2, qui ſont 2 ₰; puis pour convertir les 58 ß en livres, on les pourroit diviſer par 20, & donnent quotient 2 ℔, reſte 18, qui ſont 18 ß, mais à cauſe de briefveté & comme par reigle generale, on coupe le dernier charactere 8, par quelque ligne, diſant, la moitie de 5 ſont 2 ℔, reſte 1, lequel mis devant le 8, faict 18 ß, de ſorte que les 698 ₰ convertiz, font 2 ℔ 18 ß 2 ₰. Et la diſpoſition des characteres de l'operation, eſt telle:

NOTA III.

```
 xx (2
698 (5 (8
xzz  2 . 18 . 2
 x
```

Pour ſçavoir la valeur d'un rompu de livre, par exemple de $\frac{24}{35}$ ℔, il faut multiplier le numerateur 24 par 20, faict 480, les meſmes diviſez par le nominateur 35, donnent quotient 13 ß, reſtent 25, les meſmes multipliez par 12, font 300, leſquels autrefois diviſez par 35, donnent quotient 8 $\frac{4}{7}$ ₰. De ſorte que les $\frac{24}{35}$ ℔, vallent 13 ß 8 $\frac{4}{7}$ ₰.

Deuxieſme diſtinction des quatre computations des Raiſons.

IL y a controverſe entre les Autheurs Mathematiciens (& principalement entre les Commentateurs de la cincquiesme definition du 5 livre d'Euclide) touchant les computations des Raisons: Car ce que les aucuns appellent Addition & Soubstraction des Raisons, les autres veulent que ce soit Multiplication, & Division, les autres disent que c'est matiere obscure & confuse. Mais cõme il advient à plusieurs autres disciplines, esquelles l'on cognoit & entend la nature des principes plus parfaictement, quand on vient à la Pratique d'icelles: Ainsi nous deviennent les proprietez des computations des Raisons plus notoires par leur usage: Comme entre autres la Theorie de la Musique (dont nous descrirons alieurs un traicté particulier.) La reigle de Compaignie (que nous declarerons cy apres.) Quelques demonstrations de Ptolemee en sa Grande Composition, &c. Pourtant celuy qui requiert la solide intelligence de ces computations des Raisons, se peut exercer esdictes operations.

Quant à ce que quelcun me pourroit demander, pourquoy nous ne les avons pas mis en la precedente Arithmetique; Je luy respons, que icelles computations sont de purs nombres, & que la Raison (comme il apparoistra plus amplement à la multiplication des Raisons suyvante) n'est point nombre, ains subject (comme les autres matieres auquel s'applique le nombre, parquoy leur lieu n'y estoit pas.

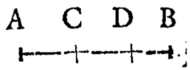
Mais à fin de declarer aucunes qualitez de la Raison, par quelque sa similitude à ligne, nous en descrirons (avant que venir aux problemes) quelque Theoreme tel:

THEOREME.

LA Raison Arithmetique, coupée par termes, reçoit des qualitez semblables aux qualitez de la ligne coupée par lignes.

Explication du donné. Soit la Raison de 12 à 3, coupée par quelques termes 4 & 2 en ceste sorte 12, 4, 2, 3.

Puis



Puis soit la ligne AB, coupée par lignes aux poincts CD. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du Theoreme.

Demonstration.

Premiere qualité.

Comme toutes les parties de la ligne AB, comme AC, CD, DB, sont lignes; Ainsi toutes les parties de la Raison 12 à 3, comme 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, sont Raisons, à sçavoir Triple, Duple, Subsesquialtere.

Seconde qualité.

Comme la ligne AB, est egale à toutes ses parties AC, CD, DB; Ainsi est la Raison de 12 à 3 (qui est quadruple) egale à toutes ses parties 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, car Raison Triple, Duple, & Subsesquialtere, font aussi ensemble (comme il apparoistra par le cincquiesme probleme) Raison quadruple.

Troisiesme qualité.

Quand de la ligne AB, se coupe la ligne DB, il y reste la ligne AD; Ainsi quand de la Raison 12 à 3, se coupe la Raison de 2 à 3, il y reste encore la raison de 12 à 2, car de Raison Quadruple, soubstraict Raison Subsesquialtere, Reste (comme il apparoistra par le 6e probleme) Raison Sextuple. Nous pourrions descrire plusieurs exemples semblables, ne fust que les precedens semblent suffire au propost. *Conclusion.* La Raison doncques Arithmetique coupée, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

De l'addition des Raiſons.

PROBLEME V.

Estant données Raiſons Arithmetiques à ajouſter : Trouver leur ſomme.

Explication du donné. Soyent donnez deux Raiſons duples, qui eſt *Raiſon* $\frac{2}{1}$, & *Raiſon* $\frac{2}{1}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On multipliera les $\frac{2}{1}$ par les $\frac{2}{1}$ faict pour ſolution (par le 12[e] probleme de l'Arithmetique) $\frac{4}{1}$. Ajouſtant doncques (car addition des Raiſons ne requiert autre operation que la multiplication des rompuz) Raiſon duple, à Raiſon duple, donne ſomme *Raiſon* $\frac{4}{1}$, ceſt Raiſon quadruple. *Demonſtration.* Les demonſtrations Arithmetiques ne ſe font pas touſiours par nombres, mais par matiere à l'intention, la plus commode, ce qui eſt ſouvent par grandeurs, nous en prendrons maintenant les ſons ou voix. Or il eſt à ſçavoir, que comme noſtre entendement comprend par la veue, que deux aulnes de quelque eſtouffe, ſont le double de une aulne ; Ainſi comprend l'entendement par l'ouye, que l'inferieur ſon ou terme de l'octave Muſicale, eſt le double du ſuperieur: Et ſemblablement que l'inferieur terme de la decimequinte, eſt quadruple à ſon ſuperieur, voire les corps inanimez le teſmoignent, en cela qu'ils obſervent entre eux la raiſon de leurs ſons, comme toute la corde du luc, faict à ſa moitie (qui ſont comme de 2 à 1) le ſon de 2 à 1, qui eſt l'octave, & ainſi de toutes ſes autres parties ; De ſorte que les deux termes de l'octave, ſont en Raiſon double, & de la decimequinte Raiſon quadruple. Mais deux octaves ſont une decimequinte ; Ergo deux raiſons doubles, ſont enſemble une Raiſon quadruple, ce qu'il nous falloit demonſtrer.

Et

Et par les precedens s'entendra, que *Raison* $\frac{3}{2}$ ajouſtée à *Raison* $\frac{4}{3}$, faict *Raison* $\frac{2}{1}$, c'eſt à dire en ſons, que la quinte avec la quarte, faict l'octave, & ainſi des autres. *Concluſion*. Eſtant doncques données Raiſons Arithmetiques à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des Raiſons.

PROBLEME VI.

Estant donnée Raiſon de laquelle on ſoubſtraict, & Raiſon à ſoubſtraire : Trouver leur reſte.

Explication du donné. Soit donné Raiſon de laquelle il faut ſoubſtraire quadruple, qui eſt *Raiſon* $\frac{4}{1}$, & à ſoubſtraire Duple, qui eſt *Raiſon* $\frac{2}{1}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On diviſera les $\frac{4}{1}$ par les $\frac{2}{1}$ faict pour ſolution $\frac{2}{1}$ (car ſoubſtraction des Raiſons ne requiert autre operation que diviſion des rompuz) qui eſt Raiſon duple. *Demonſtration.* Nous comprenons par l'ouye (comme il a eſté dict à la demonſtration du 5e probleme) que les deux termes de l'octave muſicale, ſont en Raiſon double, & de la decimequinte en Raiſon quadruple, Mais ſoubſtraict l'octave de la decimequinte, il y reſte encore une octave, qui eſt de Raiſon double. Ergo ſoubſtraict Raiſon double, de Raiſon quadruple; Reſte encore Raiſon double, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et par les precedens s'entendra, que de *Raiſon* $\frac{3}{2}$ ſoubſtraict *Raiſon* $\frac{4}{3}$, reſte *Raiſon* $\frac{9}{8}$, c'eſt à dire en ſons, que de la quinte ſoubſtraict la quarte reſte la ſeconde, de laquelle les termes ſont en *Raiſon* $\frac{9}{8}$, & ainſi des autres. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée Raiſon de laquelle on ſoubſtraict, & Raiſon à ſoubſtraire, Nous avons trouvé leur reſte; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des Raisons.

Il est vulgaire que l'on dit que deux Raisons ne reçoivent point entre eux la multiplication, ce qui est vray, mais il nous faut demonstrer la cause par tel theoreme.

THEOREME.

QVe tout multiplicateur est nombre.

Explication du donné. Soyent trois aulnes de drap, à 2 escuz l'aulne, le produict desquels se dict communement 6 escuz, pour la valeur des 3 aulnes. *Explication du requis.* Il faut demonstrer qu'il est impossible de multiplier 2 escuz par trois aulnes. *Demonstration.* Posons le cas que deux escuz, multipliez par 3 aulnes, montent 6 escuz; Puis multiplions 2 escuz par 3, c'est à dire prennons 2 escuz trois fois, & le produict sera aussi 6 escuz. Or produicts egaux ayans quantitez à multiplier egales, ont aussi multiplicateurs egaux; Doncques nombre 3 sera egal à 3 escuz, ce qui est absurd, veu que l'escu est autre espece de quantité que n'est nombre. Doncques n'estant nombre 3 pas egal à 3 escuz s'ensuit que 2 aulnes multipliées par 3 escuz, ne donnent pas le mesme produict que 2 aulnes multipliées par nombre 3, qui est 6 escuz. Il est aussi notoire qu'ils ne donnent produict maieur ny moindre que 6 escuz, parquoy il est manifeste qu'ils ne donnent aucun produict ou que c'est impossible de multiplier 2 aulnes par 3 escuz. Et le mesme se demonstrera de multiplicateur de matiere quelconque n'estant point nombre. *Construction.* Tout multiplicateur doncques est nombre; ce qu'il falloit demonstrer.

Or

Or ayant demonſtré par ce Theoreme, que tout multiplicateur (combien que le ſemblable n'avient point à Addition, Soubſtraction ou Diviſion des autres matieres) doibt eſtre nombre ; Eſtant auſſi notoire, que Raiſon n'eſt pas nombre, mais la mutuelle habitude des nombres ; S'enſuit que la raiſon ne ſe pourra multiplier par Raiſon, mais bien par nombre, comme nous en deſcrirons le probleme cy deſſoubs.

Il y a auſſi quelques difficultez notoires par ce Theoreme, qui ſemblent autrement aſſez obſcures, Faiſons en par exemple quelque Syllogiſme en *Barbara* en ceſte ſorte :

Quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux donnent produicts egaux :

3 ℔ *multipliees par* 2 ℔, *Et* 60 ß *multipliez par* 40 ß, *ſont quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux.*

Ergo 3 ℔ *multipliees par* 2 ℔ (*qui ſont* 6 ℔) *&* 60 ß *multipliez par* 40 ß (*qui ſont* 120 ℔) *donnent produicts egaux.*

Et par conſequent 6 ℔ ſont egaux à 120 ℔.

Mais la fauſeté de l'aſſomption eſt notoire par ledict Theoreme, par ce que les 2 ℔ & 40 ß ne ſont point multiplicateurs, veu que ce ne ſont point nombres, & par conſequent ce ne ſont pas quantitéz egales multipliees par multiplicateurs egaux.

Il eſt bien vray que nous nommons aucunefois telles matieres multiplicateurs, mais l'on ſe ſouviendra en tel endroict de la reigle, que

L'abſurd ſe concede à fin d'entendre plus facilement le vray.

De la multiplication des Raiſons.

PROBLEME VII.

Estant donnée Raiſon à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier : Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit donné à multiplier *Raison* $\frac{3}{2}$, qui est sesquialtere, & multiplicateur 4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* Le 3 (des $\frac{3}{2}$) se multipliera 4 fois (parce que multiplicateur est 4) en ceste sorte: 3 fois 3 font 9, & 3 fois 9 font 27, & trois fois 27 font 81: Et semblablement se multipliera le 2 (des $\frac{3}{2}$) 4 fois, disant, 2 fois 2 font 4, & 2 fois 4 font 8, & 2 fois 8 font 16, le mettant soubs le susdict 81 en ceste sorte $\frac{81}{16}$.

Je di que *Raison* $\frac{81}{16}$ (qui est quincuple sesquisesiesme) est le produict requis. *Demonstration.* Toute chose multipliée par 4, donne produict qui est egal à la somme de quatre telles choses, mais la somme de quatre Raisons sesquialteres est (par le 5 probleme) *Raison* $\frac{81}{16}$, ergo *Raison* $\frac{81}{16}$ est le vray produict requis.

L'on pourroit encore demonstrer le susdict en ceste sorte: Le produict à sçavoir *Raison* $\frac{81}{16}$ contient la *Raison* $\frac{3}{2}$ à multiplier, autant des fois qu'il y a unitez au multiplicateur 4 (car l'unité est en 4 quatre fois, aussi est la *Raison* $\frac{3}{2}$ quatre fois en *Raison* $\frac{81}{16}$ par le suyvant Probleme) Ergo *Raison* $\frac{81}{16}$ est par la 93 definition leur vray produict. La demonstration est encore notoire par la division; car la *Raison* $\frac{81}{16}$ divisée par le multiplicateur 4, donne quotient (par le 10 probleme) *Raison* $\frac{3}{2}$ qui est la raison à multiplier; Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VIII.

Estant donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique rompu: Trouver leur produict.

Explica-

Explication du donné. Soit donné à multiplier *Raison* $\frac{4}{9}$ qui est subduple sesquiquarte; & multiplicateur nombre rompu $\frac{3}{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On multipliera la *Raison* $\frac{4}{9}$ par le numerateur du multiplicateur qui est 3 faict par le 7e probleme *Raison* $\frac{64}{729}$; la mesme se divisera par le nominateur du multiplicateur donné, à sçavoir par 2, & donne quotient (par le suyvant 10 probleme) & solution *Raison* $\frac{8}{27}$; dont la demonstration sera semblable à la precedente. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison, &c. ce qu'il falloit faire.

De la division des Raisons.

Il est bien vray que la communauté de la Division & Multiplication est si grande, que la qualité de l'un consiste au contraire de l'autre, toutesfois combien que la Raison ne peut estre multiplicateur (comme nous avons dict devant le 7 probleme) si est ce que la raison peut estre diviseur. Et si on le considere bien, il ne se trouvera par tout sinon que parfaicte coherence, & que ceste cy est en toutes ses parties, naturellement le vray contraire de celle la, comme le demonstrent aussi les preuves de l'une par l'autre. La raison pourquoy le diviseur peut estre quelque autre chose que nombre, est notoire par les grandeurs, ausquelles la ligne divisée par ligne, donne quotient nombre, mais divisée par nombre, donne quotient ligne.

Par exemple la ligne de 6 pieds, divisée par une ligne de 2 pieds, donne quotient 3; Et la ligne de 6 pieds, divisée par 3 donne quotient une ligne de deux pieds: Et ainsi des Raisons; dont il est notoire, que ceux-la s'abusent, disans que Raison ne se peut diviser par Raison. Mais à fin que le tout soit plus manifeste, nous descrirons des particuliers problemes desdictes diversitez.

PROBLE-

PROBLEME IX.

Estant donnée Raison à diviser & Raison diviseur : Trouver leur quotient.

REIGLE GENERALE DES OPERATIONS DE CESTE DIVISION.

Le diviseur se soubstraira tant de fois de la Raison à diviser, jusques à ce qu'il y a reste, qui soit Raison egale, ou d'autre espece de Raison que la Raison à diviser : C'est à dire, si la Raison à diviser, fut Raison de majeure inegalete, alors on soubstraira autant des fois le diviseur, jusques à ce que la reste soit Raison d'egaleté, ou Raison de moindre inegaleté ; Mais si la Raison à diviser fut Raison de majeure inegaleté, alors on soubstraira autant des fois le diviseur, jusques à ce que la reste soit Raison d'egaleté, ou Raison de majeure inegaleté. Et par la multitude des soubstractions, se colligera le quotient, car chascune soubstraction denote unité. Nous donnerons de ces differences deux exemples comme s'ensuit.

Premier exemple auquel se rencontre reste d'egaleté.

Explication du donné. Soit donné à diviser *Raison* $\frac{8}{27}$ qui est subtriple superpartiente octaves. Et le diviseur *Raison* $\frac{2}{3}$, qui est subsesquialtere. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On soubstraira *Raison* $\frac{2}{3}$ de *Raison* $\frac{8}{27}$, par le 6 probleme, & restera *Raison* $\frac{24}{45}$, laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diviser, à sçavoir de moindre inegaleté, parquoy il faut (selon l'avertissement de la reigle generale cy dessus)

dessus) autrefois de *Raison* $\frac{24}{54}$ soubstraire *Raison* $\frac{2}{3}$, & restera *Raison* $\frac{72}{108}$, laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diviser, à sçavoir de moindre inegaleté, parquoy il nous faut autrefois de *Raison* $\frac{72}{108}$ soubstraire *Raison* $\frac{2}{3}$ & restera *Raison* $\frac{216}{216}$, laquelle estant d'egaleté, nous avons le requis, à sçavoir que à cause des trois soubstractions nous comptons trois unitez pour quotient.

Je di, que 3 est le quotient requis. *Demonstrat.* Toute chose divisée, donne quotient qui est egal aux Fois que le diviseur se peut soubstraire de la chose à diviser. Mais le diviseur *Raison* $\frac{2}{3}$ se peut soubstraire 3 fois de *Raison* $\frac{8}{27}$, par le 6e probleme, doncques 3 est le vray quotient.

L'on pourroit encore demonstrer le susdict en ceste sorte: Le quotient 3 contient autant des fois l'unité que la *Raison* $\frac{8}{27}$ à diviser contient la *Raison* $\frac{2}{3}$ diviseur, c'est doncques (par la 96 definition de l'Arithmetique) le vray quotient.

La demonstration est encore notoire par la multiplication precedente, car multipliant le produict 3, par le diviseur *Raison* $\frac{2}{3}$, donne produict (par le 7e probleme) *Raison* $\frac{8}{27}$ qui est la raison à diviser, ergo, &c.

Second exemple auquel se rencontre reste d'inegaleté.

Explication du donné. Soit donné à diviser *Raison* $\frac{10}{3}$, qui est triple de sesquitierce; Et le diviseur *Raison* $\frac{3}{2}$, qui est sesquialtere. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On soubstraira *Raison* $\frac{3}{2}$ de *Raison* $\frac{10}{3}$ par le 6e probleme & restera *Raison* $\frac{20}{9}$, laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diviser, à sçavoir de maieure inegaleté; Il faut doncques de *Raison* $\frac{20}{9}$ autrefois soubstraire *Raison* $\frac{3}{2}$, & restera *Raison* $\frac{40}{27}$, laquelle

quelle eſt encore de la meſme eſpece que la Raiſon à diviſer, à ſçavoir de maieure inegaleté. Il nous faut doncques de *Raiſon* $\frac{40}{27}$ autrefois ſoubſtraire *Raiſon* $\frac{2}{3}$ & reſtera *Raiſon* $\frac{80}{81}$, qui eſtant autre eſpece que la *Raiſon* donnée à diviſer, je concluz que la derniere ſoubſtraction n'eſt pas beſoing, mais que la ſeconde ſoubſtraction monſtre que le quotient eſt 2 plus Raiſon $\frac{40}{27}$ diviſée par *Raiſon* $\frac{3}{2}$, qui ſe peut deſcrire, comme les rompuz en ceſte ſorte:

$$2\,\frac{\textit{Raiſon}\ \frac{40}{27}}{\textit{Raiſon}\ \frac{3}{2}}$$

Mais ſi on en voulut ſçavoir quelle partie d'unité vaut ledict rompu on diviſera autre fois le nominateur par le numerateur & de quotient 2 la reſte ſe dira $\frac{1}{2}$ & de 3 ſe dira $\frac{1}{3}$, &c. Et s'il y reſtoit alors encore quelque choſe, l'on procedera en la meſme comme des precedens. Dont la demonſtration eſt aſſez notoire par les precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donné Raiſon à diviſer, & Raiſon diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Si la Raiſon à diviſer fut de moindre inegalité, & que la premiere reſte fut maieure Raiſon, que ladicte Raiſon à diviſer, le quotient ſera de nombre infini. Comme *Raiſon* $\frac{1}{2}$, eſt cõtenue infinies fois en *Raiſon* $\frac{3}{1}$.

Et ſemblablement ſi la Raiſon à diviſer fut de moindre inegaleté, & que la premiere reſte fut moindre Raiſon, que ladicte Raiſon à diviſer, le quotient ſera de nombre infini, comme *Raiſon* $\frac{3}{1}$ eſt contenue infinies fois en *Raiſon* $\frac{1}{2}$.

PROBLEME X.

Eſtant donnée Raiſon à diviſer, & diviſeur nombre Arithmetique entier: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné à diviſer *Raiſon* $\frac{81}{16}$ qui eſt quincuple ſeſquiſeiſieſme, & diviſeur 4. *Explica-*

tion

tion du requis. Il faut trouver leur quotient. *Construction.* Il est notoire par le contraire da la division, qui est par la multiplication, que si le diviseur donné fut 2, qu'on faut extraire racine de ② (qui est racine quarrée) de chascun terme de la Raison à diviser. Mais si le diviseur donné fut 3, que l'on extraira racine de ③ qui est racine cubique; Et que pour 4, l'on extraira racine de ④, &c. Or le diviseur donné est 4, parquoy il nous faut extraire racine de ④ de chascun terme de la Raison donnée: Doncques la racine de ④ de 81 est 3, & de 16 est 2, lesquels 3 & 2 signifient que le quotient requis est *Raison* $\frac{3}{2}$ qui est sesquialtere: Dont la demonstration est manifeste par les demonstrations precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison à diviser, & diviseur nombre Arithmetique entier, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME XI.

Estant donnée Raison à diviser; & diviseur nombre Arithmetique rompu: Trouver leur quotient.

Explication du donné. Soit donné à diviser *Raison* $\frac{4}{6}$. Et diviseur nombre rompu $\frac{2}{3}$. *Construction.* On multipliera la *Raison* $\frac{4}{6}$ par le nominateur du diviseur, qui est 3, faict par le 7^e^ probleme *Raison* $\frac{64}{729}$, la mesme se divisera par le numerateur 2 du diviseur donné, & donne quotient par le 10^e^ probleme, *Raison* $\frac{8}{27}$, qui est subtriple supertripartiente octaves, pour le quotient requis; Dont la demonstration est notoire par les precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison à diviser, & diviseur nombre Arithmetique rompu, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

Fin de la premiere partie.

SECON-

SECONDE PARTIE DE LA PRATIQVE D'ARITHMETIQVE DE LA COMPVTATION PROPORTIONELLE.

Premiere distinction de la seconde partie de la Pratique d'Arithmetique qui est de la reigle de trois.

NOvs avons defini la Reigle de trois à la 101 definition de l'Arithmetique, mais il la faut icy entendre de nombres appliquez à matieres, comme apparoistra par les exemples suivans.

Exemple I. par entiers.

14 aulnes de drap, coustent 5 ℔ 2 ß 3 ₰, combien cousteront 25 aulnes?

Constrvction.

On multipliera les 5 ℔ 2 ß 3 ₰ par les 25, font (par le precedent 3 probleme) 30675 ₰, les mesmes divisez par 14, donnent quotient 2191 $\frac{1}{14}$ ₰, qui vallent (par la 2 note du 4 probleme) 9 ℔ 2 ß $\frac{1}{14}$ ₰, & autant vaudront les 25 aulnes de drap.

Exemple II. par rompvs.

2 $\frac{3}{4}$ aulnes de drap, coustent 4 ℔, combien coustent 3 $\frac{1}{3}$ aulnes?

Constrvction.

On multipliera les deux derniers termes comme 4 & 3 $\frac{1}{3}$ l'un par l'autre, donne produict (par le 12e probleme de l'Arithmetique) $\frac{40}{3}$, les mesmes se diviseront par

par le premier terme 2 $\frac{2}{4}$, & donnent quotient (par le 13e probleme de l'Arithmetique) $\frac{160}{33}$ ℔, qui font 4 $\frac{28}{33}$ ℔, & autant vaudront les 3 $\frac{1}{3}$ aulnes.

NOTA. Quant aux diverſes manieres d'operations qu'aucuns deſcrivent ſur ceſte reigle de trois par rompuz, à ſçavoir que ſelon la diſpoſition des rompuz, qui ſe rencontrent aux trois termes donnez, ils en font des diverſes reigles; elles ſont inutiles, veu que ce ſont des diverſes conſtructions (leſquelles ſans cauſer aucune briefveté, ne ſont que charges de la memoire) qui ſe peuvent faire par une ſeule & generale; à ſçavoir qu'on multiplie touſiours les deux derniers termes, l'un par l'autre, & que l'on diviſe le produict par le premier. Pourtant je conſeille à ceux qui veullent par intelligence des cauſes facilement calculer ou enſeigner la jeuneſſe en ceſte reigle de trois par rompuz, de ſuivre ceſte maniere; Ainſi enſeignée entre autres par Iherome Cardane, Michiel Stiffle, Nicolas Tartalle, Iuan Peris de Moya, Gemme Friſon, Cutebert Tonſtalle, &c. & que ils delaiſſent celle la.

DV COMPENDIE DE LA REIGLE DE TROIS.

IL y a quelque vulgaire compendie en la reigle de trois, aſſez commode aux païs ou l'on compte par livres ſolz & deniers, duquel nous donnerons onze exemples, le premier par quelques ß & 1 ₰, le ſecond par quelques ß & 2 ₰, & ainſi par ordre des autres juſques à l'onzieſme. Quant aux lieux ou l'on n'uſe point tella eſpece, on pourra par ceſte maniere facilement faire un ordre propre pour les uſitees monnoies de chaſcun païs.

EXEMPLE I.

1 aulne vaut 7 ß 1 ₰, combien vaudront 28 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera le 28 par 7 ß, font 196; Puis par ce que 1 ₰ est la douziesme partie d'un solz, on prendra la douziesme partie de 28 qui est 2 le mettant soubs le 6, & par le 4 restant, se multipliera 1 ₰, faict 4 ₰, lesquels se mettront joignant le 2. Puis on ajoustera ce qu'il y a entre les lignes, & le somme sera 198 ß 4 ₰, qui vallent pout solution 9 ℔ 18 ß 4 ₰, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

28		
7	.	1
196		
2	.	4
19 (8	.	4
9.18	.	4

NOTA. Tel qu'a esté l'ordre de l'operation du precedente exemple, auquel la valeur d'une chose ameine avec soy 1 ₰: Semblable sera aussi l'ordre des operations des dix exemples suivans, car on multipliera tousiours les choses desquelles on veut sçavoir la valeur par les solz du valeur d'une chose; Puis on prendra telle partie des choses desquelles on veut sçavoir la valeur, quelle partie sont les deniers (que la valeur d'une chose ameine avec soy) d'un solz, comme pour 2 ₰ par ce que c'est le sixiesme d'un solz, on prendra aussi le sixiesme des choses desquels on veut sçavoir la valeur, & s'il y reste quelque chose, le mesme se multipliera par les 2 ₰, & ainsi des autres, comme il sera plus notoire par les exemples suivans.

EXEMPLE II.

1 piece d'argent vaut 3 ß 2 ₰, combien vaudront 34 pieces?

CONSTRVCTION.

On multipliera 34 par 3 ß, font 102; Puis par ce que

que 2 ₰ est la sixiesme d'un solz, on prendra aussi la sixiesme de 34, qui est 5, reste 4, le mesme multiplié par 2 ₰, faict 8, lesquels ajousté font 107 ß, 8 ₰, qui vallent pour solution 5 ℔ 7 ß 8 ₰, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

34		
3	.	2
102		
5	.	8
10(7	.	8
5.7	.	8

EXEMPLE III.

1 aulne couste 2 ß 3 ₰, combien cousteront 27 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 27 par 2 ß, font 54; Puis par ce que 3 ₰ est le quart d'un solz, on prendra aussi le quart de 27, qui est 6, reste 3, le mesme multiplié par 3 ₰, font 9, lesquels ajoustez font 60 ß 9 ₰, qui vallent pour solution 3 ℔ 0 ß 9 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

27		
2	.	3
54		
6	.	9
6(0	.	9
3.0	.	9

EXEMPLE IV.

1 aulne couste 3 ß 4 ₰, combien cousteront 38 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 38 par 3 ß, font 114; Puis, par ce que 4 ₰ est le tiers d'un solz, on prendra aussi le tiers de 38, qui est 12, reste 2, le mesme multiplié par 4 ₰, faict 8, lesquels ajoustez font 126 ß 8 ₰, qui vallent pour solution 6 ℔ 6 ß 8 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

38		
3	.	4
114		
12	.	8
12(6	.	8
6.6	.	8

EXEMPLE V.

1 aulne couste 3 ß 5 ₰, combien cousteront 29 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 29 par 3 ß, font 87; Puis par ce que 5 ₰ ne mesure pas 1 ß, on besoignera premierement par 3 ₰, & puis par 2 ₰; Or par ce que 3 ₰ est le quart d'un solz, on prendra aussi le quart de 29, qui est 7, reste 1, qui multiplié par 3 ₰ faict 3; Et de mesme sorte on besoignera par les 2 ₰, lesquels estant la sixiesme d'un solz, il faut prendre le sixiesme de 29, qui est 4, reste 5, qui multiplié par 2 ₰, faict 10, lesquels ajoustez font 99 ß 1 ₰, qui vallent pour solution 4 ℔ 19 ß 1 ₰, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

29		
3	.	5
87		
7	.	3
4	.	10
9(9	.	1
4 . 19	.	1

EXEMPLE VI.

1 aulne couste 2 ß 6 ₰, combien cousteront 27 aulnes.

CONSTRVCTION.

On multipliera 27 par 2 ß, font 54; Puis par ce que 6 est la moitie de un solz, on prendra aussi la moitie de 27, qui est 13, reste 1, le mesme multiplié par les 6 ₰, font 6, lesquels ajoustez font 67 ß 6 ₰, qui vallent pour solution 3 ℔ 7 ß 6 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

27		
2	.	6
54		
13	.	6.
6(7	.	6
3 . 7	.	6

EXEM-

EXEMPLE VII.

1 aulne couste 4 ß 7 ₰, combien cousteront 38 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 38 par 4 ß, font 152; Puis par ce que 7 ₰ ne mesure pas 1 ß; On besoignera premierement par 4 ₰, & puis par 3 ₰; Or par ce que 4 ₰ est le tiers d'un solz, on prendra aussi le tiers de 38, qui est 12, reste 2, qui multiplié par 4 ₰, faict 8; Et de mesme sorte on besoignera par les 3 ₰, lesquels estant le quart d'un ß, on prendra aussi le quart de 38, qui est 9, reste 2, qui multiplié par 3 ₰, font 6, lesquels ajoustez font 174 ß 2 ₰, qui vallent pour solution 8 ℔ 14 ß 2 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

38		
4	.	7
152		
12	.	8
9	.	6
17(4	.	2
8.14	.	2

EXEMPLE VIII.

1 aulne couste 2 ß 8 ₰, combien cousteront 32 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 32 par 2 ß, font 64; Puis, parce que 8 ₰ ne mesure pas 1 ß, on besoignera par 4 ₰, & 4 ₰; Or par ce que 4 ₰ est le tiers d'un solz, on prendra aussi le tiers de 32, qui est 10, reste 2, lequel multiplié par 4 ₰, faict 8, les mesmes 10, 8 se mettront autrefois, à cause des autres 4 ₰, lesquels ajoustez font 85 ß 4 ₰, qui vallent pour solution 4 ℔ 5 ß 4 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

32		
2	.	8
64		
10	.	8
10	.	8
8(5	.	4
4.5	.	4

EXEM-

EXEMPLE IX.

1 aulne couste 3 ß 9 ₰, combien cousteront 31 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 31 par 3 ß, font 93; Puis, par ce que 9 ₰ ne mesure pas 1 ß, on prendra 3 ₰ & 3 ₰ & 3 ₰; Or par ce que 3 ₰ est le quart d'un solz, on prendra aussi le quart de 31, qui est 7, reste 3, lequel multiplié par 3 ₰, font 9; Et les mesmes 7. 9 se mettront encore deux fois, à cause des autres 3 ₰ & 3 ₰; Lesquels ajoustez font 116 ß 3 ₰; qui vallent pour solution 5 ℔ 16 ß 3 ₰, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

31		
3	.	9
93		
7	.	9
7	.	9
7	.	9
11(6	.	3
5.16	.	3

EXEMPLE X.

1 aulne couste 2 ß 10 ₰, combien cousteront 35 aulnes?

CONSTRVCTION.

On multipliera 35 par 2 ß, font 70; Puis, par ce que 10 ₰ ne mesure pas 1 ß, on prendra 6 ₰ & 4 ₰; Or par ce que 6 ₰ est la moitie d'un solz, on prendra aussi la moitie de 35, qui est 17, reste 1, lequel multiplié par 6 ₰, faict 6, Et de mesme sorte on besoignera par les 4 ₰, lesquels estant le tiers d'un solz il faut prendre le tiers de 35, qui est 11, reste 2, qui multiplié par 4 faict 8, lesquels ajoustez font 99 ß 2 ₰, qui vallent pour solution 4 ℔ 19 ß 2 ₰; dont la disposition des characteres de l'operation est telle.

35		
2	.	10
70		
17	.	6
11	.	8
9(9	.	2
4.19	.	2

EXEM-

EXEMPLE XI.

1 *aulne couste* 3 ß 11 ₰, *combien coustent* 37 *aulnes?*

CONSTRVCTION.

On multipliera 37 par 3 ß, font 111; Puis, parce que 11 ₰ ne mesure pas 1 ß, on prendra 4 ₰ & 4 ₰ & 3 ₰; Or par ce que 4 ₰ est le tiers d'un solz, il faut prendre le tiers de 37, qui est 12, reste 1, lequel multiplié par 4 ₰, faict 4, les mesmes 4 se mettront autre fois à cause des autres 4 ₰; Puis par ce que 3 ₰ est le quart de 1 ß, il faut prendre le quart de 37, qui est 9, reste 1, lequel multiplié par 3 faict 3; lesquels ajoustez font 144 ß 11 ₰, qui vallent pour solution, 7 ℔ 4 ß 11 ß. Dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

37		
3	.	11
111		
12	.	4
12	.	4
9	.	3
14 (4	.	11
7.4	.	11

NOTA. Si la valeur d'une chose fut de Livres solz & deniers par exemple:

1 *aulne couste* 3 ℔ 14 ß 6 ₰, *combien cousteront* 43 *aulnes?*

On convertira les livres & solz & la question sera alors telle:

1 *aulne couste* 74 ß 6 ₰, *combien cousteront* 43 *aulnes?*

Dont l'operation sera semblable à celle du precedent 6e exemple ainsi:

Ceste maniere est beaucoup plus facile, que d'operer sans convertir les livres en solz, comme font les aucuns.

43		
74	.	6
172	.	
3011	.	6
2	.	
320 (3	.	6
160.3	.	6

DE LA PROPORTION RENVERSE ET ALTERNE.

LES exemples ſuivans, dependent de la renverſe ou alterne proportion des precedens.

EXEMPLE I.

2 aulnes de toille couſtent 3 ß, combien des aulnes ſe donneront pour 6 ß?

CONSTRVCTION.

On mettra les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme incognu, on mettra o, en ceſte ſorte:

2 . 3 . 0 . 6

Or pour trouver le troiſieſme terme incognu, on dira par la renverſe proportion de la 82 definition, 3 donne 3, combien 6? faict pour ſolution (par le precedent premier exemple) 4 aulnes; Ou autrement par alterne proportion de la 83 definition, 3 donnent 6, combien 2? faict comme deſſus 4 aulnes. Et ſemblable ſera l'operation quand le premier ou ſecond terme eſt incognu.

EXEMPLE II.

200 ſoldats ont des vivres pour 2 mois, pour combien des ſoldats y aura ils des vivres pour 5 mois?

CONSTRVCTION.

On dira par proportion renverſe 5 donnent 2, combien 200? faict pour ſolution (par le precedent 1 exemple) 80, & pour autant des ſoldats y aura il des vivres pour 5 mois.

EXEM-

EXEMPLE III.

Vaillant le boisseau du froment 20 ß, alors l'on achate 4 livres du pain pour 1 ß, combien du pain se donnera pour 1 ß, vallant le boisseau du froment 16 ß.

CONSTRVCTION.

On dira par proportion renverse, 16 donnent 4, combien 20? faict pour solution (par le precedent 1 exemple) 5 livres du pain qu'on aura alors pour 1 ß.

La demonstration des precedens exemples est manifeste par celle du 14e probleme de l'Arithmetique.

Seconde distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la reigle de cincq.

DEFINITION.

Reigle de cincq, est celle par laquelle on trouve un cincquiesme terme, en telle raison au troisiesme, comme le produict du quatriesme & cincquiesme, au produict du premier & second.

EXEMPLE I.

3 enfouisseurs enfouent en 2 jours 5 verges, combien des verges enfoueront 6 enfouisseurs en 4. jours?

CONSTRVCTION.

Si les cincq termes donnez ne fussent pas disposez en ordre comme cy dessus, il les faudroit ainsi mettre, disant, le produict du premier & second terme, donne le troisiesme, combien donnera le produict du quatriesme & cincquiesme? c'est à dire 6 (car autant est le produict du premier par le second, à sçavoir 3 par 2) donnent 5 (qui est le troisiesme terme) combien donnera 24?

 (car

(car autant est le produict du quatriesme & cincquiesme terme, à sçavoir 6 par 4) faict pour solution 20 verges.

Demonstration.

Les deux parties des enfouisseurs sont en *Raison* $\frac{3}{6}$, & les deux parties des jours sont en *Raison* $\frac{2}{4}$; Mais ajoustant *Raison* $\frac{3}{6}$ à *Raison* $\frac{2}{4}$, donne somme par le 5e probleme de ceste practique d'Arithmetique, *Raison* $\frac{6}{24}$: Doncques comme 3 enfouisseurs & 2 jours, à 6 enfouisseurs & 4 jours, ainsi 6 à 24, de sorte que les quatre termes, sont maintenant convertiz en deux (vallans la mesme raison, que les deux raisons des quatre termes) desquels 6 est le premier, & 24 le troisiesme, & le moyen terme est le 5 donné; mais nous avons par ces trois termes 6. 5. 24. trouvé le quatriesme proportionel 20, doncques 20 est la vraye solution; Ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE II. DEPENDANT DE LA renverse ou alterne proportion du premier exemple.

3 enfouisseurs enfouent en 2 jours 5 verges, en combien des jours enfoueront 6 enfouisseurs 20 verges.

CONSTRVCTION.

On mettra les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme requis on mettra o en ceste sorte:

Enfouisseurs	Jours	Verges	Enfouisseurs	Jours	Verges
3 .	2 .	5 .	6 .	0 .	20

On

Or si le produict du quatriesme & cincquiesme terme fut cognu, facilement se trouveroit le cincquiesme terme requis. Mais pour trouver ce produict, on multipliera le premier terme 3 par le second terme 2, faict 6. Doncques de quatre termes d'une binaire proportion, il y a cognu les trois, à sçavoir le premier 6, le second 5, & le quatriesme 20, leur troisiesme terme donc par reverse proportion (disant 5 donne 6 combien 20?) sera 24, pour le produict de 6 du quatriesme terme donné, par le cincquiesme terme incognu; Divisant doncques 24 par ledict 6, donne qnotient & solution 4, pour le cincquiesme terme, lesquels 4 vallent 4 jours; Dont la demonstration est manifeste par celle du precedent premier exemple. Semblable sera l'invention de chascun des autres termes incognuz.

Troisiesme distinction de la seconde partie de la practique d'Arithmetique qui est de la reigle de compagnie.

Definition.

R*Eigle de compaignie est partition de quantité selon la raison donnée.*

Exemple I.

Trois Marchans font compaignie, desquels le premier à mis 2 ℔, *le second 3* ℔, *le troisiesme 4* ℔, *& ont gaigné ensemble 5* ℔; *Combien aura chascun pour sa proportionelle part, selon le capital q'uil à mis?*

Constrvction.

On partira les 5 ℔ en trois parties proportionelles aux nombres 2. 3. 4 par le 15 probleme de l'Arithmetique.

Et viendra $1\frac{1}{9}$ ℔ pour le premier, & $1\frac{6}{9}$ ℔ pour le ſecond, & $2\frac{2}{9}$ ℔ pour le troiſieſme. Dont la demonſtrarion eſt manifeſte par celle dudict 15[e] probleme de l'Arithmetique.

EXEMPLE II. AVEC LE TEMPS.

Deux marchans font compaignie, deſquels le premier à mis 2 ℔ par 3 ans, le ſecond 3 ℔ par 4 ans, & ont gaigné enſemble 5 ℔; Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part, ſelon ſon argent & temps?

Conſtruction.

On multipliera l'argent de chaſcune perſonne par ſon temps, & le produict de la premiere perſonne ſera 6, & de la ſeconde 12. Puis on partira le 5 en deux parties proportionelles aux nombres 6 & 12 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendra $1\frac{12}{18}$ ℔ pour le premier, & $3\frac{6}{18}$ ℔ pour le ſecond, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

	Capitaux		Annees		Prouffit
Le premier	2	.	3 produict	6 .	$1\frac{12}{18}$ ℔
Le ſecond	3	.	4 produict	12 .	$3\frac{6}{18}$ ℔
				18	5

Demonſtration.

L'argent du premier à l'argent du ſecond, obtient *Raiſon* $\frac{2}{3}$. Et le temps du premier au temps du ſecond obtient *Raiſon* $\frac{3}{4}$. Mais ajouſtant ces deux Raiſons par le 5 probleme de ceſte Practique, donnent ſomme

Raiſon

Raison $\frac{6}{12}$; doncques comme 6 à 12, ainsi l'argent & temps du premier, à l'argent & temps du second, mais comme 6 à 12, ainsi par la construction $1\frac{12}{18}$ ℔, à $3\frac{6}{18}$ ℔, qui sont aussi parties integrantes de 5 ℔. Ergo $1\frac{12}{18}$ ℔ & $3\frac{6}{18}$ ℔ sont les parties requises; Ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE III. AVEC LE TEMPS & autre condition.

Deux marchans font compaignie, desquels le premier a mis 4 ℔, par 5 ans, le second 6 ℔ par 7 ans, Et entre eux est quelque condition telle, que s'ils eussent mis sommes egales par temps egal, alors tirant le premier du prouffit 3, le second n'en tireroit que 2; Et ont gaigné ensemble 8 ℔; *Combien aura chascun pour sa proportionelle part?*

CONSTRVCTION.

On multipliera l'argent du premier par son temps, faict 20, le mesme se multipliera par le 3 de la condition, faict 60. Semblablement se multipliera l'argent du second par son temps, faict 42, le mesme multiplié par le 2 de la condition, faict 84: Puis on partira 8 en deux parties proportionelles à 60 & 84 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront $3\frac{48}{144}$ ℔ pour le premier, & $4\frac{96}{144}$ ℔ pour le second, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

	Capitaux		Annees		Cōditions				
Premier	4	.	5	.	3	produict	60	.	$3\frac{48}{144}$
Second	6	.	7	.	2	produict	84	.	$4\frac{96}{144}$
							144	.	8

DE-

DEMONSTRATION.

L'argent du premier à l'argent du ſecond, obtient *Raiſon* $\frac{4}{6}$, & le temps du premier au temps du ſecond obtient *Raiſon* $\frac{5}{7}$. Et la condition du premier à celle du ſecond *Raiſon* $\frac{3}{2}$. Or ces trois Raiſons donnent ſomme (par le 5 probleme de ceſte Practique) *Raiſon* $\frac{60}{84}$. Doncques comme 60 à 84, ainſi l'argent temps & condition du premier, à l'argent temps & condition du ſecond; Mais comme 60 à 84, ainſi par la conſtruction $3\frac{48}{144}$ ℔ à $4\frac{96}{144}$ ℔ qui ſont deux parties integrantes de 8 ℔; Ergo $3\frac{48}{144}$ ℔ & $4\frac{96}{144}$ ℔, ſont les parties requiſes, Ce qu'il falloit demonſtrer.

EXEMPLE IV.

Deux marchans font compaignie, deſquels le premier met 2 ℔, *& apres* 3 *ans il met encore* 4 ℔, *laiſſant tout ceſt argent encore en la compaignie* 5 *ans; le ſecond met* 8 ℔, *& apres* 7 *ans reprent* 6 ℔, *laiſſant la reſte de* 2 ℔ *encore en la compaignie* 9 *ans, & gaignent enſemble* 10 ℔, *Combien aura chaſcun pour ſa proportionelle part?*

CONSTRVCTION.

On multipliera chaſque capitale ſomme par ſon tẽps. Or les 2 ℔, du premier y ont eſté en tout 8 ans, doncques leur produict ſera 16; Et les 4 ℔ du meſme premier y ont eſté ſeulement 5 ans, doncques leur produict ſera 20, auſquels ajouſté le 16, donnent ſomme (reſpondant au premier) 36. Puis, les 8 ℔ du ſecond y ont eſté 7 ans deſquels le produict eſt 56; Et la reſte de 2 ℔ y a demeuré encore 9 ans, deſquels le produict eſt 18, auquel ajouſté le 56 faict 74, reſpondant au ſecond marchand. Puis on partira le prouffit de 10 ℔ en deux parties proportioportionelles aux nombres 36 & 74 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront $3\frac{30}{110}$ ℔ pour le premier, & $6\frac{80}{110}$ ℔ pour le second; dont la demonstration sera semblable aux precedentes.

NOTA. L'exemple suyvant depend de la renverse ou alterne proportion des exemples precedens.

EXEMPLE V.

Deux marchans font compaignie, & ont mis ensemble 4 ℔, & ont gaigné 5 ℔, & tirant le premier 2, le second en tiroit 3. Combien estoit la capitale somme de chascun?

CONSTRVCTION.

On partira les 4 ℔ en deux parties proportionelles aux nombres 2 & 3 par le 15 probleme de l'Arithmetique & viendra $1\frac{3}{5}$ ℔ pour le capital du premier, & $2\frac{2}{5}$ ℔ pour le capital du second, dont la demonstration est manifeste par les precedentes. Nous pourrions descrire plusieurs differens exemples dependans de ladicte Renverse & alterne proportion, mais ils seront assez notoires à celuy qui aura entendu les precedens.

Quatriesme distinction de la seconde partie de la practique d'Arithmetique qui est de la reigle d'Alligation.

DEFINITION.

Reigle d'Alligation est celle par laquelle on trouve une quantité de valeur requise, & composée de diverses quantitez de diverses valeurs.

EXEMPLE I.

Quelcun veut mesler 4 boisseaux du froment, à 9 ß le boisseau, parmi

parmi 5 boißeaux de ſeigle à 7 ß le boiſſeau. Combien vaudra le boiſſeau de telle mixtion ?

CONSTRVCTION.

Tout le froment vaudra 36 ß, & toute la ſeigle vaudra 35 ß, leſquels ajouſtez font 71 ß, les meſmes diviſez par 9, à ſçavoir la ſomme de 4 & 5 boiſſeaux, donnent quotient $7\frac{8}{9}$ ß, doncques le boiſſeau d'icelle mixture vaudra $7\frac{8}{9}$ ß.

DEMONSTRATION.

Les boiſſeaux ainſi meſlez à $7\frac{8}{9}$ ß le boiſſeau, vallent 71 ß, auſſi vallent 71 ß les boiſſeaux ſeparez. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. L'on peut appliquer ceſt exemple à toutes autres matieres qui ſe meſlent ainſi comme choſes liquides, metaux, & ſemblables, par exemple ſi la propoſition euſt eſté de 4 marcqs d'or de 9 karatz, meſlé parmi 5 marcqs d'or de 7 karatz, nous dirions de meſme ſorte que telle mixtion eſt de $7\frac{8}{9}$ Karatz; Et ainſi de tous autres ſemblables.

EXEMPLE II.

Quelcun a deux ſortes de blez, la premiere de 2 ß le boiſſeau, la ſeconde de 7 ß le boiſſeau, & en veut faire 8 boißeaux chaſcun de 6 ß, Combien prendra il de chaſcune ſorte ?

CONSTRVCTION.

On diſpoſera les deniers propoſez en ceſte ſorte:

Puis on ſoubſtraira 2 de 6, reſtent 4, lequel ſe mettra joignant le 7. Puis on ſoubſtraira 6 de 7, reſte 1, lequel ſe mettera pres le 2; Et la diſpoſition des characteres ſera alors telle:

$6\frac{2}{7}$

Puis

Puis on divisera 8 (à cause des 8 boisseaux proposez) en deux parties entre eux en telle raison comme 1 a 4 & seront (par le 15 probleme de nostre Arithmetique) $1\frac{3}{5}$ & $6\frac{2}{5}$, lesquels nombres signifient qu'on prendra $1\frac{3}{5}$ boisseau de 2 ß le boisseau, & $6\frac{2}{5}$ boisseaux de 7 ß le boisseau.

$$6 \frac{2}{7} \begin{matrix} \vdots & 1 \\ \cdot & 4 \end{matrix}$$

DEMONSTRATION.

Les 8 boisseaux requis à 6 ß, vallent 48 ß, & autant vallent aussi les parties de la solution,

car $1\frac{3}{5}$ boisseaux à 2 ß montent	$3\frac{1}{5}$ ß.
& $6\frac{2}{5}$ boisseaux à 7 ß montent	$44\frac{4}{5}$ ß.
Somme 8 boisseaux vallans	48 ß

ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

L'on peut aussi appliquer ceste exemple à toutes autres matieres qui se meslent; Comme si la proposition eust esté de deux sortes d'or, la premiere de deux Karatz, la seconde de 7 Karatz, & qu'on en eust voulu faire une masse de 8 marcqs à 6 Karatz, nous dirions de mesme sorte pour solution, qu'on devroit prendre $1\frac{3}{5}$ marcqs de 2 Karatz, & $6\frac{2}{5}$ marcqs de 7 Karatz, & ainsi d'autres semblables.

EXEMPLE III.

Vn maistre de monnoye a cincq sortes d'or, la premiere de 2 Karatz, la seconde de 3 Karatz, la troisiesme de 4, la quatriesme de 11, la cincquiesme de 12; Et veut faire une masse de 20 marcqs à 5 Karatz; Combien se prendra de l'or de chascune sorte?

Construction.

On descrira les Karatz proposez de moinde valeur que l'or requis d'une part de quelque ligne; Et les ſortes de majeure valeur que l'or requis d'autre part de ladicte ligne, & le 5 des 5 karats requis devant la ligne en ceste ſorte:

	2
	3
	4
5	——
	11
	12

Puis on ſoubſtraira 2 de 5, reſte 3, qui ſe mettra joignant 11 ou 12 (car ceste propoſition & ſemblables ou il y a à meſler plus de deux ſortes, ont infinies diverſes ſolutions) ſoit pres le 11; Puis on ſoubſtraira 5 de 11, reſte 6, le meſme ſe mettra joignant le charactere qui fut dernierement ſoubſtraict, à ſçavoir pres le 2; Puis on ſoubſtraira 3 (à ſçavoir 3 des 3 Karatz) de 5 reſte 2, lequel ſe mettra joignant 11 ou 12, ſoit pres le 12; Puis on ſoubſtraira 5 de 12 reſte 7 le mettant joignant le charactere qui a eſté dernierement ſoubſtraict à ſçavoir pres le 3; Puis on ſoubſtraira 4 de 5 reſte 1, lequel ſe mettra autre fois pres 11 ou 12 ſoit pres le 11; Puis on ſoubſtraira 5 de 11, reſte 6, lequel mis joignant le charactere qui a eſté dernierement ſoubſtraict, à ſçavoir pres le 4, la diſpoſition des characteres ſera alors telle:

	2 .	6
	3 .	7
	4 .	6
5	——	
	11 .	3 . 1
	12 .	2

Puis on diviſera 20 (à cauſe de 20 marcqs requis en une maſſe) en cincq parties entre eux en telle raiſon comme 6. 7. 6. 4. 2 (le 4 procede de 3 & 1 qui correſpondent à la quatrieſme ſorte d'or) & les parties requiſes (par le 15 probleme de l'Arithmetique) ſeront $4\frac{4}{5}$ marcqs de 2 karatz, & $5\frac{3}{5}$ marcqs de 3 karatz, & $4\frac{4}{5}$ marcqs de 4 karatz, & $3\frac{1}{5}$ marcqs de 11 karatz, & $1\frac{3}{5}$ marcq de 12 karatz; dont la demonſtration depend de la precedente.

Cinc-

Cincquiesme distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la Reigle d'Interest.

PARCE que les comptes de l'Interest, sont calculations qui se rencontrent journellement aux affaires des Hommes, mais souvent si labourieuses que le prouffit que l'on en attend, ne compenseroit pas le temps & travail employé en icelles; Telles comptes se faisoyent communement a tastons. Mais puis apres quelques autres considerant la chose plus intentivement, ont preparé certaines tables pour cest affaire, par lesquelles fussent ostez telles difficultez. Ces tables estoyent en use par aucuns au païs bas; mais ceux qui les avoyent, les tenoyent cachez comme grand secret, & principalement la composition d'icelles estoit cognue à peu de personnes.

Or comme l'opinion gouvernante du monde, me fist croire que le prouffit commun se doibt preferer au particulier; je divulgois il y a environ deux annees quelque traicté particulier de l'Interest en nostre vulgaire langage Flameng, auquel nous declarames la construction & usage d'icelles tables. Nous convertirons le mesme traicté icy en François, corrigeant les fautes de la premiere impression, & l'augmentant de quelques exemples là ou il viendra à poinct.

LA REIGLE D'INTEREST AVEC SES TABLES CALCVLEES PAR SIMON STEVIN *de Bruges.*

ARGVMENT.

NOVS divisons la reigle d'Interest en deux parties, desquelles la premiere sera des Definitions; la seconde de l'Operation. Les definitions seront explications des propres vocables de ceste reigle; Comme, quelle chose est Capital, Interest, Raison d'Interest, Interest simple, Interest composé, Interest prouffitable, Interest dommageable. L'operation aura quatre propositions, desquelles la premiere sera d'Interest simple & prouffitable; La seconde d'Interest simple & dommageable, La troisiesme d'Interest composé & prouffitable, & en ceste proposition seront descriptes les tables ensemble la maniere de leur cõstruction; La quatriesme proposition sera d'Interest composé dommageable. Et en plus grande evidence nous comprennons l'argument succinctement en telle table:

- *La Reigle d'Interest a deux parties.*
  - *Definitions des propres vocables de l'Interest.*
    - *Capital.*
    - *Interest.*
    - *Raison d'Interest.*
    - *Interest simple.*
    - *Interest composé.*
    - *Interest prouffitable.*
    - *Interest dommageable.*
  - *Operation, qui est d'Interest*
    - *Simple*
      - *Prouffitable.*
      - *Dommageable.*
    - *Composé*
      - *Prouffitable.*
      - *Dommageable.*

PREMIERE PARTIE DE LA REIGLE D'INTEREST DES DEFINITIONS.

DEFINITION I.

Capital est la somme, de laquelle on compte l'Interest.

EXPLICATION.

Comme par exemple quelcun donnant 16 ℔, à fin d'en recevoir 1 ℔ par an, alors les 16 ℔ s'appellent Capital. Ou quelcun estant devable 20 ℔, à payer en un an, & baille comptant 19 ℔ rabatant 1 ℔ pour interest, alors les 20 ℔ s'appellent Capital.

DEFINITION II.

Interest est la somme que l'on compte de l'arrierage du capital pour quelque temps.

 EXPLI-

EXPLICATION.

Comme quand on dict, 12 pour 100 par an, c'est à dire 12 interest de 100 capital, pour un an de temps ; De sorte que capital, interest, & temps, sont trois ajoincts inseparables; c'est que capital n'existe poinct sinon en respect de quelque interest & temps: Item interest n'est sinon que en respect de capital & temps.

DEFINITION III.

LA Raison qu'il y a de l'interest au capital, nous l'appellons Raison d'interest.

EXPLICATION.

Comme la raison qu'il y a d'interest 12 à capital 100, ou d'interest 1, à capital 16, nous l'appellons en general Raison d'interest. Et est à considerer que la Raison d'interest se rencontre en la Practique en double sorte, desquelles l'une a tousiours l'un de ses termes certain, l'autre tous deux incertains. La raison d'interest qui a un terme certain, est en deux manieres, car ou le capital est tousiours une certaine somme à sçavoir 100, & l'interest une incertaine somme, comme 9, ou 10, ou 11, &c. & ceste raison d'interest s'appelle neuf pour cent, dix pour cent, &c. Ou au contraire, l'interest est tousiours une certaine somme à sçavoir 1, & le capital incertain, comme 15 ou 16 ou 17, &c. & ceste raison d'interest s'appelle au denier quinze, au denier seize, &c. La raison d'interest qui a ses termes tous deux incertains, est, comme quand on dict (par exemple) 53 gaignent par an 4. De toutes lesquelles differences nous donnerons cy apres des exemples chascun en son lieu.

DEFI-

DEFINITION IV.

Interest simple est celuy que l'on comte seulement du capital.

EXPLICATION.

Comme comptant 24 ℔ pour interest de capital 100 ℔ pour 2 ans, à raison de 12 pour 100 par an; alors les mesmes 24 ℔ s'appellent interest simple. Ou estant quelcun devable 100 ℔ à payer à la fin de 2 ans, à raison de 12 pour 100 par an & qu'il paye argent comptant rabattant pour interest du capital seulement 21 $\frac{3}{7}$ ℔, alors les mesmes 21 $\frac{3}{7}$ ℔ s'appellent interest simple; qui est en difference de l'interest composé duquel la definition est telle:

DEFINITION V.

Interest composé est celuy, que l'on compte du capital ensemble de l'arrierage.

EXPLICATION.

Comme comptant 25 $\frac{11}{25}$ ℔, pour interest de 100 ℔ pour 2 ans à raison de 12 pour 100 par an, alors les mesmes 25 $\frac{11}{25}$ ℔ s'appellent Interest composé, & cela à cause que sur la deuxiesme année, n'est pas seulement compté interest du capital 100 ℔, mais par dessus des mesmes est encore compté interest de 12 ℔ depuis la fin de la premiere année, jusques au bout de la seconde, montant 1 $\frac{11}{25}$ ℔. De sorte que cest interest composé, est sur deux annees plus grand que son simple de 1 $\frac{11}{25}$ ℔. Ou estant quelcun devable à payer au bout de deux ans 100 ℔, & paye argent comptant 79 $\frac{141}{198}$ ℔, rabatant 20 $\frac{55}{196}$ ℔ pour interest composé à raison de 12 pour 100 par an, lequel interest composé est moindre que son simple; Parquoy il est à considerer que nous l'appellons interest composé,

non

non pas ſelon la quantité pour laquelle on l'appelleroit pluſtoſt intereſt diſioinct, ou diminué, mais en reſpect de la qualité de l'operation, en laquelle nous avons egard à deux intereſts.

COROLLAIRE.

S'enſuit neceſſairement que de tout premier terme auquel eſt eſcheu intereſt, ne ſe pouvoir compter intereſt composé, en quoy aucuns s'avoir abuſé ſera demonſtré en ſon lieu.

DEFINITION VI.

Intereſt prouffitable eſt celuy, qu'on ajouſte au capital.

EXPLICATION.

Comme ayant 16 ℔ gaigné en un an 1 ℔, le debiteur debura pour capital & intereſt enſemble 17 ℔; parquoy nous appellons telle 1 ℔ (car c'eſt intereſt que l'on ajouſte au capital, & l'augmente) intereſt prouffitable.

DEFINITION VII.

Intereſt dommageable eſt celuy, qu'on ſoubſtraict du capital.

EXPLICATION.

Comme eſtant quelcun devable en un an 16 ℔, il accorde de payer argent comptant, rabatant l'intereſt à raiſon du denier 16, montant $\frac{16}{17}$ ℔, de ſorte qu'il donne argent comptant $15\frac{1}{17}$ ℔. Or parce que $\frac{16}{17}$ ℔ ſont intereſt qu'on ſoubſtraict du capital, & le diminuent, nous l'appellons intereſt dommageable.

SECON-

SECONDE PARTIE DE LA REIGLE D'INTEREST DE L'OPERATION.

PROPOSITION I.

Estant declaré capital, temps & raison d'interest simple & prouffitable: Trouver l'interest.

NOTA. C'est à considerer que comme la disconti-nue proportion consiste en 4 termes, desquels estant cognuz les trois, nous en trouvons le quatriesme: Ainsi consistent nos propositions d'interest en quatre termes, à sçavoir capital, temps, raison d'interest, & interest, desquels termes estant cognuz quelques trois nous trouvons par les mesmes, l'incognu quatriesme: C'est à dire que par cognuz capital, temps, & raison d'interest, nous trouvons l'interest; Item par cognuz capital, temps, & interest, nous trouvons Raison d'interest: Item par cognuz capital, raison d'interest, & interest, nous trouvons le temps; Et au dernier par cognuz temps, raison d'interest, & interest, nous trouvons le capital. toutes lesquelles mutations sont notoires par l'alterne & inverse proportion des termes de la 82 & 83 definition de l'Arithmetique. Mais par ce que le terme incognu de l'interest (auquel on requiert souventesfois avoir ajousté le capital) est le plus souvent requis en la Practique, nous ferons les propositions sur le mesme, donnant aussi exemples à la fin de chascune proposition, dependans de ladicte mutation de termes.

EXEMPLE I.

L'on veut sçavoir combien que sera le simple interest de 224 ℔ pour un an, à raison de 12 pour 100 par an.

CONSTRVCTION.

On trouvera par les trois termes donnez le quatriesme requis disant, 100 donnent 12, combien 224 ℔? font 26 $\frac{22}{25}$ ℔.

Et de mesme sorte on dira que 16 ℔ gaignent par an 1 ℔, les 224 ℔ gaigneront par an 14 ℔.

EXEMPLE II.

27 ℔ donnent pour 4 annees d'interest simple 14 ℔, combien donnent 320 ℔ de 5 annees?

CONSTRVCTION.

Si les termes donnez ne fussent pas disposés comme il appert, on les faudroit ainsi disposer, disant (par la reigle de cincq) le produict du premier & second terme, donne le troisiesme, combien donnera le produict du quatriesme & cincquiesme? C'est à dire 108 (car autant est le produict du premier & second terme, à sçavoir de 27 & 4) donnent 14 (qui est le troisiesme terme) combien donneront 1600? (car autant est le produict du quatriesme & cincquiesme, à sçavoir 320 par 5) faict 247 $\frac{11}{27}$ ℔.

NOTA. Le precedent deuxiesme exemple, & semblables, se peuvent solver par autre maniere, en laquelle on besoigne deux fois par la reigle de trois, mais ceste maniere est plus briefve & commode.

EXEMPLE III.

Quelcun doibt argent comptant 224 ℔; S'il payoit en 4 années à chascun an le quart qui est 56 ℔, combien payeroit il à chascune année d'interest simple, à raison de 12 pour 100 par an?

CON-

CONSTRVCTION.

On verra quel capital on tient à chascune année, qu'on n'eust pas tenu selon la premiere condition. Puis on trouvera par le precedent 1 exemple, l'interest de chascun capital, à chascune année, comme au bout du premier an; le capital est 224 ℔, duquel l'interest monte pour un an 26 $\frac{22}{25}$ ℔: Au bout du deuxiesme an (car l'on paye au premier an le quart de 224 ℔) le capital sera 168 ℔, duquel l'interest pour un an est 20 $\frac{4}{25}$ ℔: Au bout du troisiesme an, le capital est 112 ℔, duquel l'interest pour un an faict 13 $\frac{11}{25}$ ℔: Au bout du quatriesme an, le capital est 56 ℔, duquel l'interest pour un an est 6 $\frac{18}{25}$ ℔.

EXEMPLE IV.

Quelcun doibt payer en 4 ans 224 ℔, à chascune année le quart montant 56 ℔; Combien faudra il payer d'interest simple, à 12 pour 100 par an, s'il payast lesdictes parties toutes ensemble, au bout du quatriesme an?

CONSTRVCTION.

On verra quel capital on tient à chascun an qu'on ne tiendroit pas selon la premiere condition, & du mesme on comptera l'interest; Puis doncques qu'on eust deu payer 56 ℔ au bout du premier an, selon icelle condition, lesquels on n'a point payé selon ceste cy, il faudroit compter au bout du deuxiesme an, l'interest des mesmes 56 ℔, montant 6 $\frac{18}{25}$ ℔, Et pour semblable raison on devroit compter au bout du troisiesme an l'interest de 112 ℔, montant 13 $\frac{11}{25}$ ℔, Et au bout du quatriesme an, l'interest de 168 ℔, montant 20 $\frac{4}{25}$ ℔, lesquelles trois sommes d'interest montant ensemble 40 $\frac{8}{25}$ ℔, sont l'interest simple, qu'il faudroit payer, au bout de 4 ans.

Ou

Ou autrement on pourroit chercher nombres proportionels, aux nombres de la question en ceste sorte:

	100 donnent au premier an	0
	100 donnent au second an	12
	100 donnent au troisiesme an	24
	100 donnent au quatriesme an	36
Somme	400	72

Puis on dira 400 donnent 72, combien 224? faict comme dessus 40 $\frac{8}{25}$ ℔.

NOTA. Les trois exemples suivans dependent de l'alterne ou inverse proportion de la proposition.

EXEMPLE V. AVQVEL EST requis Raison d'interest.

48 ℔ donnent en 3 ans de simple interest prouffitable 9 ℔. A combien est ce pour cent par an?

CONSTRVCTION.

On disposera les termes comme dict est au precedent deuxiesme exemple en ceste sorte: 48 donnent en trois ans 9 ℔, combien 100 ℔ en un an? faict (selon la doctrine du precedent 2 exemple) pour solution 6 $\frac{1}{4}$ pour cent.

EXEMPLE VI. AVQVEL EST requis le temps.

L'on veut sçavoir en combien de temps 260 ℔ gaigneront 187 ℔ 4 ß, à raison de 12 pour 100 par an.

CONSTRVCTION.

On verra combien 260 ℔ gaignent par an, & se trouve par le 1 exemple 31 $\frac{1}{5}$ ℔; Puis on divisera 187 ℔ 4 ß,

℔ 4 ß, par $31\frac{1}{5}$ ℔, donne quotient pour ſolution 6 ans.

EXEMPLE VII, AVQVEL EST requis le capital.

Quelcun reçoit 187 ℔ 4 ß *d'intereſt ſimple à raiſon de* 12 *pour* 100 *par an, & cela pour 6 ans, combien eſtoit le capital?*

CONSTRVCTION.

On verra combien 100 ℔ à raiſon de 12 pour 100 par an, gaignent en 6 ans, & ſe trouve 72 ℔. Puis on dira, 72 viennent de 100, d'ou viendront 187 ℔ 4 ß? faict pour ſolution 260 ℔.

DEMONSTRATION.

Telle raiſon qu'il y a au premier exemple de 100 à 12, telle y a il de 224 ℔ à $26\frac{22}{25}$ ℔ par la conſtruction; Ergo $26\frac{22}{25}$ ℔ ſont proportionelles avec les autres termes ſelon le requis. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration des autres exemples, laquelle nous paſſons outre à cauſe de briefveté.

CONCLVSION.

Eſtant doncques declaré capital, temps, & raiſon d'intereſt ſimple & prouffitable: Nous avons trouvé l'intereſt; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION II.

Eſtant declaré capital, temps, & raiſon d'intereſt ſimple & dommageable: Trouver leur valeur.

EXEMPLE I.

Il y a 300 ℔ *à payer en* 1 *an, combien vaudront elles en argent comptant, rabattant intereſt ſimple à raiſon de* 12 *pour* 100 *par an?*

CON-

CONSTRVCTION.

On adjouſtera 100 à ſon intereſt 12, font 112, diſant 112 viennent de 100, de combien viendront 300 ℔? faict $267\frac{6}{7}$ ℔.

EXEMPLE II.

Il y a 32 ℔ à payer en 3 ans, combien vaudront les meſmes en argent comptant, rabattant l'intereſt au denier 16 par an?

CONSTRVCTION.

On adjouſtera 16 à ſon intereſt de 3 ans, à ſçavoir à 3, font 19, diſant 19 viennent de 16, de combien viendront 32 ℔? faict $26\frac{18}{19}$ ℔.

EXEMPLE III.

Il y a 250 ℔ à payer en 6 mois, combien vaudra ceſte ſomme argent comptant, rabattant au denier 16 par an?

CONSTRVCTION.

On verra quelle partie que les 6 mois ſont de l'an, & ſe trouve $\frac{1}{2}$, pourtant on adjouſtera $\frac{1}{2}$ à 16, font $16\frac{1}{2}$; Puis on dira, $16\frac{1}{2}$, viennent de 16, de combien viendront 250 ℔? faict $242\frac{14}{33}$ ℔.

Item ſi leſdictes 250 ℔ euſſent eſté à payer en 3 mois, on diroit (par ce que 3 mois ſont le $\frac{1}{4}$ de l'An) $16\frac{1}{4}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔? faict $246\frac{2}{13}$ ℔.

Mais ſi leſdictes 250 ℔ euſſent eſté à payer en 1 mois, on diroit (par ce que 1 mois eſt la $\frac{1}{12}$ de l'an) $16\frac{1}{12}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔?

Mais ſi leſdictes 250 ℔ euſſent eſté à payer en 7 ſepmaines, on diroit (par ce que 7 ſepmaines ſont $\frac{7}{52}$ de l'an) $16\frac{7}{52}$ viennent de 16, de combien viendront 250 ℔?

Mais

Mais si lesdictes 250 ℔ eussent esté à payer en 134 jours, on diroit (par ce que 134 jours sont $\frac{134}{365}$ de l'an) 16 $\frac{134}{365}$ viennent de 16 de combien viendront 250 ℔?

De sorte que en telles questions il faut tousiours veoir quelle partie de l'an est le temps proposé, & puis comme dessus.

EXEMPLE IV.

Il y a 320 ℔ à payer en 3 ans & trois mois; combien vaudront elles argent comptant, rabattant interest simple au denier 16 par an?

CONSTRVCTION.

On adjoustera 16 à son interest 3 $\frac{1}{4}$ ℔ (3 $\frac{1}{4}$ ℔ à cause de 3 $\frac{1}{4}$ années) font ensemble 19 $\frac{1}{4}$; Puis on dira, 19 $\frac{1}{4}$ viennent de 16, de combien viendront 320 ℔? faict 265 $\frac{75}{77}$ ℔.

NOTA. Semblable sera l'operation en toutes autres parties de l'an, qu'il y a par dessus les ans entiers, comme l'on peut facilement colliger par le precedent troisiesme exemple.

EXEMPLE V.

Il y a 230 ℔ à payer au bout de 5 ans, Combien vaudront les mesmes argent comptant, rabatant en telle raison, comme est 23 capital à interest 6, & cela de 3 ans?

CONSTRVCTION.

On verra premierement combien 6 ℔ d'interest de 3 ans, montent en un an, & se trouve 2 ℔. Doncques cest interest est à raison de 2 pour 23 par an; Parquoy l'operation sera semblable à la precedente du 2 exemple de ceste proposition en ceste sorte. On ajoustera 23 à son interest de 5 ans, à sçavoir 10 ℔, font ensemble 33.

Puis

Puis on dira, 33 viennent de 23, de combien viendront 230 ℔? faict pour solution 160 $\frac{10}{33}$ ℔.

EXEMPLE VI.

Quelcun doibt 600 ℔ à payer au bout de 4 ans, & accorde avec son crediteur, de les payer en 4 payemens, à sçavoir au bout du premier an un quart, & au second an encore un quart, & au troisiesme an encore un quart, & au quatriesme an le dernier quart, rabatant interest simple à raison de 12 pour 100 par an, combien debura il payer à chascune année?

CONSTRVCTION.

On verra quel argent on debourse selon ceste condition, que l'on n'eust pas debourse selon la premiere. Or doncques par ce que selon ceste condition on paye en un an le quart de la somme montant 150 ℔ rabatant, &c. lesquelles on eust premierement payé selon la premiere condition en 3 ans apres; S'ensuit qu'on verra combien 150 ℔ à payer en 3 ans, vallent argent comptant. & se trouve par le second exemple de ceste proposition 110 $\frac{5}{7}$ ℔, pour la premiere paye. Et pour semblable raison les 150 ℔ vaudront en argent comptant sur 2 annees 120 $\frac{30}{31}$ ℔, pour la seconde paye. Item les 150 ℔ vaudront argent comptant sur 1 année 133 $\frac{13}{14}$ ℔, pour la troisiesme paye; Mais parce que l'on paye la derniere paye en telle condition comme estoit la premiere, il n'y aura de la mesme aucun interest, & sera de 150 ℔.

EXEMPLE VII.

Il y a 324 ℔ à payer en 6 ans, à sçavoir 54 ℔ par an; Combien vaudront les mesmes en argent comptant, rabatant interest simple à raison de 12 pour 100.

NOTA. Nous avions en la premiere impression

(sans

(ſans en faire particuliere demonſtration) ſuivi en ceſt exemple la maniere de quelques autres, mais depuis il m'a eſté dict par quelcun qu'il y avoit de l'erreur, ce que trouvant veritable, nous l'avons corrigé, & en donnons maintenant conſtruction telle:

CONSTRVCTION.

On verra quel argent on debourſe ſelon ceſte condition, que l'on n'euſt pas debourſé ſelon la premiere. Or doncques par ce que ſelon ceſte condition on debourſe 54 ℔, qui eſtoient à paier en un an apres, s'enſuit qu'on verra combien les meſmes 54 ℔, à paier en un an, vallent argent comptant, & ſe trouve par le precedent premier exemple de ceſte propoſition $48\frac{3}{14}$ ℔. Et pour ſemblable raiſon autres 54 ℔ pour 2 annees, vaudront argent comptant $43\frac{17}{31}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 3 annees, vaudront $37\frac{12}{17}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 4 annees vaudront $36\frac{18}{37}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 5 annees, vaudront $33\frac{3}{4}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 6 annees vaudront $31\frac{17}{43}$ ℔. Et la ſomme deſdictes ſix parties eſt pour ſolution $233\frac{2356847}{23476796}$ ℔. Et l'abuſée ſolution de la premiere impreſſion eſtoit ſeulement $228\frac{12}{71}$ ℔.

NOTA.

Par ce que c'eſt operation laborieuſe de faire pour chaſcun terme une particuliere computation comme cy deſſus, principalement quand il y a beaucoup des annees, on pourra faire des tables par leſquelles on ſolvera telles queſtions par une ſeule operation, en ceſte ſorte:

Pour faire une table de 12 pour cent, on prendra quelque grand nombre duquel le premier characteтe ſoit 1, & tous les autres 0; comme par exemple

10000000, que nous appellons racine de table. Disant 112 (à sçavoir capital 100 avec interest d'une année) donnent 100, combien 10000000? faict 8928571, pour nombre respondant à la premiere année. Puis pour trouver le nombre respondant à deux années, on dira 124 (à sçavoir capital 100 avec interest de 2 ans) donnent 100, combien 10000000? faict 8064516, (nous ne prennons icy cure de la reste) les mesmes ajoustez à 8928571 font 16993087, pour nombre respondant à deux annees. Puis pour trouver le nombre respondant à trois ans, on dira 136 (à sçavoir capital 100 avec interest de 3 annees) donnent 100, combien 10000000? faict 7352941, le mesme ajousté à 16993087 faict 24346028 pour nombre respondant à trois ans. Et ainsi on procedera pour faire des annees, autant qu'on voudra que nous avons continué jusques à 8 termes en ceste sorte:

Table d'interest simple dommageable, de 12 pour 100.

1.	8928571
2.	16993087
3.	24346028
4.	31102785
5.	37352785
6.	43166738
7.	48601521
8.	53703562

Or pour solver la question de ce 7e exemple par ceste table on multipliera la racine de la table 10000000, par

par les annees de la question, qui est par 6, font 6000000; Puis on dira 6000000 dõnent 4316738 (qui est le nombre respondant à six ans,) combien 324 ℔? faict pour solution comme dessus 233 $\frac{6023112}{60000000}$ ℔. Car l'autre estoit 233 ℔ 2 ß 0 $\frac{2200176}{2347679 6}$ &, & ceste cy vaut 233 ℔ 2 ß 0 $\frac{5546880}{60000000}$ & qui ont tant seulement quelque petite difference de nulle estime, à cause que l'extreme perfection n'est pas aux tables, pour les restes qu'on delaisse en la construction.

EXEMPLE VIII.

Quelcun doibt à payer en 3 ans 260 ℔, & en 6 ans apres encore 420 ℔; Combien vallent ces deux sommes ensemble argent comptant, rabatant interest simple à raison de 12 pour cent par an?

CONSTRVCTION.

Les 260 ℔ vaudront argent comptant selon le 2e exemple de ceste proposition 191 $\frac{3}{17}$ ℔, & les 420 ℔, vaudront argent comptant 201 $\frac{12}{13}$ ℔: Puis ajoustant 191 $\frac{3}{17}$ ℔, à 201 $\frac{12}{13}$ ℔, font 393 $\frac{22}{221}$ ℔, & autant vaut toute la debte en argent comptant.

EXEMPLE IX.

Quelcun doibt 200 ℔ à payer en 5 ans; Combien vaudront elles en 2 ans, à interest simple de 10 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

L'on soubstraira 2 ans de 5 ans, reste 3 ans, ausquels lesdictes 200 ℔ vaudront (par le 2e exemple de ceste proposition) 153 $\frac{11}{13}$ ℔.

NOTA.

Nous avons corrigé en la construction de ce 9e & du suivant 10e exemple l'erreur de la premiere impression. Quant à ceux qui l'estiment pour bonne, disans que ces 200 ℔ valoyent passé 5 ans 133 $\frac{1}{3}$ ℔ les mesmes vallent en deux ans pour conclusion 160 ℔. Ils errent, comme nous faisons quand nous le fimes ainsi; Car je pourrois dire par mesme raison, 200 ℔ valoyent passé 1000 ans $\frac{200}{101}$ ℔, les mesmes vallent en 997 ans 199 $\frac{50}{101}$ ℔, de sorte qu'il y auroit à rabatre pour l'interest, seulement 50 $\frac{50}{101}$ ℔, mais selon l'autre compte 66 $\frac{2}{3}$ ℔; ce qui est absurd. Doncques ces 200 ℔ ne vallent pas d'avantage que 153 $\frac{11}{13}$ ℔, mais qu'ils ne vallent pas moins l'adversaire mesme le confesse, parquoy 153 $\frac{11}{13}$ ℔ sont la vraye solution.

EXEMPLE X.

Quelcun doibt à payer en 3 ans 420 ℔, & en 6 ans apres 560 ℔; Combien vaudront ces deux parties ensemble à payer en deux ans, à interest simple de 10 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

Les 420 ℔ à payer en 3 ans, vallent en 2 ans par le precedent 9 exemple 381 $\frac{9}{11}$ ℔. Et les 560 ℔ à payer en 6 ans apres, qui est en 9 ans, vallent en 2 ans par ledict 9 exemple 329 $\frac{7}{17}$ ℔, lesquels avec lesdictes 381 $\frac{9}{11}$ ℔, font pour solution 711 $\frac{43}{187}$ ℔.

NOTA.

Les exemples suivans dependent de l'alterne ou inverse proportion de ceste proposition.

EXEM-

PROPOSITION III.

Estant declaré capital, temps, & raison d'interest composé & prouffitable: Trouver combien monte le capital avec son interest.

NOTA.

Nous aurons mestier pour la solution des exemples de ceste proposition, des tables desquelles a esté dict cy devant, parquoi nous en descrirons ici autant comme en la practique semblent communement necessaires, à sçavoir 16 tables la ou il y aura tousiours comparaison de l'interest au cent, desquelles la premiere sera de 1 pour 100, la seconde de 2 pour 100, & ainsi par ordre des autres jusques à la 16 table qui sera de 16 pour 100. Puis nous descrirons encore 8 tables, la ou il y aura tousiours comparaison de divers capitaux, à interest tousiours 1, desquelles la premiere sera du denier 15, la seconde du denier 16, & ainsi par ordre des autres jusques au denier 22, & chascune table sera de 30 annees ou termes.

CONSTRVCTION DES TABLES.

POVR doncques venir à la construction de ces tables, il faut sçavoir que l'on y cherche nombres proportionaux aux nombres de la question: Pour lesquels trouver, on prendra au premier quelque grand nombre duquel le premier charactere soit 1, & les autres tous 0. I'ay prins pour ces tables (combien qu'on peut prendre plus ou moins) 10000000, que nous appellons racine des tables. Or voulant faire une table *simple à 8 pour 100 par an, & cela pour 10 ans. Qu'el estoit le capital?*

CONSTRVCTION.

On ajoustera 100 à son interest de 10 ans qui est 80 ℔, font 180 ℔, disant 100 viennent de 180 ℔, de combien viendront 666 $\frac{2}{3}$ ℔? Faict pour capital 1200 ℔.

DEMONSTRATION.

Veu qu'il est dict au premier exemple de ceste proposition, que 300 à payer en un an, vallent argent comptant 267 $\frac{6}{7}$ ℔, rabatant interest simple à 12 pour 100 par an; S'ensuit que si on employast au mesme instant sur interest lesdictes 267 $\frac{6}{7}$ ℔ (à sçavoir comme devant, à 12 pour 100 par an) que les mesmes avec leur interest (si l'operation est bonne) deburoyent monter ensemble au bout de l'année 300 ℔.

Or doncques contant ledict interest selon la doctrine du premier exemple de la premiere proposition, il montera 32 $\frac{1}{7}$ ℔, lesquelles ajoustées à 267 $\frac{6}{7}$ ℔, font ensemble ladicte somme de 300 ℔, d'ou se conclud que l'operation est bonne.

Et semblables seront aussi les demonstrations des autres exemples de ceste proposition, lesquelles nous passons outre à cause de briefveté.

CONCLVSION.

Estant doncques declaré capital, temps, & raison d'interest simple & dommageable; Nous avons trouvé leur valeur; ce qu'il falloit faire.

PRO-

plie tousiours par 15, & on divise par 16 (à sçavoir par 15 proposé capital, avec son interest 1) Et ainsi en la table du denier 16, on multipliera tousiours par 16, & on divisera par 17, & semblablement des autres : Ces tables ainsi preparees, il faut joignant les mesmes faire encore une colomne, laquelle servira pour interest composé, de parties qui sont à payer en continues annees, l'un an autant comme l'autre, comme les exemples des mesmes seront exhibez en son lieu, & la construction de ceste colomne est telle :

On mettra (pour la construction de celle de 1 pour 100) le 9900990 respondant au premier an ou terme, encore une fois joignant ledict premier terme, puis on ajoustera les deux nombres respondans aux deux premiers termes, comme 9900990 avec 9802960, font 19703950, le mesme se mettra aupres le deuxiesme an; Puis on ajoustera les trois nombres de la premiere colomne, respondans aux trois premiers termes, montent 29409851, & ainsi des autres. De sorte que le dernier nombre de ceste derniere colomne, sera la somme de tous les nombres de la colomne precedente.

Et ainsi on fera à chascune des autres tables, une telle derniere colomne, de sorte que chascune de ces tables aura trois colomnes, la premiere signifiant termes, comme annees, ou quart d'annees, ou semblables, & les autres deux servans pour solutions de questions, comme il apparoistra au suivant.

à raiſon de 1 pour 100, comme eſt la ſuivante premiere, on multipliera la racine des tables 10000000, par le capital 100, donne produict 1000000000, le meſme ſe diviſera par la ſomme du capital & ſon intereſt, à ſçavoir par 101 (car 100 eſt propoſé capital, & 1 intereſt) le quotient ſera 9900990 reſpondant au premier terme ou année; Quant au reſte $\frac{10}{101}$ qui demeure apres la diviſion, nous la delaiſſons par ce qu'elle eſt moindre que demi, mais quand telle reſte eſt majeure que demi, on augmentera (comme eſt l'uſage en la table des ſinus & autres) le quotient de 1, car ainſi l'on demeure touſiours plus pres du requis. Or pour trouver le nombre reſpondant au deuxieſme an, on multipliera les 9900990 autrefois par 100, faict 990099000, le meſme ſe diviſera autrefois par 101, le quotient ſera 9802960, pour le deuxieſme an. Et de meſme ſorte pour trouver le nombre du troiſieſme an, on multipliera 9802960, autrefois par 100, faict 980296000, le meſme ſe diviſera autrefois par 101, le quotient ſera 9705900, mais par ce que la reſte $\frac{100}{101}$, eſt maintenant majeure que demi, on augmentera pour les raiſons que deſſus le dernier charactere du quotient de 1, mettant 9705901 pour le troiſieſme terme, & ainſi des autres termes, leſquels ſont continuez en nos tables juſques à 30.

Semblable ſera auſſi la conſtruction de toutes les autres tables, car comme l'on multiplie en la premiere touſiours par 100 & diviſe par 101, ainſi on multipliera en la ſeconde table (qui eſt de 2 pour 100) touſiours par 100, & on diviſera par 102. Et en la troiſieſme table, on multipliera touſiours par 100, & on diviſera par 103, & ainſi des autres. Item la conſtruction de la table du denier 15, eſt ſemblable aux precedentes; car on y multiplie

Table d'Interest de 1 pour 100.

1.	9900990	9900990
2.	9802960	19703950
3.	9705901	29409851
4.	9609803	39019654
5.	9514656	48534310
6.	9420451	57954761
7.	9327179	67281940
8.	9234831	76516771
9.	9143397	85660168
10.	9052868	94713036
11.	8963236	103676272
12.	8874491	112550763
13.	8786625	121337388
14.	8699629	130037017
15.	8613494	138650511
16.	8528212	147178723
17.	8443774	155622497
18.	8360172	163982669
19.	8277398	172260067
20.	8195444	180455511
21.	8114301	188569812
22.	8033961	196603773
23.	7954417	204558190
24.	7875660	212433850
25.	7797683	220231533
26.	7720478	227952011
27.	7644038	235596049
28.	7568354	243164403
29.	7493420	250657823
30.	7419228	258077051

A. GIRARD.

LA composition de la derniere colomne est un peu difficile comme l'autheur l'a faict ; mais sera plus aisée si on faict comme s'ensuit en prenant la premiere table pour exemple.

Je met le premier nombre de la 3e colomne, comme en la secõde colomne, assavoir 9900990, puis j'adjouste iceluy mesme avec le suyvant 9802960 (de la seconde colomne) viendra 19703950 ; lequel semblablement j'adjouste (apres l'avoir posé en son lieu competant) au suyvant 9705901 (de la seconde colomne) & viendra 20409851, & ainsi se feront les autres fort aisément.

S'ENSVIVENT LES TABLES D'INTEREST.

Table

Table d'intereſt de 3 pour 100.

1.	9708738	9708738
2.	9425959	19134697
3.	9151417	28286114
4.	8884871	37170985
5.	8626088	45797073
6.	8374843	54171916
7.	8130916	62302832
8.	7894093	70196929
9.	7664168	77861093
10.	7440940	85302035
11.	7224214	92526247
12.	7013800	99540047
13.	6809515	106349562
14.	6611180	112960742
15.	6418621	119379363
16.	6231671	125611034
17.	6050166	131661200
18.	5873948	137535148
19.	5702862	143238010
20.	5536759	148774769
21.	5375494	154150263
22.	5218926	159369189
23.	5066918	164436107
24.	4919338	169355445
25.	4776856	174131501
26.	4636948	178768449
27.	4501891	183270340
28.	4370768	187641108
29.	4243464	191884572
30.	4119868	196004440

Table d'Interest de 2 pour 100.

1.	9803922	9803922
2.	9611688	19415610
3.	9423224	28838834
4.	9238455	38077289
5.	9057309	47134598
6.	8879715	56014313
7.	8705603	64719916
8.	8534905	73254821
9.	8367554	81622375
10.	8203484	89825859
11.	8042631	97868490
12.	7884932	105753422
13.	7730325	113483747
14.	7578750	121062497
15.	7430147	128492644
16.	7284458	135777102
17.	7141625	142918727
18.	7001593	149920320
19.	6864307	156784627
20.	6729713	163514340
21.	6597758	170112098
22.	6468390	176580488
23.	6341559	182922047
24.	6217215	189139262
25.	6095309	195234571
26.	5975793	201210364
27.	5858621	207068985
28.	5743746	212812731
29.	5631124	218443855
30.	5520710	223964565

Table d'interest de 5 pour 100.

1.	9523810	9523810
2.	9070295	18594105
3.	8638376	27232481
4.	8227025	35459506
5.	7835262	43294768
6.	7462154	50756922
7.	7106813	57863735
8.	6768393	64632128
9.	6446089	71078217
10.	6139132	77217349
11.	5846792	83064141
12.	5568373	88632514
13.	5303212	93935726
14.	5050678	98986404
15.	4810170	103796574
16.	4581114	108377688
17.	4362966	112740654
18.	4155206	116895860
19.	3957339	120853199
20.	3768894	124622093
21.	3589423	128211516
22.	3418498	131630014
23.	3255712	134885726
24.	3100678	137986404
25.	2953027	140939431
26.	2812407	143751838
27.	2678483	146430321
28.	2550936	148981257
29.	2429463	151410720
30.	2313774	153924494

Table d'interest de 4 pour 100.

1.	9615385	9615385
2.	9245562	18860947
3.	8889963	27750910
4.	8548041	36298951
5.	8219270	44518221
6.	7903144	52421365
7.	7599177	60020542
8.	7306901	67327443
9.	7025866	74353309
10.	6755640	81108949
11.	6495808	87604757
12.	6245969	93850726
13.	6005739	99896465
14.	5774749	105631214
15.	5552643	111183857
16.	5339080	116522937
17.	5133731	121656668
18.	4936280	126592948
19.	4746423	131339371
20.	4563868	135903239
21.	4388335	140291574
22.	4219553	144511127
23.	4057262	148568389
24.	3901213	152469602
25.	3751166	156220768
26.	3606890	159827658
27.	3468163	163295821
28.	3334772	166630593
29.	3206512	169837105
30.	3083185	172920290

Table d'intereſt de 7. pour 100.

1.	9345794	9345794
2.	8734387	18080181
3.	8162979	26243160
4.	7628952	33872112
5.	7129862	41001974
6.	6663422	47665396
7.	6227497	53892893
8.	5820091	59712984
9.	5439337	65152321
10.	5083493	70235814
11.	4750928	74986742
12.	4440120	79426862
13.	4149645	83576507
14.	3878173	87454680
15.	3624461	91079141
16.	3387347	94466488
17.	3165745	97632233
18.	2958640	100590873
19.	2765084	103355957
20.	2584191	105940148
21.	2415132	108355280
22.	2257133	110612413
23.	2109470	112721883
24.	1971467	114693350
25.	1842493	116535843
26.	1721956	118257799
27.	1609305	119867104
28.	1504023	121371127
29.	1405629	122776756
30.	1313672	124090428

Table d'interest de 8 pour 100.

1.	9259259	9259259
2.	8573386	17832637
3.	7938322	25770969
4.	7350298	33121267
5.	6805831	39927098
6.	6301695	46228793
7.	5834903	52063696
8.	5402688	57466384
9.	5002489	62468873
10.	4631934	67100807
11.	4288828	71389635
12.	3971137	75360772
13.	3676979	79037751
14.	3404610	82442361
15.	3152417	85594778
16.	2918905	88513683
17.	2702690	91216373
18.	2502491	93718864
19.	2317121	96035985
20.	2145482	98181467
21.	1986557	100168024
22.	1839405	102007429
23.	1703153	103710582
24.	1576994	105287576
25.	1460180	106747756
26.	1352019	108099775
27.	1251869	109351644
28.	1159138	110510782
29.	1073276	111584058
30.	993774	112577832

Table d'intêreſt de 9 pour 100.

1.	9174312	9174312
2.	8416800	17591112
3.	7721835	25312947
4.	7084252	32397199
5.	6499314	38896513
6.	5962673	44859186
7.	5470342	50329528
8.	5018662	55348190
9.	4604277	59952467
10.	4224107	64176574
11.	3875328	68051902
12.	3555347	71607249
13.	3261786	74869035
14.	2992464	77861499
15.	2745380	80606879
16.	2518697	83125576
17.	2310731	85436307
18.	2119937	87556244
19.	1944896	89501140
20.	1784308	91285448
21.	1636980	92922428
22.	1501817	94424245
23.	1377814	95802059
24.	1264050	97066109
25.	1159679	98225788
26.	1063926	99289714
27.	976079	100265793
28.	895485	101161278
29.	821546	101982824
30.	753712	102736536

Table d'intereſt de 10 pour 100.

1.	9090909	9090909
2.	8264463	17355372
3.	7513148	24868520
4.	6830135	31698655
5.	6209214	37907869
6.	5644740	43552609
7.	5131582	48684191
8.	4665075	53349266
9.	4240977	57590143
10.	3855434	61445677
11.	3504940	64950617
12.	3186309	68136926
13.	2896645	71033571
14.	2633314	73666885
15.	2393922	76060807
16.	2176293	78237100
17.	1978448	80215548
18.	1798589	82014137
19.	1635081	83649218
20.	1486437	85135655
21.	1351306	86486961
22.	1228460	87715421
23.	1116782	88832203
24.	1015256	89847459
25.	922960	90770419
26.	839055	91609474
27.	762777	92372251
28.	693434	93065685
29.	630395	93696080
30.	573086	94269166

Table d'interest de 11 pour 100.

1.	9009009	9009009
2.	8116224	17125233
3.	7311914	24437147
4.	6587310	31024457
5.	5934514	36958971
6.	5346409	42305380
7.	4816585	47121965
8.	4339266	51461231
9.	3909249	55370480
10.	3521846	58892326
11.	3172834	62065160
12.	2858409	64923569
13.	2575143	67498712
14.	2319949	69818661
15.	2090044	71908705
16.	1882923	73791628
17.	1696327	75487955
18.	1528223	77016178
19.	1376777	78392955
20.	1240340	79633295
21.	1117423	80750718
22.	1006687	81757405
23.	906925	82664330
24.	817050	83481380
25.	736081	84217461
26.	663136	84880597
27.	597420	85478017
28.	538216	86016233
29.	484879	86501112
30.	436828	86937940

Table d'Interest de 12 pour 100.

1.	8928571	8928571
2.	7971938	16900509
3.	7117802	24018311
4.	6355180	30373491
5.	5674268	36047759
6.	5066311	41114070
7.	4523492	45637562
8.	4038832	49676394
9.	3606100	53282494
10.	3219732	56502226
11.	2874761	59376987
12.	2566751	61943738
13.	2291742	64235480
14.	2046198	66281678
15.	1826962	68108640
16.	1631216	69739856
17.	1456443	71196299
18.	1300396	72496695
19.	1161068	73657763
20.	1036668	74694431
21.	925596	75620027
22.	826425	76446452
23.	737879	77184331
24.	658821	77843152
25.	588233	78431385
26.	525208	78956593
27.	468936	79425529
28.	418693	79844222
29.	373833	80218055
30.	333779	80551834

Table d'Intereſt de 13 pour 100.

1.	8849558	8849558
2.	7831467	16681025
3.	6930592	23611527
4.	6133188	29744715
5.	5427600	35172315
6.	4803186	39975501
7.	4250607	44226108
8.	3761599	47987707
9.	3328849	51316556
10.	2945884	54262440
11.	2606977	56869417
12.	2307059	59176476
13.	2041645	61218121
14.	1806765	63024886
15.	1598907	64623793
16.	1414962	66038755
17.	1252179	67290934
18.	1108123	68399057
19.	980640	69379697
20.	867823	70247520
21.	767985	71015505
22.	679633	71695138
23.	601445	72296583
24.	532252	72828835
25.	471019	73299854
26.	416831	73716685
27.	368877	74085562
28.	326440	74412002
29.	288885	74700887
30.	255650	74956537

Table d'Interest de 14 pour 100.

1.	8771930	8771930
2.	7694675	16466605
3.	6749715	23216320
4.	5920803	29137123
5.	5193687	34330810
6.	4555866	38886676
7.	3996374	42883050
8.	3505591	46388641
9.	3075080	49463721
10.	2697439	52161160
11.	2366175	54527335
12.	2075592	56602927
13.	1820695	58423622
14.	1597101	60020723
15.	1400966	61421689
16.	1228918	62650607
17.	1077998	63728605
18.	945612	64674217
19.	829484	65503701
20.	727618	66231319
21.	638261	66869580
22.	559878	67429458
23.	491121	67920579
24.	430808	68351387
25.	377902	68729289
26.	331473	69060782
27.	290783	69351565
28.	255073	69606638
29.	223748	69830386
30.	196270	70026656

Table d'Interest de 15 pour 100.

1.	8695652	8695652
2.	7561437	16257089
3.	6575163	22832252
4.	5717533	28549785
5.	4971768	33521553
6.	4323277	37844830
7.	3759371	41604201
8.	3269018	44873219
9.	2842624	47715843
10.	2571847	50187690
11.	2149432	52337122
12.	1869073	54206195
13.	1625279	55831472
14.	1413286	57244758
15.	1228944	58473702
16.	1068647	59542349
17.	929258	60471607
18.	880050	61279657
19.	702562	61982309
20.	611002	62593811
21.	531306	63124617
22.	462005	63586622
23.	401743	63988365
24.	349342	64337707
25.	303776	64641483
26.	264153	64905636
27.	229698	65135334
28.	199737	65335071
29.	173684	65508755
30.	151030	65659785

Table d'intereſt de 16 pour 100.

1.	8620690	8620690
2.	7431629	16052319
3.	7406577	22458896
4.	5522911	27981807
5.	4761130	32742937
6.	4104422	36847359
7.	3538295	40385654
8.	3050254	43435908
9.	2629529	46065437
10.	2266835	48332272
11.	1954168	50286440
12.	1684628	51971068
13.	1452266	53423334
14.	1251953	54675287
15.	1079270	55754557
16.	930405	56684962
17.	802073	57477035
18.	691442	58178477
19.	596071	58774548
20.	513854	59288402
21.	442978	59731380
22.	381878	60113258
23.	329205	60442463
24.	283797	60726260
25.	244653	60970913
26.	210908	61181821
27.	181817	61363638
28.	156739	91520377
29.	135120	61655497
30.	116483	61771980

Table d'interest du denier 15.

1.	9375000	9375000
2.	8789062	18164062
3.	8239746	26403808
4.	7724762	34128570
5.	7241964	41370534
6.	6789341	47159875
7.	6365007	54524882
8.	5967194	60492076
9.	5594244	66086320
10.	5244604	71330924
11.	4916816	76247740
12.	4609515	80857255
13.	4321420	85178675
14.	4051331	89230006
15.	3798123	93028129
16.	3560740	96588869
17.	3338194	99927063
18.	3129557	103056620
19.	2933960	105990580
20.	2750587	108741167
21.	2578675	111319842
22.	2417508	113737350
23.	2266414	116003764
24.	2124763	118128527
25.	1991965	120120492
26.	1867467	121987959
27.	1750750	123738709
28.	1641328	125380037
29.	1538745	126918782
30.	1442573	138361355

Table d'Interest du denier 16.

1.	9411765	9411765
2.	8858132	18269897
3.	8337065	26606962
4.	7846649	34453611
5.	7385081	41838692
6.	6950664	48789356
7.	6541801	55331157
8.	6156989	61488146
9.	5794813	67282959
10.	5453942	72736901
11.	5133122	77870023
12.	4831174	82701197
13.	4546987	87248184
14.	4279517	91527701
15.	4027781	95555482
16.	3790853	99346335
17.	3567862	102914197
18.	3357988	106272185
19.	3160459	109432644
20.	2974550	112407194
21.	2799576	115206770
22.	2634895	117841665
23.	2479901	120321566
24.	2334024	122655590
25.	2196728	124852318
26.	2067509	176919827
27.	1945891	128865718
28.	1831427	130697145
29.	1723696	132420841
30.	1622302	134043143

Table d'interest du denier 17.

1.	9444444	9444444
2.	8919753	18364197
3.	8424211	26788408
4.	7956199	34744607
5.	7514188	42258795
6.	7096733	49355528
7.	6702470	56057998
8.	6330111	62388109
9.	5978438	68366547
10.	5646303	74012850
11.	5332619	79345469
12.	5036362	84381831
13.	4756564	89138395
14.	4492310	93630705
15.	4242737	97873442
16.	4007029	101880471
17.	3784416	105664886
18.	3574171	109239058
19.	3375605	112614664
20.	3188072	115802736
21.	3010957	118813693
22.	2843682	121657375
23.	2685700	124343075
24.	2536494	126879569
25.	2395578	129275147
26.	2262490	131537637
27.	2136796	133674433
28.	2018085	135692518
29.	1905969	137598487
30.	1800082	139398569

Table d'interest du denier 18.

1.	9473684	9473684
2.	8975069	18448753
3.	8502697	26951450
4.	8055186	35006636
5.	7631229	42637865
6.	7229585	49867450
7.	6849081	56716531
8.	6488603	63205134
9.	6147098	69352232
10.	5823567	75175799
11.	5517063	80692862
12.	5226691	85919553
13.	4951602	90871155
14.	4690991	95562146
15.	4444097	100006243
16.	4210197	104216440
17.	3988608	108205048
18.	3778681	111983729
19.	3579803	115563532
20.	3391392	118954924
21.	3212898	122167822
22.	3043798	125211620
23.	2883598	128095218
24.	2731830	130827048
25.	2588049	133415097
26.	2451836	135866933
27.	2322792	138189725
28.	2200540	140390265
29.	2084722	142474987
30.	1975000	144449987

Table d'interest du denier 19.

1.	9500000	9500000
2.	9025000	18525000
3.	8573750	27098750
4.	8145072	35243812
5.	7737809	42981621
6.	7350919	50332540
7.	6983 73	57315913
8.	6634204	63950117
9.	6302494	70252611
10.	5987369	76239980
11.	5688001	81927981
12.	5403601	87331582
13.	5133421	92465003
14.	4876750	97341753
15.	4632912	101974665
16.	4401266	106375931
17.	4181203	110557134
18.	3972143	114529277
19.	3773536	118302813
20.	3584859	121887672
21.	3405616	125293288
22.	3235335	128528623
23.	3073568	131602191
24.	2919890	134522081
25.	2773895	137295976
26.	2635200	139931176
27.	2503440	142434616
28.	2378268	144812884
29.	2259355	147072239
30.	2146387	149218626

Table d'intereſt du denier 20.

NOTA.

Ceſte Table eſt ſemblable à la precedente de 5 pour 100.

Table d'intereſt du denier 21.

1.	9545455	9545455
2.	9111571	18657026
3.	8697409	27354435
4.	8302072	35656507
5.	7924705	43581212
6.	7564491	51145703
7.	7220650	58366353
8.	6892439	65258792
9.	6579146	71837938
10	6280094	78118032
11.	5994635	84112667
12.	5722152	89834819
13.	5462054	95296873
14.	5213779	100510652
15.	4976789	105487441
16.	4750571	110238012
17.	4534636	114772648
18.	4328516	119101164
19.	4131765	123232929
20.	3943958	127176887
21.	3764687	130941574
22.	3593565	134535139
23.	3430221	137965360
24.	3274302	141239662
25.	3125470	144365132
26.	2983403	147348535
27.	2847794	150196329
28.	2718346	152914678
29.	2594788	155509466
30.	2476843	157986309

Table d'interest du denier 22.

1.	9565217	9565217
2.	9149338	18714555
3.	8751541	27466096
4.	8371039	35837135
5.	8007081	43844216
6.	7658947	51503163
7.	7325949	58829112
8.	7007429	65836541
9.	6702758	72539299
10.	6411334	78950633
11.	6143580	85083213
12.	5865946	90949159
13.	5610905	96560064
14.	5366953	101927017
15.	5133607	107060624
16.	4910407	111971031
17.	4696911	116667942
18.	4492697	121160639
19.	4297362	125458011
20.	4110520	129568521
21.	3931802	133500323
22.	3760854	137261177
23.	3597339	140858516
24.	3440933	144299449
25.	3291327	147590776
26.	3148226	150739002
27.	3011347	153750349
28.	2880419	156630768
29.	2755183	159385951
30.	2635392	162021343

NOTA.

Parce que toute raison d'interest que l'on explique par cent, est aussi quelque interest qu'on peut expliquer par le denier d'autant, & au contraire; comme par exemple 5 pour 00, se peut aussi dire au denier 20: nous declarerons les comparaisons des interests comprins es tables precedentes en ceste sorte:

Pour cent	est autant comme le denier
1	100
2	50
3	$33\frac{1}{3}$
4	25
5	20
6	$16\frac{2}{3}$
7	$14\frac{2}{7}$
8	$12\frac{1}{2}$
9	$11\frac{1}{9}$
10	10
11	$9\frac{1}{11}$
12	$8\frac{1}{3}$
13	$7\frac{9}{13}$
14	$7\frac{1}{7}$
15	$6\frac{2}{3}$
16	$6\frac{1}{4}$

Au denier	est autant comme pour cent.
15	$6\frac{2}{3}$
16	$6\frac{1}{4}$
17	$5\frac{15}{17}$
18	$5\frac{5}{9}$
19	$5\frac{5}{19}$
20	5
21	$4\frac{16}{21}$
22	$4\frac{6}{11}$

Estant doncques les tables ainsi preparées, nous descrirons maintenant les exemples servans à cesta 3^e proposition, desquels le premier est tel:

EXEMPLE I.

On veut sçavoir combien montera le capital 380 ℔, *avec son interest composé & prouffitable de* 8 *annees, à raison de* 11 *pour cent par an.*

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 11 pour 100, quel nombre correspond au huictiesme an, & se trouve 4339266, parquoy on dira, 4339266 donnent 10000000 (lesquelles 10000000, sont la racine des tables) combien 380 ℔? Faict 875 $\frac{3142250}{4339266}$ ℔.

NOTA I. Nous mettrons communement aux exemples suivans derriere les livres, leur rompu, sans le convertir en premier rompu, ou sans en extraire les ß & ₰, à fin que les solutions soyent ainsi plus claires, car il suffit de faire cela en la practique.

NOTA II. Si on voulust sçavoir combien monte l'interest de cest exemple, on soubstraira 380 ℔ de 875 $\frac{3142250}{4339266}$ ℔, reste 495 $\frac{3142250}{4339266}$ ℔, pour l interest de 8 annees, & semblablement se pourra faire en tous les exemples suivans.

EXEMPLE II.

On veut sçavoir combien capital 800 ℔, *avec son composé & prouffitable interest au denier* 15 *par an, monteront en* 16 $\frac{1}{2}$ *annees.*

CONSTRVCTION.

On adjoustera (à cause de demy an) $\frac{1}{2}$ à 15 (ces 15 sont à cause du denier 15) font 15 $\frac{1}{2}$; Puis on multipliera 3560740 (qui est le nombre respondant au 16e an en la table du denier 15) par 15 donne produict 53411100, le mesme se divisera par 15 $\frac{1}{2}$, donne quotient 3445877, qui est nombre respondant à 16 $\frac{1}{2}$ annees, & auroit son lieu en la table du denier 15, entre le 16e & 17 an, si la table fust faicte de demy en demy an. Puis on dira, 3445877 donnent 10000000, combien 800 ℔? Faict 2321 $\frac{2119483}{3445877}$ ℔.

Semblable sera aussi l'operation en toutes les autres

parties

parties d'année, car s'il y eust à quelques annees 3 mois, on besoigneroit (par ce que 3 mois sont le $\frac{1}{4}$ d'un an) avec $\frac{1}{4}$ comme nous avons faict cy dessus avec $\frac{1}{2}$; Et ainsi des autres parties de l'année comme nous en avons traicté plus amplement au 3 exemple de la 2 proposition.

NOTA. Il y a des aucuns qui comptent interest composé de partie d'annee. Ce que nous disons ne se pouvoir faire, dont la raison est telle:

Tout interest composé consiste en deux interests, l'un du capital, l'autre d'interest de terme escheu. Il n'y a icy point de terme escheu, parquoy il n'y a point d'interest de terme escheu. Et par consequent il n'y a icy nul interest composé.

Item.

Tout interest composé & prouffitable, est plus utile pour le crediteur que interest simple.

Cest interest n'est pas plus utile pour le crediteur, que l'interest simple, mais au contraire plus dommageable, comme ils veullent.

Ergo tel interest n'est point composé.

Item.

Ils ne comptent point d'interest composé d'une année entiere.

Doncques de plus forte raison ne se pourra compter interest composé, de partie d'année.

Nous concluons doncques qu'on ne peut compter interest composé de partie de terme, à sçavoir partie de terme qui consiste seule, sans aucun entier terme ou termes avec luy.

EXEMPLE III.

Quelcun doibt 1200 ℔, *à payer au bout de 7 ans; Combien* *vaudront elles au bout de 23 ans, payant interest composé à 8 pour 100 par an?*

CONSTRVCTION.

On verra combien il y a des années de 7 à 23, se trouve 16; Puis on verra combien les 1200 ℔ vallent en 16 ans, faict par le 1 exemple de ceste proposition, 4111 $\frac{20545}{2918905}$ ℔.

EXEMPLE IV.

Quelcun doibt 800 ℔, à payer au bout de 3 ans, & encore 300 ℔, en 2 ans apres. Combien vaudront ces deux sommes au bout de 15 ans, payant interest composé à 13 pour 100. par an?

CONSTRVCTION.

On trouvera par le precedent 3 exemple, que les 800 ℔ vaudront 3467 $\frac{99103}{1598907}$ ℔, & que les 300 ℔ vaudrõt 1018 $\frac{5924}{1598907}$ ℔, lesquelles deux sommes montent ensemble 4485 $\frac{1583705}{1598907}$ ℔, pour la valeur desdictes 800 ℔ & 300 ℔, au bout de 15 ans.

EXEMPLE V.

Quelcun doibt argent comptant 224 ℔; S'il payoit en 4 ans à chascune année le quart qui est 56 ℔, payant l'interest composé à 2 pour 100 par an; Combien faudroit il payer a chascune année?

CONSTRVCTION.

On verra quel capital on tient à chascune année qu'on n'eust pas tenu selon la premiere condition; Puis on trouvera l'interest de chascun capital à chascune année; Mais par ce que l'on doibt faire à chascune année une paye de capital, qui a seulement couru un an, s'ensuit par la note du precedent 2 exemple, qu'en ceste & semblables

blables conditions, combien qu'il y a accord d'interest composé, il est impossible de le compter. Parquoy ceste question doibt estre soluë par la maniere du troisiesme exemple de la premiere proposition. De sorte que nous avons icy applicque cest exemple, comme accident d'interest digne d'estre annoté.

EXEMPLE VI.

Quelcun doibt en 12 ans 5000 ℔, à sçavoir à chascun an le $\frac{1}{12}$, qui est 416 ℔ 13 ß 4 ₰. Combien vaudront elles toutes ensemble au bout de 12 ans; payant interest composé au denier 15 par an.

NOTA.

La solution de ceste & semblables questions d'interest prouffitable composé, ne se peut faire par la derniere colomne des precedentes tables comme l'on en solve semblables questions de dommageable interest composé, de la suivante 4e proposition; & cela à cause que les nombres d'icelle colomne, ne sont pas proportionaux pour l'une & l'autre espece d'interest, à sçavoir prouffitable & dommageable. Si est ce qu'à icelle occasion, j'avois calculé des tables comme les precedentes, servans à interest composé prouffitable; Mais avant l'edition de ce traicte, nous sommes venus à la cognoissance de solution de ceste question, par autre maniere, à sçavoir sans en debvoir faire propres tables. Parquoy à fin que ce traicte seroit plus simple & que les diverses tables ne causassent plustost confusion, qu'au contraire facilité, nous ne les avons point descrites. Mais à fin que nous demonstrerions (pour ceux qui d'aventure les voudroyent faire & user) leur construction, proportion, & communauté, avec les precedentes, nous en descrirons icy une du denier 15.

CONSTRVCTION.

La construction de ceste table n'a autre difference des precedentes, sinon que l'on y multiplie tousiours (au contraire des precedentes) par le maieur nombre, & on divise par le moindre. Comme en ceste table du denier 15 le 10000000 est premierement multiplié par 16, & le produict est divisé par 15, donnent quotient 10666667, pour la premiere annee, lequel nombre autrefois multiplié par 16, & le produict divisé par 15, donne le quotient de la seconde année, & ainsi des autres. Quant à la construction de la derniere colomne, elle se faict par addition des nombres de la moyenne colomne, comme aux tables precedentes, excepté qu'on mettra icy sur le premier an de la moyenne colomne, la racine des tables à sçavoir 10000000, & la mesme encore une fois sur la derniere colomne, joignant le premier an; Puis (pour ladicte construction de la derniere colomne) on ajoustera par ordre les nombres de la moyenne colomne, comme nous avons faict aux dictes tables precedentes, & comme appert clairement en la table suivante.

Table

Table d'intereſt du denier 15.

	10000000	
1.	10666667	10000000
2.	11377778	20666667
3.	12136297	32044445
4.	12945383	44180742
5.	13808409	57126125
6.	14728970	70934534
7.	15710901	85663504
8.	16758294	101374405
9.	17875514	118132699
10.	19067215	136008213
11.	20338363	155075428
12.	21694254	175413791
13.	23140538	197108045
14.	24683241	220248583
15.	26328790	244931824
16.	28084043	271260614
17.	29956313	299344657
18.	31953401	329300970
19.	34083628	361254371
20.	36355870	395337999
21.	38779595	431693869
22.	41364901	470473464
23.	44122561	511838365
24.	47064065	555960926
25.	50201669	603024991
26.	53548447	653226660
27.	57118343	706775107
28.	60926233	763893454
29.	64987982	824819683
30.	69320514	889807665
31.		959128179

La proportionalité de ceste table avec la precedente du denier 15, est telle: Si nous prennons de chascune table deux egales années, leurs nombres respondans en la moyenne colomne, seront proportionaux. Comme par exemple le 30 an de ceste table, obtient telle raison à son premier an, comme le premier an de la precedente table, à son 30 an; c'est à dire cõme 69320514 à 10666667, ainsi 9375000 à 1442573, excepté quelque petite difference, procedant des restes qu'on delaisse en la construction qui n'est icy de nulle estime. Item comme le 23 an de ceste table, à son 5, ainsi le 5 an de la precedente table à son 23, & ainsi des autres.

Pour laquelle proportion, il s'ensuit, que nous pourrons autant faire par une table, comme par deux. Mais en la derniere colomne il n'y va point ainsi, car les nombres respondans sur annees egales, ne sont point proportionaux. Comme la 30 année de la derniere colomne de ceste table, n'a point telle raison à sa premiere année cõme la premiere annee de la precedente table du denier 15, à sa 30 année, ny au contraire, ny en aucune maniere se trouvent ces termes proportionaux; Ce qui fut occasion que nous calculasmes ces tables comme dict est cy dessus.

Pour doncques solver la question de ce 6 exemple, par ceste table, on verra en la mesme que nombre responde en la derniere colõne sur le 12 an & se trouve 17541379I; Puis à cause de 12 ans, on prendra douze fois la racine des tables, à sçavoir 10000000 faict 120000000, disant 120000000 viennent de 175413791, de combien viendront 5000 ℔? faict 7308 $\frac{108055}{120000}$ ℔.

Reste encore de solver ceste question par noz premieres tables que nous avons dict cy devant estre generales en ceste sorte.

Con-

Construction de ce VI Exemple.

On verra combien les 5000 ℔ vallent en argent comptant, ſelon la doctrine du 6 exemple de la ſuyvante 4 propoſition. Il eſt bien vray qu'il eſt requis en tout bon ordre qu'on beſoigne, la ou il eſt poſſible, par deſcription precedente, & point par ſuyvante, mais par ce que ces tables ſervent à ceſte propoſition & à la ſuyvante, qui eſt auſſi bien pour intereſt composé prouffitable, que pour dommageable, s'enſuit qu'il faut que ces deux propoſitions declairent l'une l'autre; Et par conſequent, qu'aucunes operations de ceſte propoſition s'enſeignent par le ſuyvant, & ſe trouve 3369 $\frac{6275}{120000}$ ℔, Puis on verra combien ceſte ſõme vaudra au bout de 12 ans & ſe trouve par le premier exemple de ceſte propoſition, 7308 $\frac{5024756}{5531418}$ ℔, qui eſt comme devant 7308 ℔ 18 ß 2 $\frac{153886}{921903}$ ₰; il y a ſeulement difference de quelque petite partie de 1 ₰ de nulle eſtime, & cela à cauſe que l'extreme perfection (ce qui advient auſſi à la table des ſinus & pluſieurs autres) n'eſt pas aux tables.

NOTA.

Les exemples ſuyvans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de ceſte propoſition.

EXEMPLE VII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

Quelcun doibt argent comptant 400 ℔, *& preſente au bout de* 10 *annees* 1037 ℔, *à quelle raiſon d'intereſt composé ſeroit ce paye?*

CONSTRVCTION.

On dira 1037 ℔ donnent 10000000, combien 400 ℔? faict 3857281, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres par toutes les tables, ſur le dixieſme an; & ſe trouve en en la table de 10 pour 100, à sçavoir 3855434. On dira doncques que la raison d'interest requise, est de 10 pour 100 quasi, mais parce que 3855434 est un peu moins que 3857281, la raison d'interest requise sera un peu moins que de 10 pour 100.

Mais pour une parfaicte solution de ceste & semblables questions (combien qu on pourroit approcher encore plus pres par proportionelle sumption de table antecedente & table consequente comme l'on faict es tables Astrologiques & autres) il seroit necessaire d avoir entre ses tables, une de tel interest, comme celuy duquel il y a question, autrement on ne peut exprimer la solution que par quasi, ce qui suffit communement en la Practique.

EXEMPLE VIII. AVQVEL EST requis le temps.

On veut sçavoir combien de temps 800 ₶ courreront à raison d'interest composé prouffitable du denier 17 par an, pour valoir avec son interest 2500 ₶.

CONSTRVCTION.

On dira 2500 ₶ donnent 0000000, combien 800 ₶? faict 3200000, le mesme se cherchera au plus pres & majeur en la table du denier 17, & se trouve 3375606 respondans sur le 19 an, ergo les 800 ₶ courreront 19 annees, mais pour encore sçavoir quelle partie d'année lesdictes 800 ₶ ont encore à courrir, on multipliera 3375606 par 17 (par 17 à cause du denier 17) donne produict 57385302, le mesme se divisera par les 3200000 donne quotient $17\frac{2985302}{3200000}$ ₶, lesquels 17 on delaissera pour reigle generale, & on aura seulement egard au rompu, lequel nous signifie telle partie d'annee que les 800 ₶
ont

ont encore à courrir par dessus le 19 ans, à sçavoir en tout $19\frac{2985302}{32000000}$ ans.

EXEMPLE IX. AVQVEL EST requis Capital.

Quelcun reçoit 700 ℔ pour interest composé prouffitable, à raison de 13 pour 100 par an pour 9 annees; Combien estoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 13 pour 100, quel nombre respond sur le 9 an, & se trouve 3328849, le mesme se soubstraira de 10000000, reste 6671151; Puis on dira, interest 6671151, tient capital 3328849, quel capital aura interest 700 ℔? faict $349\frac{1962601}{6671151}$ ℔.

DEMONSTRATION.

La raison qu'il y a au premier exemple en ceste proposition, du comptant, à ce qui escherra en 8 ans apres, à interest composé prouffitable de 11 pour 100 par an (car telle est la condition dudict exemple) la mesme raison y a il de 4339266 à 10000000 par les tables; Et telle raison qu'il y a de 4339266 à 10000000, la mesme y a il de 380 ℔, à $875\frac{3142250}{4339266}$ ℔ par la construction; Ergo $875\frac{3142250}{4339266}$ ℔, est la vraye solution du premier exemple; Ce qu'il falloit demonstrer.

Semblable sera aussi la demonstration de tous les autres exemples, laquelle nous passons outre à cause de brieveté.

CONCLVSION.

Estant doncques declaré capital, temps & raison d'interest composé prouffitable; Nous avons trouvé la valeur du capital & l'interest; ce qu'il falloit faire.

PRO-

PROPOSITION IV.

Estant declaré capital, temps, & raison d'interest composé dommageable: Trouver leur valeur.

EXEMPLE I.

Il y a 700 lb à payer au bout de 10 ans, Combien vaudront elles argent comptant, rabatant interest composé à raison de 12 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 12 pour 100, quel nombre correspond au 10 an, & se trouve 3219732, parquoy on dira, 10000000 donnent 3219732. Combien 700 lb? faict 225 $\frac{38124}{100000}$ lb.

EXEMPLE II.

Il y a 600 lb à payer en 13$\frac{1}{2}$ ans; Combien vaudront elles argent comptant rabatant interest composé, de 14 pour 100 par an?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 14 pour 100, quel nombre correspond au 13 an; & se trouve 820695, le mesme se multipliera par 100, donne produict 182069500, le mesme se divisera par 107 (à sçavoir par 100 & 7 a cause de $\frac{1}{2}$ année d'interest) donne quotient 1701584, lequel est nombre qui responderoit en la table au 13$\frac{1}{2}$ an, si les tables fussent faictes de demi en demi an; Puis on dira, 10000000 donnent 1701584, combien 600 lb? faict 102 $\frac{9504}{100000}$ lb.

Semblable sera aussi l'operation en toutes les autres parties d'annees, car s'il y eust à quelques entieres annees 3 mois, alors on diviseroit (par ce que trois mois sont $\frac{1}{4}$ d'an-

$\frac{1}{4}$ d'année) par 103 $\frac{1}{4}$, & ainsi de toute autre partie d'année, Comme de ceste matiere est plus amplement traicté au troisiesme exemple de la seconde proposition.

EXEMPLE III.

Quelcun doibt à payer en 5 ans 800 ℔, & en 4 ans apres encore 600 ℔; Combien vallent ces deux sommes argent comptant à interest composé de 15 pour 100 par an ?

CONSTRVCTION.

Les 800 ℔ à payer en 5 ans, vaudront argent comptant par le premier exemple de ceste proposition 397 $\frac{74144}{100000}$ ℔; Et les 600 ℔ à payer en 9 ans, vaudront argent comptant par ledict 1 exemple, 170 $\frac{55744}{100000}$ ℔; Lesquelles deux sommes montent ensemble pour solution 568 $\frac{29888}{100000}$ ℔.

EXEMPLE IV.

Quelcun doibt 2000 ℔ à payer au bout de 27 ans; Combien vaudront elles au bout de 9 ans, rabatant interest composé au denier 19?

CONSTRVCTION.

On soubstraira 9 ans de 27 ans reste 18 ans; Puis on verra combien 2000 ℔ vallent sur 18 ans, faict par le 1 exemple de ceste proposition 794 $\frac{4206}{10000}$ ℔.

EXEMPLE V.

Quelcun doibt au bout de 4 ans 360 ℔, & accorde avec son crediteur de les payer en 4 payemens, asçavoir au bout du premier an le $\frac{1}{4}$, & au deuxiesme an encore $\frac{1}{4}$, & au troisiesme an encore $\frac{1}{4}$, & au quatriesme an le dernier $\frac{1}{4}$, rabatant interest composé au denier 16; Combien debura il payer à chascune année?

CON-

CONSTRVCTION.

On avisera quels deniers on debourse selon ceste condition, qu'on ne debourseroit pas selon la premiere condition; Or doncques par ce que selon ceste condition on paye dans un an le quart de la somme, montant 90 ℔, en rabatant, &c. lesquelles on eust payé selon la premiere condition en trois ans apres; S'ensuit qu'on verra combien 90 ℔ à payer en 3 ans, vallent argent comptant; & se trouve par le 1 exéple de ceste proposition $75\frac{33583}{1000000}$ ℔ pour la premiere paye. Et pour semblable raison on trouvera que 90 ℔ pour 2 ans, vaudront $79\frac{723188}{1000000}$ ℔, pour la seconde paye.

Et que 90 ℔ pour 1 an, vaudront $84\frac{12}{17}$ ℔ pour la troisiesme paye. Et par ce que la condition de la derniere paye, est la mesme que la premiere condition, il n'y aura aucun interest, mais se. a de 90 ℔.

EXEMPLE VI.

Il y a 324 ℔ à payer dans 6 ans, à sçavoir 54 ℔ par an; Combien vaudront elles argent comptant, rabatant interest composé au denier 16 par an?

NOTA.

La derniere colomne mise en chascune des precedentes tables, sert pour les questions comme ceste cy, à sçavoir ausquelles il y a payements sur continues années, & l une année autant comme l'autre. Or doncques à fin de colliger par noz tables nombres proportionaux aux nombres de la question, on multipliera tousiours la racine des tables 10000000, par autant des ans qu'il y a en la question, car le produict aura adonc telle raison au nombre respondant à l'annee de la question, comme le capital de la question, au mesme capital avec son

ſon intereſt, comme le tout ſera plus clair par les exemples.

Conſtruction.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correſpond ſur le 6 an, en la derniere colomne, & ſe trouve 48789356. Puis à cauſe de 6 ans, on multipliera 10000000 par 6 faict 60000000, diſant, 60000000 donnent 48789356, combien 324 ₶? faict 263 $\frac{27751344}{60000000}$ ₶.

NOTA.

Si la ſomme (au lieu des 324 ₶) euſt eſté de 330 ₶, à payer 54 ₶ par an, & à la ſeptieſme année encore 6 ₶, on trouveroit la valeur en argent comptant des 324 ₶ par la doctrine de ce ſixieſme exemple, & la valeur des 6 ₶ (qui ſont à payer en 7 ans) par la doctrine du premier exemple de ceſte propoſition, & leur ſomme ſeroit le requis.

EXEMPLE VII.

Quelcun doibt 800 ₶, *à ſçavoir au bout de 6 ans* 50 ₶, *& puis toutes les annees ſuivantes* 50 ₶, *qui s'eſtendra juſques à la 22 année; Combien vallent elles argent comptant payant intereſt composé au denier* 18?

CONSTRVCTION.

On verra combien que 800 ₶ vallènt au commencement du ſixieſme an, ce qui eſt autant comme ſi l'on cherchoit combien telles 800 ₶ a payer en 16 ans vallent argent comptant, & ſe trouve par le precedent 6 exemple 521 $\frac{13152}{160000}$ ₶, & autant vallent les 800 ₶ au commencement du 6 an, ou (ce qui eſt le meſme) au bout du cincquieſme an; Puis on verra par le premier exemple de ceste proposition, combien les mesmes 521 $\frac{13152}{160000}$ ℔ sur 5 ans, vallent argent comptant & se trouve pour solution 397 $\frac{1039615363802}{16000000000000}$ ℔.

NOTA.

Les exemples suyvans dependent de l'alterne ou inverse proportion de ceste proposition.

EXEMPLE VIII. AVQVEL EST requis raison d'interest.

Quelcun doibt au bout de 17 ans 700 ℔, & son crediteur le quite pour 292 ℔ argent comptant; La demande est à quelle raison d'interest composé il seroit rabatu.

CONSTRVCTION.

On dira 700 ℔ donnent 10000000, combien 292 ℔? faict 4171429. Le mesme nombre ce cherchera au plus pres par toutes les tables sur le 17 an; & se trouve en la table du denier 19, la ou il y a 4181203, parquoy on dira que ceste raison d'interest est au denier 19 par an quasi, mais parce que 4171429 est un peu moindre que 4181203 on dira que ce denier est un peu moindre que le denier 19, à sçavoir le denier 18 avec quelque rompu.

Mais pour parfaicte solution de ceste & semblables questions (combien qu'on pourroit approcher encore plus pres par proportionelle sumption de la table antecedente & table consequente, comme l'on faict es tables Astrologiques & autres) il seroit besoing d'avoir entre ces tables une table de tel interest, comme celuy duquel il y a question, autrement on ne peut exprimer la solution que par quasi; Ce qui suffit communement en la practique.

EXEM-

EXEMPLE IX. AVQVEL EST requis le temps.

Quelcun doibt à payer tout ensemble au bout de quelques certaines annees 1400 ₶, *mais il les paye argent comptant* 107 ₶, *rabatant interest composé, à raison de* 13 *pour* 100 *par an, La demande est, en combien des annees estoyent à payer ces* 1400 ₶.

CONSTRVCTION.

On dira 1400 ₶ donnent 10000000, combien 107 ₶? faict 764286, le mesme nombre se cherchera au plus pres & majeur en la table de 13 pour 100; & se trouve 767985 respondant au 21 an. Ergo les 1400 ₶ estoyent à payer en 21 ans. Et pour trouver quelle partie d'année il y a encore par dessus lesdicts 21 ans, on dira 764286 donnent 797985, combien 100? faict $100\frac{369900}{764286}$ ₶, des mesmes se soubstraira pour reigle generale le 100, reste $\frac{369900}{764286}$, la mesme reste divisée par 13 (par 13 à cause de 13 pour 100) faict $\frac{369900}{9935718}$, qui est la partie d'année qu'il y avoit encore par dessus les 21 ans, à sçavoir tout ensemble $21\frac{369900}{9935718}$ ans.

EXEMPLE X. AVQVEL EST requis capital.

Quelcun recoit 1100 ₶, *& on luy avoit rabatu interest composé au denier* 16 *par an, & ce pour* 18 *ans, Combien estoit le capital?*

CONSTRVCTION.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correspond au 18 an; & se trouve 3357988; Puis on dira 3357988 viennent de 10000000, de combien 1100 ₶? faict pour capital & solution $3275\frac{253900}{3357988}$ ₶.

EXEMPLE XI. AVQVEL EST requis capital.

On rabat à quelcun 2022 ℔ pour interest composé de 13 annees, à raison de 9 pour 100 par an; Combien estoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 9 pour 100, quel nombre correspond au 13 an, & se trouve 3261786, le mesme se soubstraira de 10000000, reste 6738214; Puis on dira, 6738214 tient capital 10000000, quel capital aura 2022 ℔? faict 3000 $\frac{535800}{6738214}$ ℔.

NOTA.

Les 4 exemples suyvans se solvent par les dernieres colomnes des tables.

EXEMPLE XII. AVQVEL EST requis raison d'interest.

Quelcun doibt 33000 ℔ à chascune année 1500 ℔, durant 22 ans; Et son crediteur le quite avec 15300 ℔ argent comptant; La demande est à quelle raison d'interest, cecy seroit rabatu.

CONSTRVCTION.

On dira 33000 ℔ donnent 220000000 (à sçavoir 10000000 multipliez par 22 ans) combien 15300 ℔? faict 102000000, le mesme nombre se cherchera au plus pres par toutes les tables en la derniere colomne sur le 22 an, & se trouve en la table de 8 pour 100, la ou il y a 102007429, parquoy on dira que la raison de cest interest est de 8 pour 100 par an quasi, mais parce que 102007429 est un peu d'avantage que 102000000, on dira que ceste raison d'interest est un peu plus grande que 8 pour

8 pour 100, à sçavoir 8 avec quelque petit rompu. Mais pour une parfaicte solution de ceste & semblables questions, il seroit mestier d'avoir entre ses tables, une table de tel interest, comme est l'interest de la question.

EXEMPLE XIII. AVQVEL EST requis le temps.

Quelcun doibt 324 ℔ à payer en certaines années l'une autant comme l'autre, & paye argent comptant 265 ℔, rabatant interest composé au denier 16 par an, La demande est en combien des années estoyent à payer ces 324 ℔.

CONSTRVCTION.

On prendra quelque an en la table du denier 16, par exemple le huictiesme, & par le mesme 8 se multipliera 10000000, faict 80000000; Puis on dira 80000000 donnent 61488146 (qui est le nombre respondant au 8 an en la derniere colomne) combien 324 ℔? Or si ce qu'il en sortira fust precisement 264 ℔, on diroit que 324 ℔ estoyent à payer en 8 ans, mais il en vient beaucoup moins que 264 ℔, parquoy il faut experimenter le semblable par moindres annees que par 8, & cela autant de fois, jusques à ce qu'on le trouve parfaictement, ou au plus pres qu'on peut, qui sera en cest exemple au sixiesme an, auquel les 324 ℔ vallent 263 $\frac{277511344}{600000000}$ ℔, Ainsi doncques les 324 ℔ estoyent à payer en 6 ans; Et pour sçavoir la partie d'année qu'il y a encore par dessus les 6 ans, on soubstraira 263 $\frac{277511344}{600000000}$ ℔ de 265 reste 1 $\frac{322488656}{600000000}$ ℔, des mesmes se trouvera le temps par le 9 exemple de ceste proposition & l'on aura le requis.

EXEMPLE XIV. AVQVEL EST requis capital.

Quelcun doibt certaine somme à payer en 6 ans à sçavoir à chascune année la sixiesme partie de la mesme somme, & accorde avec son crediteur de la payer argent comptant rabatant interest composé au denier 16, & baille argent comptant 263 ℔, combien estoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table du denier 16, en la derniere colomne, quel nombre corresponde au 6 an, & se trouve 4878935 6; Puis on dira 4878935 6 viennent de 60000000 (à sçavoir 10000000 multipliez par 6 ans) de combien viendront 263 ℔; faict capital 323 $\frac{26038012}{48789356}$ ℔.

EXEMPLE XV. AVQVEL EST requis le capital.

Quelcun doibt certaine somme à payer en 27 ans, à sçavoir à chascune annèe le $\frac{1}{27}$ de ladicte somme, Et accorde avec son crediteur, de les payer argent comptant, en rabatant 4010 ℔ pour interest composé à raison de 14 pour 100 par an, de combien estoit le capital?

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 14 pour 100 quel nombre correspond en la derniere colomne sur le 27 an; & se trouve 66351565, le mesme soubstraict de 270000000 (à sçavoir 10000000 multipliez par 27) reste 200648435; Puis on dira, 20064835 viennent de 270000000, de combien viendront 4010 ℔? faict pour solution 5396 $\frac{1044710}{200648435}$ ℔.

DE-

DEMONSTRATION.

Veu qu'il eſt dict au premier exemple de ceſte propoſition, que 700 ℔ à payer au bout de 10 ans, vallent argent comptant 225 $\frac{38124}{1000000}$ ℔, rabatant intereſt composé à raiſon de 12 pour 100; S'enſuit que ſi on employe à intereſt au meſme inſtant leſdictes 225 $\frac{38124}{1000000}$ ℔ à ſçavoir comme devant, à intereſt composé de 12 pour 100 par an, que la meſme ſomme, avec ſon intereſt (ſi l'operation eſt bonne) deburoyent monter enſemble au bout de 10 ans 700 ℔; Mais trouvant ledict intereſt avec ſon capital, ſelon la doctrine du premier exemple de la troiſieſme propoſition il montera 700 ℔, d'ou nous concluons que la conſtruction eſt bonne. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration des autres exemples de ceſte propoſition, laquelle nous paſſons outre à cauſe de briefveté.

CONCLVSION.

Eſtant doncques declaré capital, temps & raiſon d'intereſt composé dommageable, nous avons trouvé leur valeur; ce qu'il falloit faire.

APPENDICE.

Finalement il m'a ſemblé bon de deſcrire quelque reigle generale pour cognoiſtre de 2 ou pluſieurs conditions propoſées, la plus prouffitable, & combien elle eſt meilleure que l'autre, car en cecy conſiſtera peut eſtre la principale utilité de ces tables, à cauſe qu'aucunes perſonnes trafiquans, propoſent journellement l'un à l'autre des conditions, deſquelles la meilleure eſt ſouvent incognue & à l'un & à l'autre.

Pour doncques declarer ceste reigle en un mot, je di qu'on verra combien que chascune proposé condition vaut argent comptant, en respect d'aucun proposé interest, lequel se fera par quelque des precedens exemples, & la difference de ces sommes comptantes, demonstrera combien que l'une condition est meilleure que l'autre, ce qui sera encore plus clair par les exemples.

EXEMPLE I.

On veut sçavoir combien 2000 ℔ *argent comptant, seront meilleures au bout de sept ans, payant interest composé à raison de* 4 *pour* 100 *par chascun quart d'annee; Que les mesmes* 2000 ℔ *argent comptant, a payer au bout de sept ans, à interest composé de* 16 *pour* 100 *par an.*

NOTA.

Ces conditions seroyent egales en interest simple, mais en interest composé la difference est grande comme apparoistra.

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 4 pour 100, combien 2000 ℔ argent comptant, montent avec leur interest au bout de 28 termes (car 28 tels termes font 7 ans) & se trouve par le 1 exemple de la 3 proposition, 5997 $\frac{1372316}{3334772}$ ℔; Puis on verra combien 2000 ℔ avec leur interest montent en 7 ans à raison de 16 pour 100 par an, & se trouve 5652 $\frac{1556660}{3538295}$ ℔; Or soubstraict 5652 $\frac{1556660}{3538295}$ ℔ de 5997 $\frac{1372316}{3334772}$ ℔, reste quasi 345 ℔, & autant monte l'interest de la premiere condition plus que l'interest de la derniere.

EXEM-

EXEMPLE II.

Quelcun doibt 32500 ℔, à sçavoir 12000 ℔ argent comptant, & 6500 ℔ en trois ans, & les 14000 ℔ restantes, ainsi: Au quatriesme an 500 ℔, & puis à chascune année 500 ℔, jusques à la totale solution, qui durera 28 années. Et on luy presente qu'il paye argent comptant 6000 ℔, & au bout de 4 ans encore 5000 ℔, & les 21000 ℔ restantes, en ceste sorte: au cincquiesme an 3000 ℔, & puis apres à chascune année 3000 ℔ jusques à la totale solution, qui durera 7 ans. La demande est quelle condition soit la meilleure pour le crediteur, & combien qu'elle est meilleure que l'autre, posant interest composé au denier 16.

CONSTRVCTION.

Calculation de la premiere condition.

Les 12000 ℔ qui sont à payer argent comptant, vallent argent comptant	12000 ℔.
Et les 6500 ℔ qui sont à payer en 3 ans, vallent argent comptant par le 1 exemple de la 4 proposition	$5419 \frac{9225}{100000}$ ℔.
Et les 14000 ℔, à payer chasque année 500 ℔ durant 28 années, commençant depuis la quatriesme année jusques à la 32e année, vallent argent comptant par le 7e exemple de la 4e proposition	$5448 \frac{428304511195}{2800000000000}$ ℔.
Lesquelles trois sommes pour la valeur en argent comptant de la premiere condition, montent	$22867 \frac{686604511195}{2800000000000}$ ℔.

Calculation de la ſeconde condition.

Les 6000 ℔ qui ſont à payer argent comptant, vallent argent comptant — 6000 ℔.

Et les 5000 ℔ qui ſont à payer au bout de 4 ans vallent argent comptant par le premier exemple de la 4ᵉ propoſition — 3923 $\frac{3245}{10000}$ ℔.

Et les 21000 ℔ qui ſont à payer avec 3000 ℔ par an, durant 7 ans, à ſçavoir depuis la cincquieſme année juſques à la douzieſme, vallent argent comptant par le 7ᵉ exemple de la 4ᵉ propoſition — 3024 $\frac{647522600753}{700000000000}$ ℔.

Leſquelles trois ſommes pour la valeur en argent comptant de la ſeconde condition montent — 22948 $\frac{174672600753}{700000000000}$ ℔.

Ainſi doncques la deuxieſme condition (par ce qu'elle monte d'avantage que la premiere) eſt meilleure pour le crediteur que la premiere. Or ſoubſtraict la comptante valeur de la premiere condition, de la comptante valeur de la deuxieſme condition, reſte 81 $\frac{12085891062}{28000000000}$ ℔, & d'autant eſt la deuxieſme condition meilleure pour le crediteur que la premiere; Laquelle ſolution, & ſemblables ſe rencontrans ſouvent en la practique, ne ſe pourroyent faire ſans le ſecours de ces tables, ſinon que par un labeur ineſtimable.

Ainſi doncques comme deſſus dict eſt, on cherchera touſiours en toutes autres ſemblables queſtions la comptante valeur de diverſes conditions, & leurs differences demonſtrent la plus prouffitable condition.

NOTA.

NOTA.

Si on euſt à calculer quelque queſtion plus que de 30 termes c'eſt à dire de plus de termes qu'il n'y a en noz tables, par exemple de 53 au denier 16; On verra de quels termes de ceux qui ſont en la table du denier 16, ſe compoſe 53, & ſe trouve entre autres de 30, & 23; Parquoy il faut dire: La racine des tables donne le nombre reſpondant en la moyenne colomne au 30 terme, combien donnera le nombre reſpondant en la moyenne colomne au 23 terme? Et ce qui en ſort ſera le nombre pour le 53ᵉ terme; C'eſt à dire qu'on dira, 10000000 donnent 1622302, combien 2479901? & ce qui en ſortira pour quatrieſme terme proportionel, ſera le requis. Et ſi quelcun en veut faire preuve il le pourra experimenter par quelques termes conſiſtans en la table.

Si quelcun euſt à ſolver quelque queſtion d'intereſt, & qu'il vouluſt facilement trouver en ce traicté ſemblable queſtion, pour faire ſa conſtruction conforme à icelle; Il conſiderera premierement, ſi la queſtion propoſee eſt d'intereſt compoſé ou ſimple, s'elle eſt d'intereſt ſimple, il faut chercher aux deux premieres propoſitions, mais du compoſé aux deux dernieres. Puis on verra s'elle eſt d'intereſt prouffitable, ou dommageable, car la premiere & troiſieſme propoſition ſont pour le prouffitable, mais la ſeconde & quatrieſme propoſition pour le dommageable. Puis on verra ſi l'on requiert cognoiſtre l'intereſt, ou quelque autre terme comme raiſon d'intereſt, temps, ou capital. Car les premiers exemples de chaſcune propoſition ſont de ceux auſquels eſt requis l'intereſt, mais les derniers exemples, pour les autres.

Item ſi quelcun euſt à calculer en petites ſommes, il pourroit omettre deux ou trois characteres des tables, les coupant vers la dextre; comme le ſemblable eſt

eſt auſſi en uſage en la table des Sinus, & pluſieurs autres, car cecy ne peut donner aucune difference d'eſtime ſur petites ſommes, voire ſouvent moindre, que le plus petit denier qui ſe forge, mais ſur grandes ſommes il ſeroit plus ſenſible, pourtant nous avons faict noz tables de grands nombres, ſervans ſi bien pour grandes & notables ſommes (comme ſont ſouventesfois les deniers de Bancquiers, Potentats, Provinces, & ſemblables) que pour les petites.

Fin de la Reigle d'intereſt.

Sixieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de faux.

D'une fauſſe poſition.

EXEMPLE I.

Il y a trois aulnes de drap, deſquelles la premiere couſte les $\frac{2}{5}$ de la valeur des trois aulnes, & la ſeconde couſte les $\frac{3}{7}$ de la valeur des trois aulnes, & la troiſieſme couſte 2 ℔; Combien couſtoyent les trois aulnes?

CONSTRVCTION.

Poſons le cas que les trois aulnes couſtent 1 ℔, doncques en tel reſpect la premiere aulne couſte $\frac{2}{5}$ ℔, & la ſeconde $\frac{3}{7}$ ℔, deſquelles la ſomme eſt $\frac{29}{35}$ ℔, les meſmes ſoubſtraictes de 1 ℔, reſte $\frac{6}{35}$ ℔, pour la valeur de la troiſieſme aulne. Or ſi la poſition euſt eſté vraye, il y euſt eu de reſte 2 ℔; Il faut doncques dire $\frac{6}{35}$ ℔, viennent de 1 ℔, de combien viendront 2 ℔? faict $11\frac{2}{3}$ ℔, & autant couſtent les trois aulnes.

DEMON-

DEMONSTRATION.

Les $\frac{2}{5}$ de 11 $\frac{2}{3}$ ℔, font 4 $\frac{2}{3}$ ℔, pour la premiere aulne, & les $\frac{3}{7}$ des mesmes 11 $\frac{2}{3}$ ℔, font 5 ℔, pour la seconde de aulne, & la troisiesme aulne coste 2 ℔, lesquelles trois sommes, comme 4 $\frac{2}{3}$ ℔, & 5 ℔, & 2 ℔, font ensemble 11 $\frac{2}{3}$ ℔, comme dessus. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

De deux fausses positions.

EXEMPLE II.

Trois aulnes de drap coustent 11 ℔, desquelles la seconde couste le double de la premiere plus 2 ℔, & la troisiesme aulne couste le triple de la premiere moins 3 ℔; Combien couste chascune aulne?

CONSTRVCTION.

On posera pour la premiere aulne quelque quantité de livres à plaisir, soit 1 ℔, doncques la seconde aulne selon la proposition, couste 4 ℔, & la troisiesme 0 ℔; Or ces trois sommes montent 5 ℔, & doibuent monter 11 ℔; Doncques la premiere position de 1 vient trop peu ou moins que nous ne desirons 6, ce qu'on notera en ceste sorte:

1 moins 6

Puis on fera quelque autre position soit de 4 ℔, pour la premiere aulne, doncques selon la proposition la seconde couste 10 ℔, & la troisiesme 9 ℔, lesquelles trois sommes montent 23 ℔, & ne doibuent monter que 11 ℔, doncques la seconde position est trop, ou plus que nous ne desirons de 12 ℔, lesquelles on notera soubs la premiere position, & leur disposition sera alors telle:

1 moins

1 moins 6
4 plus 12

Puis on multipliera par croix, & la reste s'achevera selon la doctrine du 17 probleme de l'Arithmetique & viendra 2 ℔ pour la premiere aulne, dont la disposition de l'operation achevée sera telle :

1	moins	6.	24
4	plus	12.	12
		18.	36 quotient 2.

Or estant cognue la valeur de la premiere aulne, il est manifeste que la seconde (selon la proposition) couste 6 ℔, & la troisiesme 3 ℔.

Demonstration.

La seconde aulne de 6 ℔, est le double de la premiere aulne de 3 ℔, & la troisiesme aulne couste 2 ℔, desquelles la somme est 11 ℔ selon le requis.

EXEMPLE III.

Il faut partir 12 ℔ en deux parties telles, que l'une avec le tiers de l'autre face 9 ℔.

CONSTRVCTION.

Posons que l'une partie des 12 ℔ soit 9 ℔, & l'autre partie sera de 3 ℔, & ajoustons aux 3 ℔ le tiers de 9 ℔, qui est aussi 3 ℔, & la somme sera 6 ℔, mais il doibt estre 9 ℔ selon la proposition, c'est doncques moins 3, parquoy la premiere position sera telle :

9 moins 3

Posons autrefois que l'une partie de 12 ℔ soit 6 ℔, & l'autre partie sera aussi de 6 ℔, ajoustons à ces 5 ℔ le tiers des

des autres 6 ℔, qui est 2 ℔, & la somme sera 8 ℔, mais elle deburoit estre 9 ℔ selon la proposition, c'est doncques moins 1 ℔. Puis soubstrayant & divisant selon la reigle du 17 probleme de l'Arithmetique, vient quotient pour l'une partie $4\frac{1}{2}$ ℔, lesquelles soubstraictes de 12 ℔, reste $7\frac{1}{2}$ ℔ pour la seconde partie, & la disposition des characteres de l'operation achevée est telle:

9	moins	3	.	18	
6	moins	1	.	9	
		2	.	9	quotient $4\frac{1}{2}$.

DEMONSTRATION.

Le tiers de l'une partie $4\frac{1}{2}$ ℔ est $1\frac{1}{2}$ ℔, qui ajousté à l'autre partie $7\frac{1}{2}$ ℔, la somme sera selon le requis 9 ℔.

EXEMPLE IV.

Il y a trois aulnes de drap, desquelles la premiere avec la $\frac{1}{2}$ *des deux autres couste* 10 ℔, *& la seconde avec le* $\frac{1}{3}$ *des deux aultres couste* 10 ℔, *& la troisiesme avec le* $\frac{1}{4}$ *des deux autres couste* 10 ℔, *combien couste chascune aulne?*

CONSTRVCTION.

Posons que la premiere aulne couste 4 ℔, lesquelles soubstraictes de 10 ℔, reste 6 ℔, pour la moitie de la valeur de la seconde & troisiesme aulne; Parquoy la seconde & troisiesme aulne coustent 12 ℔, & la premiere 4 ℔, qui font ensemble 16 ℔, pour la valeur des 3 aulnes. Or pour sçavoir la valeur de la seconde & troisiesme aulne, il faut partir les 16 ℔ en deux parties telles, que l'une ajoustee avec le $\frac{1}{3}$ de l'autre, face 10, & les parties seront (par le precedent 3 exemple) 7 ℔ pour la seconde aulne, & 9 ℔ pour la troisiesme & premiere aulne; Mais la prela premiere aulne est de 4 ₶ par l'hypothese, doncques la troisiesme sera de 5 ₶. Or la premiere & deuxiesme aulne ont leur valeur precisement selon la proposition, mais pas la troisiesme; car 5 avec le $\frac{1}{4}$ de la premiere & seconde aulne, ne faict que $\frac{31}{4}$ ₶, & doibt faire 10 ₶, C'est doncques moins $\frac{9}{4}$ ₶. Parquoy la premiere fausse position aura sa disposition de characteres telle :

$$4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \text{ moins } \frac{9}{4}$$

C'est à dire la premiere aulne 4 ₶, la seconde aulne 7 ₶, la troisiesme aulne 5 ₶, vient moins $\frac{9}{4}$ ₶.

Posons maintenant pour la premiere aulne 3 ₶, & faisons en comme de la precedente premiere position, viendra $3 . \frac{13}{2} . \frac{15}{2}$ moins $\frac{1}{8}$, lesquelles nous appliquerons à la premiere position en ceste sorte :

$$\begin{array}{l} 4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \text{ moins } \frac{9}{4} \\ 3 \cdot \frac{13}{2} \cdot \frac{15}{2} \cdot \text{ moins } \frac{1}{8} \end{array}$$

Ce faict, pour trouver la valeur de la premiere aulne, nous pouvons disposer les 4 & 3 respondans à la premiere aulne, ensemble les $\frac{9}{4}$ & $\frac{1}{8}$, comme s'il fust particuliere operation des faux en ceste sorte :

$$\begin{array}{ll} 4 & \text{moins } \frac{9}{4} \\ 3 & \text{moins } \frac{1}{8} \end{array}$$

Or besoignant selon les reigles precedentes, viendra pour la valeur de la premiere aulne $2\frac{16}{17}$ ₶, dont la disposition est telle :

$$\begin{array}{llll} 4 & \text{moins} & \frac{9}{4} & . \frac{27}{4} \\ 3 & \text{moins} & \frac{1}{8} & . \frac{1}{2} \\ & & \frac{17}{8} & . \frac{50}{8} \text{ quotient } 2\frac{16}{17} \text{ ₶} \end{array}$$

Et

Et pour trouver la valeur de la seconde aulne, on mettra de mesme sorte en ordre 7 & $\frac{13}{2}$ respondans à la seconde aulne, & l'on besoignera comme devant, & se trouvera pour la seconde aulne 6 $\frac{8}{17}$ ℔, desquels la disposition est telle:

$$\begin{array}{ccccl} 7 & \text{moins} & \frac{9}{4} & . & \frac{117}{8} \\ \frac{13}{2} & \text{moins} & \frac{1}{8} & . & \frac{7}{8} \\ & & \frac{17}{8} & . & \frac{110}{8} \text{ quotient } 6\frac{8}{17} \text{ ℔.} \end{array}$$

Et pour trouver la valeur de la troisiesme aulne, l'on mettra de mesme sorte en ordre 5 & $\frac{15}{2}$, respondans à la troisiesme aulne, & on besoignera comme devant, & se trouvera pour la troisiesme aulne 7 $\frac{11}{17}$ ℔, desquels la disposition est telle:

$$\begin{array}{ccccl} 5 & \text{moins} & \frac{9}{4} & . & \frac{135}{8} \\ \frac{15}{2} & \text{moins} & \frac{1}{8} & . & \frac{5}{8} \\ & & \frac{17}{8} & . & \frac{130}{8} \text{ quotient } 7\frac{11}{17} \text{ ℔.} \end{array}$$

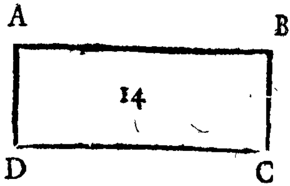
DEMONSTRATION.

Au premier, la somme de la seconde aulne 6 $\frac{8}{17}$ ℔, & de la troisiesme aulne 7 $\frac{11}{17}$ ℔, est 14 $\frac{2}{17}$ ℔, desquelles la moitie est 7 $\frac{1}{17}$ ℔, les mesmes ajoustées à 2 $\frac{16}{17}$ ℔ de la premiere anlne, font 10 ℔.

Au second, la somme de la premiere aulne 2 $\frac{16}{17}$ ℔, & de la troisiesme aulne 7 $\frac{11}{17}$ ℔, est 10 $\frac{10}{17}$ ℔, desquelles le tiers est 3 $\frac{9}{17}$ ℔, les mesmes ajoustées à 6 $\frac{8}{17}$ ℔ de la seconde aulne, font 10 ℔.

Au troisiesme, la somme de la premiere aulne 2 $\frac{16}{17}$ ℔, & de la seconde aulne 6 $\frac{8}{17}$ ℔, est 9 $\frac{7}{17}$ ℔, desquelles le quart est 2 $\frac{6}{17}$ ℔, les mesmes aioustées à 7 $\frac{11}{17}$ ℔, font 10 ℔, comme il estoit requis.

EXEMPLE V.



Il y a un quadrangle rectangle ABCD, *duquel la superfice faict* 14, *& le costé* AB *est double au costé* AD, *la demande est de combien soit chascun desdicts costez.*

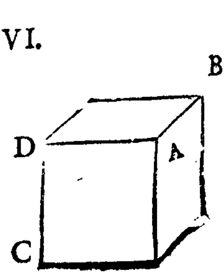
CONSTRVCTION.

Soit AD.	1①	$\sqrt{7}$
Ergo AB son double	2①	$\sqrt{28}$
Mais multiplié AD par AB, donne la superfice AC, Doncques le produict desdictes 1① par 2① qui est	2②	14
Est egal à	14	

Et par le 78 probleme de l'Arithmetique 1① vaudra $\sqrt{7}$.

Je di, que AD est $\sqrt{7}$, & AB $\sqrt{28}$. *Demonstration.* $\sqrt{28}$ est double à $\sqrt{7}$, par le 21 probleme de l'Arithmetique. Et multipliant AB $\sqrt{28}$ par AD $\sqrt{7}$, donne la vraye superfice AC 14; ce sont doncques les vrayes quantitez requises desdicts costez; ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE VI.



Il y a un solide rectangle AB CD, *duquel le contenu est* 192, *& comme* 4 *à* 3, *&* 3 *à* 2, *ainsi la hauteur* CD, *à la longueur* DA, *& la longueur* DA, *à la largeur* AB, *la demande est combien soit chascun desdicts costez.*

CON-

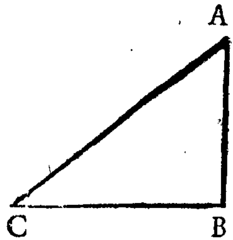
CONSTRUCTION.

Soit C D	4 ①	8
Ergo D A	3 ①	6
Ergo A B	2 ①	4
Mais multiplié C D par D A, & iceluy produict autrefois par A B, donne le solide A B C D; Doncques ledict produict de C D 4 ①, par D A 3 ①, faisant 12 ②, & le mesme autrefois multiplié par A B 2 ① qui faict	24 ③	192
Est egal a	192	

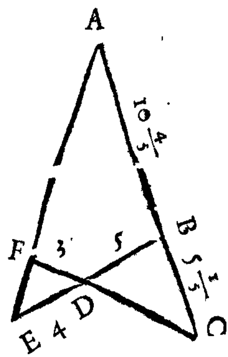
Et par le 78 probleme de l'Arithmetique 1 ① vaudra 2.

Je di, que C D est 8, & D A 6, & A B 4. *Demonstration*. Il y a telle raison de 8 à 6, & de 6 à 4, comme de 4 à 3, & de 3 a 2. Et multipliant C D 8, par D A 6, faict 48, le mesme par A B 4, faict le vray solide 192; ce sont doncques les vrayes quantitez requises desdicts costez; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Il y a des aucuns qui descrivent & solvent plusieurs questions (& principalement des figures geometriques) par l'Algebre, lesquelles toutesfois se peuvent solver par reigle de trois ou autre calculation vulgaire; Mais à fin que la chose soit bien & utilement entendue, il convient sçavoir, que telles operations par Algebre, enseignent aucunement l'usage d'icelle reigle, mais quant au reste ce n'est pas l'operation que l'on usera en la practique, pour la plus cõmode, veu qu'elle est propre pour les questions, esquelles les termes donnez sont obscurement proposez, comme quand l'on cherche les costez incognuz des grandeurs par leurs superfices ou solides grandeurs cognues, comme au precedent 5e & 6e exemple, & semblables. Mais à fin que nous en parlions par exemple; Soit un triangle A B C, duquel la perpendiculaire A B soit 4 & la base B C 5, l'on veut sçavoir de combien soit l'hypothenuse A C. Or nous sçavons que la racine de la somme des deux quarrez de A B & B C, est le nombre de A C, pourtant ajoustant 25 & 16 (qui sont les quarrez de 5 & 4) font 41, sa racine pour A C est $\sqrt{41}$, & ceste operation est plus commode que par Algebre, en laquelle l'on finge & faict la mine que le notoire soit incogneu, ce qui est inutile.



Soit autrefois la figure du 12 *Cap. Lib.* 1 *magnæ construct. Ptol.* A B C D E F, de laquelle A C soit 16, & C D 7, & D F 3, & E D 4, & D B 5, Et on veut sçavoir le nombre de A B & B C. Or ayant Ptolemée demonstré, que la raison de A C à A B, est composé de deux raisons, à sçavoir de la raison C F 10, à F D 3, & de la raison D E 4, à E B 9, il est manifeste que tous les termes necessaires sont cogneus pour operer sans Algebre. Car ajoustant lesdictes Raisons, à sçavoir *Raison* $\frac{10}{3}$ avec *Raison* $\frac{4}{9}$, donnent somme (par le 5^e probleme à la 2^e distinction de ceste Practique d'Arithmetique) *Raison* $\frac{40}{27}$; docques la raison de A C à A B, est comme de 40 à 27, parquoy



quoy comme 40 à 27, ainsi A C à A B; disant doncques 40 donnent 27 combien 16? faict pour A B 10 $\frac{4}{5}$, qui soubstraict de 16, reste pour B C $\frac{1}{5}$. Doncques A B est 10 $\frac{4}{5}$, & B C 5 $\frac{1}{5}$; Laquelle operation est beaucoup plus facile & commode, que par Algebre. Le mesme s'entendra de plusieurs autres, comme pour trouver les cordes du circle, servant à la construction des tables des Sinus, ce que les aucuns font (autrement que Ptolemée & Iehan de Montroial) par ladicte Algebre; Pourtant comme nous avons dict cy dessus, l'on peut estimer que tels exemples enseignent les operations d'icelle reigle (combien qu'il y a assez d'autre maniere propre) mais ils ne sont pas commodes pour les user en la Practique, parce que l'on se propose ainsi inutilement, que la chose cognue soit occulte. Et voyla la raison pourquoy nous n'avons point descript l'expedition de tels exemples par Algebre.

EXEMPLE VII.

Il y a trois compaignons A B C, *qui ont party entre eux certaine somme; Et la part de* C, *estoit egale à la part de* B; *avec le* $\frac{1}{3}$ *de* A; *Et la part de* B, *estoit egale à la part de* A, *avec la* $\frac{1}{5}$ *de* C; *& la part de* A, *estoit egale à* 4 ℔, *avec le* $\frac{1}{4}$ *de* B. *La demande est de combien estoit la totale somme & la part d'un chascun.*

CONSTRVCTION.

L'on besoignera selon la doctrine de la 23e question du premier livre de Diophante, & se trouve pour solution que A avoit 6 ℔, & B 8 ℔, & C 10 ℔, qui font ensemble 24 ℔.

NOTA.

Nous pourrions icy descrire plusieurs difficiles questions, appliquans à diverses matieres les nombres des questions du 81 probleme de l'Arithmetique, comme nous avons faict en ceste precedente 7e question. Mais veu que celuy qui entendra lesdictes questions le pourra facilement faire par soymesme, nous n'y consommerons pas le temps.

Fin de la reigle de Faux.

Septiesme distinction de la seconde Partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la Disme.

LA DISME,

Enseignant facilement expedier par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des Hommes.

Premierement descripte en Flameng, & maintenant convertie en François,
par SIMON STEVIN *de Bruges.*

AVX ASTROLOGVES, ARPENTEURS, MESVREVRS DE TAPISSERIE, GAVIEVRS, STEREOMETRIENS, EN general, Maiſtres de monnoye, & à tous Marchans:

SIMON STEVIN *Salut.*

QVelcun voyant la petiteſſe de ce livret, & la comparant à la grandeur de vous mes Tres-honnorez Seigneurs ; *auſquels il eſt dedié, eſtimera peut eſtre noſtre concept abſurd; Mais s'il conſidere la Proportion, qui eſt, comme la petite quantité de ceſtui cy, à l'humaine imbecillité de ceux là, ainſi ſes grandes utilitez, à leurs hauts & ingenieux entendemens, ſe trouvera avoir faict comparaiſon des termes extremes, leſquels ne la permettent en converſion de proportion quelconque. Soit doncques le troiſieſme au quatrieſme. Mais que ſera ce propoſé? d'aventure quelque invention admirable? non certes, mais choſe ſi ſimple qu'elle ne merite quaſi le nom d'invention,*

tion, car comme l'homme rustique, & lourd, trouve bien d'aventure quelque grand tresor, sans y avoir usé de science, tout ainsi le semblable est il advenu en cest affaire: Pourtant si quelcun me voulust estimer pour vanteur de mon entendement à cause de l'explication de ces utilitez; sans doubte il demonstre, ou qu'il n'y a en luy ny jugement, ny intelligence, de sçavoir discerner les choses simples des ingenieuses, ou qu'il soit envieux de la prosperité commune; mais quoy qu'il en soit, il ne faut pas omettre l'utilité de cestui cy, pour l'inutile calomnie de cestuy la. Or comme le marinier ayant d'aventure trouvé quelque Isle incognue, declare franchement au Roy toutes ses richesses, comme d'avoir beaux fruicts, precieux mineraux, plaisantes contrees, &c. sans que cela luy soit reputé pour philautie; ainsi nous parlerons icy librement de la Grande utilité de ceste invention, je di Grande, voire plus Grãde que je n'estime qu'aucun de vous autres attende, sans toutesfois me glorifier du mien.

Veu doncques que la matiere de ceste DISME *(la cause duquel nom sera declarée par la suy-*

 vante

vante premiere definition) eſt nombre, l'utilité des effects de laquelle, vous M^rs eſt aſſés notoire par voz continuelles experiences, il ne ſera point meſtier d'en faire beaucoup de parolles; Car s'il eſt Aſtrologue, il ſçait que le monde eſt devenu par les computations Aſtronomiques (car elles enſeignent au Pilote l'elevation de l'Equateur, & du Pole, par le moyen de la table des declinations du Soleil, l'on deſcript par icelles la vraye longitude & latitude des lieux, &c.) vn paradis, abondant en pluſieurs lieux, de ce que toutesfois la terre n'y peut point produire. Mais comme le doux n'eſt jamais ſans l'amer, le travail de telles computations ne luy ſera point caché, à cauſe des labourieuſes multiplications, & diviſions, qui procedent de la ſoixantieſme progreſſion des Degrez, Minutes, Secondes, Tierces, &c. Mais s'il eſt Arpenteur, il ſçaura le grand benefice que le monde reçoit de ſa ſcience, par laquelle s'evitent pluſieurs difficultez & noiſes, qui s'eleveroyent journellement, à cauſe de l'incognue capacité des terres; outre cela il ne ignore pas (principalement celui auquel les affaires ſont grandes)

les

les ennuieuses multiplications, qui procedent des Verges, Pieds, & souvent Doigts, l'un par l'autre, qui n'est pas seulement moleste, mais (combien toutesfois que le mesurer & autres choses precedentes fussent bien expediees) souvent cause d'erreur, tendant au grand dommage de l'un ou de l'autre. Aussi à la ruine de la bonne renommée de l'Arpenteur: Et ainsi des Maistres des monnoyes, Marchans, & chascun au sien. Mais d'autant que ceux la sont plus dignes, & les voies pour y parvenir plus labourieuses, d'autant plus grande est ceste discouverte DISME *ostant toutes ces difficultez; Mais comment? Elle enseigne (a fin de dire beaucoup en un mot) d'expedier facilement sans nõbres rompuz, tous comptes qui se rencontrent aux affaires des Humains: de sorte que les quatre principes d'Arithmetique que l'on appelle Ajouster, Soubstraire, Multiplier & Diviser par nombres entiers, pourront satisfaire à tel effect: Causant semblable facilité a ceux qui usent des gettons. Or si par tel moyen sera gaigné le precieux temps; Si par tel moyen sera sauvé, ce qui se perderoit autrement; Si*

Si par tel moyen ſera oſté labeur, noiſe, erreur, dommaige, & autres accidens communement ajoincts à ceux cy, je le mects volontiers à voſtre jugement.

Quant à ce que quelcun me pourroit dire, que pluſieurs inventions ſemblent bonnes au premier regard; Mais quand on s'en veut ſervir, l'on n'en peut rien effectuer, & comme il avient ſouvent aux chercheurs de forts mouvemens, qui ſemblent bons en petites preuves, mais aux grandes, ou a l'effect, ils ne vallent pas un feſtu: Nous luy reſpondons qu'il n'y a icy telle doubte, parce que l'experience s'en faict journellement en la choſe meſme; A ſçavoir par divers experts Arpenteurs Hollandois, auſquels nous l'avons declaré, leſquels (laiſſans ce qu'ils avoyent inventé chaſcun à ſa maniere, pour amoindrir le travail de leurs computations) l'uſent à leur grand contentement, & par tel fruict comme la Nature teſmoigne s'en devoir neceſſairement ſuivre: Le meſme aviendra à un chaſcun de vous autres mes Treshonnores Seig^rs^ *qui feront comme eux. Vivez cependant en toute felicité.*

ARGV-

ARGVMENT.

LA Disme a deux parties, Definitions, & Operation. En la premiere partie se declarera par la premiere Definition, quelle chose soit Disme; Par la seconde, troisiesme & quatriesme, que signifie Commencement, Prime, Seconde, &c. & nombres de Disme.

En l'operation se declarera par quatre propositions, l'Addition, Soubstraction, Multiplication, & Division des nombres de Disme, Dequoy l'ordre se peut representer succinctement par telle table:

La Disme a deux parties.
- *Definitions, comme quelle chose soit*
  - *Disme.*
  - *Commencement.*
  - *Prime, Seconde, &c.*
  - *Nombre de Disme.*
- *Operation de*
  - *l'Addition.*
  - *Soubstraction.*
  - *Multiplication.*
  - *Division.*

A la fin du precedent sera encore appliqué une Appendice, declarant l'usage de la Disme par quelques exemples és choses.

LA PREMIERE PARTIE DE LA DISME DES definitions.

DEFINITION I.

DISME est une espece d'Arithmetique, inventée par la Disiesme progreßion, consistente es characteres des ciffres, par lesquels se descript quelque nombre, & par laquelle l'on depesche par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes.

EXPLICATION.

Soit quelque nombre de mille cent & onze, descript par characteres des cyffres en ceste sorte 1111, ausquels appert que chasque 1 est la dixiesme part de son prochain charactere precedent. Semblablement en 2378, chasque unité du 8, est la dixiesme de chasque unité du 7. Et ainsi de tous les autres. Mais parce qu'il est convenable que les choses desquelles on veut traicter, ayent des noms, & que ceste maniere de computation est trouvée par consideration de telle dixiesme ou disme progression, voire qu'elle consiste entierement en icelle, comme apparoistra cy apres, nous nommons ce traicté proprement & convenablement la DISME, par la mesme on peut operer avec nombres entiers sans rompuz en tous les comptes se rencontrans en nos affaires, comme sera demonstré au suyvant.

DEFINITION II.

Tout nombre entier proposé se dict COMMENCEMENT, *son signe est tel* ⓪.

Ex-

EXPLICATION.

Par exemple quelque nombre proposé de trois cens soixantequatre, nous le nommons trois cens soixantequatre COMMENCEMENS, les descrivant en ceste sorte 364 (0). Et ainsi de tous autres semblables.

DEFINITION III.

Et chasque dixiesme partie de l'unité de commencement nous la nommons PRIME, *son signe est tel* (1); *& chasque dixiesme partie de l'unité de prime nous la nommons* SECONDE, *son signe est tel* (2). *Et ainsi des autres chasque dixiesme partie, de l'unité de son signe precedent, tousiours en l'ordre un d'avantage.*

EXPLICATION.

Comme 3 (1) 7 (2) 5 (3) 9 (4), c'est à dire 3 *Primes* 7 *Secondes* 5 *Tierces* 9 *Quartes*; & ainsi se pourroit proceder en infini. Mais pour dire de leur valeur, il est notoire, que selon ceste definition, lesdicts nombres sont $\frac{3}{10}$ $\frac{7}{100}$ $\frac{5}{1000}$ $\frac{9}{10000}$, ensemble $\frac{3759}{10000}$. Semblablement 8 (0) 9 (1) 3 (2) 7 (3) vallent 8 $\frac{9}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{7}{1000}$, ensemble 8 $\frac{937}{1000}$. Et ainsi d'autres semblables. Il faut aussi sçavoir que nous n'usons en la DISME d'aucuns nombres rompuz, aussi que le nombre de multitude des signes, excepté (0), n'excede jamais le 9. Par exemple nous n'escrivons pas 7 (1) 12 (2), mais en leur lieu 8 (1) 2 (2), car ils vallent autant.

DEFINITION IV.

Les nombres de la precedente seconde & troisiesme Definition se disent en general NOMBRES DE DISME.

Fin des Definitions.

SECON-

SECONDE PARTIE DE LA DISME DE L'OPERATION.

PROPOSITION I, DE L'ADDITION.

E*Stant donnez nombres de Disme à ajouster: Trouver leur somme:*

Explication du donné. Il y a trois ordres de nombres de Disme, desquels le premier 27⓪8①4②7③, le deuxiesme 37⓪6①7②5③, le troisiesme 875⓪7①8②2③.

Explication du requis. Il nous faut trouver leur somme. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme ci joignant, les aioustant selon la vulgaire maniere d'aiouster nombres entiers, en ceste sorte:

		⓪	①	②	③
	2	7	8	4	7
	3	7	6	7	5
8	7	5	7	8	2
9	4	1	3	0	4

Donne somme (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 941304, qui sont (ce que demonstrent les signes dessus les nombres) 941⓪3①0②4③. Ie di, que les mesmes sont la somme requise. *Demonstration.* Les 27⓪8①4②7③ donnez, font (par la 3e definition) 27 $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1000}$, ensemble 27 $\frac{847}{1000}$, & par mesme raison les 37⓪6①7②5③ vallent 37 $\frac{675}{1000}$, & les 875⓪7①8②4③ feront 875 $\frac{782}{1000}$, lesquels trois nombres, comme 27 $\frac{847}{1000}$, 37 $\frac{675}{1000}$, 875 $\frac{782}{1000}$, font ensemble (par le 10e probleme de l'Arith.) 941 $\frac{304}{1000}$, mais autant vaut aussi la somme 941⓪3①0②4③, c'est c'est doncques la vraye Somme, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres de Disme à ajouster, nous avons trouvé leur Somme, ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Si aux nombres donnez defalloit quelque signe de leur naturel ordre, on emplira son lieu par le diffaillant. Soyent par exemple les nombres donnez 8 ⓪ 5 ① 6 ②, & 5 ⓪ 7 ②, auquel dernier defaut le signe de l'ordre ①. L'on mettra en son lieu 0 ①, prennant alors comme pour nombre donné 5 ⓪ 0 ① 7 ②, les ajoustant comme cy devant en ceste sorte:

⓪	①	②	
8	5	6	
5	0	7	
1 3	6	3	

Cest advertissement servira aussi aux trois propositions suyvantes, là ou il faut tousiours emplir l'ordre des figures diffaillantes, cõme nous avons faict en cest exemple.

PROPOSITION II, DE LA SOVBSTRACTION.

Estant donné nombre de Disme duquel on soubstraict, & à soubstraire: Trouver leur Reste.

Explication du donné. Soit le nombre duquel on soubstraict 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, & à soubstraire 59 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre cõme cy joignant, soubstrayant selon la vulgaire maniere de soubstraction par nombres entiers, en ceste sorte:

		⓪	①	②	③
2	3	7	5	7	8
	5	9	7	3	9
1	7	7	8	2	9

Reste (par le 2 probleme de l'Arithmetique) 177829

 qui

qui sont (ce que denotent les signes par dessus les nombres) 177 ⓪ 8 ① 2 ② 9 ③; Ie di que les mesmes sont la reste requise. *Demonstration.* Les 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, font (par la 3 definition de ceste Disme) 237 $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{1000}$, ensemble 237 $\frac{578}{1000}$: Et par mesme raison les 59 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③ vallent 59 $\frac{749}{1000}$, lesquelles soubstraicts de 237 $\frac{578}{1000}$, reste (par le 10 probleme de l'Arithmetique) 177 $\frac{829}{1000}$. Mais autant vallent lesdictes 177 ⓪ 8 ① 2 ② 9 ③, c'est doncques la vraye Reste; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre de Disme duquel on soubstraict, & à soubstraire, nous avons trouve leur reste, ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION III, DE LA MVLTIPLICATION.

Estant donné nombre de Disme à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produict.

Explication du donné. Soit le nombre à multiplier 32 ⓪ 5 ① 7 ②, & multiplicateur 89 ⓪ 4 ① 6 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme cy joignant, multipliant selon la vulgaire maniére de multiplication par nombres entiers, en ceste sorte:

				⓪	①	②	
				3	2	5	7
				8	9	4	6
			1	9	5	4	2
		1	3	0	2	8	
	2	9	3	1	3		
2	6	0	5	6			
2	9	1	3	7	1	2	2
			⓪	①	②	③	④

Donne produict (par le 3 probleme de l'Arithmetique) 29137122. Or pour sçavoir que ce sont, on ajoustera les deux derniers signes donnez, l'un ②, & l'autre aussi ②, font

②, font enſemble ④, nous dirons donc que le ſigne du dernier charactere du produict ſera ④, lequel eſtant cogneu, tous les autres ſeront notoires, à cauſe de leur ordre continu; De ſorte que 2913 ⓪ 7 ① 1 ② 2 ③ 2 ④ ſont le produict requis. *Demonſtration.* Le nombre donné à multiplier 32 ⓪ 5 ① 7 ②, faict (comme appert par la 3ᵉ definition de ceſte Diſme) 32 $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, enſemble 32 $\frac{57}{100}$, & par meſme raiſon le multiplicateur 89 ⓪ 4 ① 6 ②, vaut 89 $\frac{46}{100}$, par le meſme multiplié ledict 32 $\frac{57}{100}$, donne produict (par le 12ᵉ probleme de l'Arithmetique) 2913 $\frac{7}{10}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{2}{1000}$ $\frac{2}{10000}$; mais autant vaut auſſi ledict produict 2913 ⓪ 7 ① 1 ② 2 ③ 2 ④, c'eſt donc le vray produict, ce qu'il nous falloit demonſt er. Mais pour dire maintenant la raiſon, pourquoy ② multipliée par ②, donne produict ④ (qui eſt la ſomme de leurs nombres) Item pourquoy ④ par ⑤ donne produict ⑨, & pourquoy ⓪ par ③, donne ③, &c. Prennons $\frac{2}{10}$ & $\frac{3}{100}$ (qui ſont par la 3ᵉ definition de ceſte Diſme 2 ① 3 ②) leur produict eſt $\frac{6}{1000}$, qui vallent par ladicte troiſieſme definition, 6 ③. Multipliant doncques ① par ②, le produict eſt ③, à ſçavoir un ſigne compoſé de la ſomme des nombres des ſignes donnez.

CONCLVSION.

Eſtant doncques donné nombre de Diſme à multiplier, & multiplicateur, nous avons trouvé leur Produict. ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Si le dernier ſigne du nombre à multiplier fuſt inegal au dernier ſigne du multiplicateur; par exemple l'un 3 ④ 7 ⑤ 8 ⑥, l'autre 5 ① 4 ②, l'on fera comme deſſus, & la diſpoſition des characteres de l'operation ſera telle:

		④	⑤	⑥
		3	7	8
			5	4 ②
	1	5	1	2
1	8	9	0	
2	0	4	1	2
④	⑤	⑥	⑦	⑧

PROPOSITION IV, DE LA DIVISION.

Estant donné nombre de Disme à diviser & diviseur: Trouver leur Quotient.

Explication du donné. Soit le nombre à diviser 3 ⓪ 4 ① 4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, & le diviseur 9 ① 6 ②. *Explication du requis.* Il nous faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera les nombres donnez (omettant leurs signes) selon la vulgaire maniere de diviser par nombres entiers ainsi:

```
          1
        1 8
        5 1 6 4
        7 6 1 7        ⓪ ① ② ③
      3 4 4 3 5 2 (3  5  8  7
        9 6 6 6 6
          9 9 9
```

Donne Quotient (par le 4ᵉ probleme de l'Arithmetique) 3587. Or pour sçavoir que ce sont, le dernier signe du diviseur qui est ②, se soubstraira du dernier signe du nombre à diviser, qui est ⑤, reste ③, pour le signe du dernier charactere du Quotient, qui estant ainsi cogneu, tous les autres seront aussi manifestes, à cause de leur continu ordre, de sorte que 3 ⓪ 5 ① 8 ② 7 ③, sont le Quotient requis. *Demonstration.* Le nombre donne à diviser 3 ⓪ 4 ① 4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, faict (comme appert par la troisiesme definition de ceste Disme) $3\frac{4}{10}\ \frac{4}{100}\ \frac{3}{1000}\ \frac{5}{10000}\ \frac{2}{100000}$, ensemble $3\frac{44352}{100000}$, par lequel divisé lesdicts $3\frac{44352}{100000}$, donne quotient (par le 13ᵉ probleme de l'Arithmetique) $3\frac{587}{1000}$, mais autant vaut ledict Quotient 3 ⓪ 5 ① 8 ② 7 ③, c'est donc le vray quotient. ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre de Disme à diviser, & diviseur, nous avons trouvé leur Quotient, ce qu'il falloit faire.

NOTA

NOTA 1. Si les signes du diviseur fussent plus hauts que les signes du nombre à diviser, l'on mettra joignant le nombre à diviser autant des o qu'on veut, ou autant qu'il sera mestier. Par exemple 7 ②, sont à diviser par 4 ⑤; je mects pres le 7 quelques o ainsi 7000, les divisant comme dessus en ceste sorte : Donne quotient 1750 ⓪.

3 2
7 0 0 0 (1 7 5 0 ⓪
4 4 4 4

Il avient quelques fois que le quotient ne se pourra expliquer par nombres entiers, comme 4 ①, divisees par 3 ②, en ceste sorte :

La ou il appert qu'il y en sortiront infinement des trois, restant tousiours $\frac{1}{3}$. En tel accident l'on peut approcher si pres, comme la chose le requiert, omettant le residu. Il est bien vray que 13 ⓪ 3 ① 3 $\frac{1}{3}$ ②, ou 13 ⓪ 3 ① 3 ② 3 $\frac{1}{3}$ ③, &c. seroit le parfaict requis, mais nostre intention est d'operer en ceste Disme, par nombres tous entiers, car nous voyons à ce qui se observe aux negoces des hommes, la ou on ne faict point compte de la milliesme partie d'une maille, d'un grain, &c. comme le semblable est souvent use par les principaux Geometriens & Arithmeticiens, en comptes de grande consequence : Comme Ptolemée & Iehan de Montroyal, n'ont pas descript leurs tables des arcs & chordes, ou des sinus, par l'extreme parfection (combien qu'il estoit possible de le faire par nombres multinomies) à cause que ceste imparfection (considerant la fin d'icelles tables) est plus utile que telle parfection.

1 1 1 (1 ⓪ ① ②
4 0 0 0 0 0 0 (1 3 3 3
3 3 3 3

NOTA 2. Les extractions de toutes especes de racines, se peuvent aussi faire par ces nombres de Disme. Par exemple, pour extraire racine quarrée de 5②2③9④, l'on besoignera selon la vulgaire maniere d'extraction en ceste sorte:

Et la racine sera 2①3②, car la moitie du dernier signe des nombres donnez, est tousiours le dernier signe de la racine; Pourtant si le dernier signe donné fust de nombre imper, l'on y adjoustera son signe prochain suyvant, & sera alors de nombre per, puis on extraira la racine comme dessus.

~~1~~
~~5~~ 2 ~~9~~
2 3
4

Semblablement en l'extraction de racine cubique, le tiers du dernier signe donné, sera tousiours le signe de la racine, & ainsi de toutes autres especes de racines.

Fin de la Disme.

APPENDICE.

PREFACE.

PVis que nous avons descript cy devant la Disme, nous viendrons maintenant à l'usage d'icelle, demonstrans par 6 Articles, comment tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes, se peuvent facilement expedier par icelle, commençant premierement (comme elles ont aussi esté premierement mises en œuvre) aux computations d'Arpenterie comme s'ensuit.

ARTI-

ARTICLE I, DES COMPVTATIONS DE L'ARPENTERIE.

L'On nommera la verge aussi *Commencement*, qui est 1 ⓪, la partissant en dix parties egales, desquelles chascune sera 1 ①, puis se partira chascune *Prime* autrefois en dix parties egales, desquelles chascune sera 1 ②, & si on requiert les divisions plus petites, on divisera chasque 1 ② autrefois en dix parties egales, & chascune vaudra 1 ③, procedant ainsi plus avant s'il fust besoing, mais quant à l'Arpenterie, les parties en *Secondes* sont assez petites, mais pour les choses qui requierent la mesure plus juste, comme toicts de plomb, Corps, &c. l'on y peut user des *Tierces*. Quant à ce que la plus part des Arpenteurs n'usent pas de verge ains une chaisne de trois, quatre, ou cincq verges, signans sur le baston de leur croix rectangulaire, quelques cincq ou six pieds avec leur doigts, le semblable se peut faire icy, car au lieu d'iceux cincq ou six pieds avec leurs doigts, l'on peut mettre six ou cincq *Primes* avec leurs *Secondes*.

Cecy estant ainsi preparé, l'on usera en mesurant de ces parties, sans prendre egard aux pieds ou doigts que contient la verge selon la coustume du païs, & ce qui se debura Ajouster, Soubstraire, Multiplier ou Diviser selon ceste mesure, se fera selon la doctrine des precedens exemples.

Par exemple, il faut ajouster quatre triangles, ou superfices de terre, desquelles la premiere 345 ⓪ 7 ① 2 ②, La deuxiesme 872 ⓪ 5 ① 3 ②, La troisiesme 615 ⓪ 4 ① 8 ②, La quatriesme 956 ⓪ 8 ① 6 ②, les mesmes ajoustez selon la maniere declarée à la premiere proposition de ceste Disme en ceste sorte:

Leur somme sera 2790 ⓪ ou verges 5 ① 9 ②, lesdictes verges parties selon la coustume, par autant qu'il y a des verges en un Arpent, on aura les arpens requis. Mais si l'on veut sçavoir combien de pieds & doigts sont les 5 ① 9 ② (ce que l'Arpenteur ne fera qu'une fois, à la fin du compte qu'il livre aux proprietaires, cõbien que la plus-part d'eux, estiment inutile d'y faire mention de pieds ou doigts) on verra sur la verge combien de pieds & doigts (qui sont marquez joignant les dixiesmes parties sur un autre costé de la verge) s'accordent aux mesmes.

			⓪	①	②
	3	4	5	7	2
	8	7	2	5	3
	6	1	5	4	8
	9	5	6	8	6
2	7	9	0	5	9

Au second, estant à soubstraire 57 ⓪ 3 ① 2 ②, de 32 ⓪ 5 ① 7 ②, l'on besoignera selon la seconde proposition de ceste Disme en ceste sorte:

	⓪	①	②
5	7	3	2
3	2	5	7
2	4	7	5

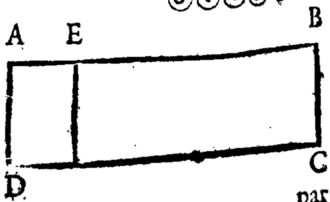
Et restent 24 ⓪ ou verges 7 ① 5 ②.

Au troisiesme, estant à multiplier (à cause des costez de quelque triangle ou quadrangle) 8 ⓪ 7 ① 3 ②, par 7 ⓪ 5 ① 4 ②, l'on fera selon la 3e proposition de ceste Disme en ceste sorte:

			⓪	①	②
			8	7	3
			7	5	4
		3	4	9	2
	4	3	6	5	
6	1	1	1		
6	5	8	2	4	2
⓪	①	②	③	④	

Et donnent produict ou superfice 65 ⓪ 8 ①, &c.

Au quatriesme, Soit ABCD, quelque quadrangle rectangle, duquel il faut couper 367 ⓪ 6 ①, & le costé AD faict 26 ⓪ 3 ①, La demande est combien l'on mesurera depuis A vers B, pour couper (i'entens



par

par une ligne parallele avec A D) lesdictes 367 ⓪ 6 ①.

L'on partira 367 ⓪ 6 ①, par 26 ⓪ 3 ①, selon la quatriesme proposition de ceste Disme ainsi:

Donne quotient pour la requise longueur de A vers B, laquelle soit A E, 13 ⓪ 9 ① 7 ②.

Et si l'on veut on pourra approcher plus pres (combien qu'il ne semble pas besoing) par la premiere note de ladicte quatriesme proposition. Les demõstrations de tous ces exemples sont faictes cy devant en leurs propositions.

```
     1
    22
    76
   2508
   4631
  104739   ⓪①②
  367600 (13 9 7
  263333
   2666
    22
```

ARTICLE II, DES COMPTES DES MESVRES DE TAPISSERIE.

L'AVLNE du mesureur de tapisserie, luy sera 1 ⓪, laquelle il partira (sur quelque costé, la ou ne sont pas les partitions selon l'ordonnance de la ville) comme est faict cy dessus de la verge de l'Arpenteur, à sçavoir en 10 parties egales, desquelles chascune sera 1 ①, puis chasque 1 ①, autrefois en dix parties egales, & chascune vaudra 1 ②, &c. Quant à leur usage, veu que les exemples accordent en tous avec ce qui en est dict au premiere Article de l'Arpenterie, elle sera par icelles assez notoire, de sorte qu'il n'est pas mestier d'en faire mention.

ARTICLE III, DES COMPTES SERVANS A LA GAVIERIE & aux meſures de tous tonneaux.

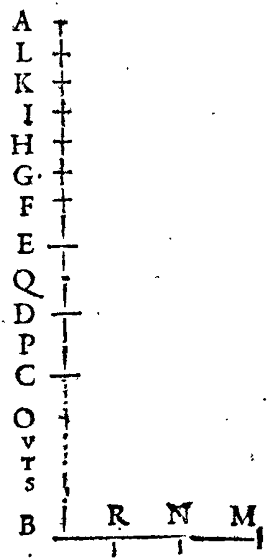
VNE Ame (qui faict en Anvers 100 pots) fera 1 ⓪, la meſme ſe diviſera en profondeur & longueur en 10 parties egales (à ſçavoir egales au reſpect du vin, non pas de la verge, de laquelle les parties de profondité ſont inegales) & chaſque partie fera 1 ① contenant 10 potz, puis chaſque 1 ① en 10 parties egales, & chaſcune fera 1 ②, vallant un pot. Puis chaſque 1 ② en dix parties egales, faiſant chaſcune 1 ③.

Or eſtant ainſi partie la verge, & voulant trouver le contenu du Tonneau, on multipliera & beſoignera comme au precedent premier article, qui eſtant aſſez manifeſte, nous n'en dirons icy point d'avantage.

Mais veu que ceſte dixieſme partition de la profondeur, n'eſt pas vulgaire, nous en declarerons cecy: Soit la verge A B une Ame, qui eſt 1 ⓪, diviſée (ſelon la couſtume) en poincts de profondeur comme ces dix C, D, E, F, G, H, I, K, L, A, faiſant chaſcune partie 1 ①, leſquelles il faut diviſer autrefois en 10 en ceſte ſorte: L'on diviſera premierement chaſque 1 ① en deux, ainſi: L'on tirera la ligne B M, à droictangle ſur A B, & egale à 1 ① B C, puis ſe trouvera (par la 13^e propoſition du 6^e livre d'Euclide) la ligne moyenne proportionelle entre B M, & ſa moitie qui ſoit B N, & coupant B O, egale à B N, & ſi N O, fuſt alors egale à B C, l'operation eſt bonne: Puis ſe notera la longueur N C, de B vers A, comme B P, laquelle eſtant egalle à N C, l'operation eſt bonne: Semblablement la longueur D N, depuis B juſques à Q, & ainſi des autres. Il reſte encore de partir

chaſque

chasque longueur comme B O, & O C, &c. en cinc, ainsi: L'on trouvera entre B M & sa dixiesme part, la ligne moyenne proportionelle qui soit B R, coupant B S, egale à B R; Puis se notera la longueur S R, de B vers A, comme B T, & semblablement la longueur T R, de B jusques à V, & ainsi des autres. Et semblablement se procedera pour diviser B S, & S T, &c. en 2. Ie di, que B S, & S T, & T V, &c. sont les desirees 2, ce qui se demonstre ainsi:



Parce que B N est ligne moienne proportionelle (par l'hypothese) entre B M & sa moitie; le quarré de B N (par la 17e proposition du 6e livre d'Euclide) sera egale au rectangle de B M & sa moitie, mais iceluy rectangle est la moitie du quarre de B M, le quarré doncques de B N, est egal à la moitie du quarré de B M, mais B O est (par l'hypothese) egale à B N, & B C à B M, le quarré donc de B O, est egal à la moitie du quarré de B C. Et semblablement se demonstrera que le quarré de B S, est egal à la dixiesme part du quarré B M, parquoy, &c. Nous avons faict la demonstration briefve, parce que nous n'escrivons pas à Apprentifs, mais à Maistres.

ARTI-

ARTICLE IV, DES COMPTES DE LA STEREOMETRIE EN GENERAL.

IL eſt bien vray que la gaujerie que nous avons declaré cy devant eſt Stereometrie (c'eſt à dire ſcience de meſurer les corps) mais conſiderant les diverſes partitions de la verge de l'un & l'autre, auſſi que ceſtuy-cy a telle difference de ceſtuy-la, comme genre à eſpece; ils ſe peuvent diſtinguer par bonne raiſon, car toute Stereometrie n'eſt pas Gaujerie. Pour donc venir à la choſe, le Stereometrien uſera de la meſure de ſa ville, comme verge ou aulne avec ſes dixieſmes partitions deſcrites au premier & ſecond article, l'uſage de laquelle (ſemblable a ce qui en eſt dict au precedent) eſt telle: Poſons qu'il y ait à meſurer quelque colomne quadranguliere rectanguliere, de laquelle la longueur 3 ① 2 ②, largeur 2 ① 4 ③, hauteur 2 ⓪ 3 ① 5 ③; La demande eſt combien il y a de mâtiere. L'on multipliera ſelon la doctrine de la 4ᵉ propoſition de ce traicté, longueur par largeur, & leur produict autrefois par hauteur, en ceſte ſorte:

```
      ①②
      3 2
      2 4
    ------
    1 2 8
    6 4
    ------
    7 6 8 ④
    2 3 5 ②
  --------
    3 8 4 0
  2 3 0 4
1 5 3 6
-----------
1 8 0 4 8 0
①②③④⑤⑥
```

Et donne produict comme appert 1 ① 8 ② 4 ④ 8 ⑤.

NOTA. Quelcun ignorant (car ceſt à ceſtuy-la que nous parlons icy) les fondamens de la Stereometrie, pourroit penſer pourquoy l'on dict, que la grandeur de la colomne cy deſſus, n'eſt que de ①, &c.

①, &c. veu qu'elle contient plus que 180 cubes, desquels la longueur de chasque costé est de 1 ①; Il sçaura que le corps d'une verge n'est pas un corps de 10 ①, comme une verge en longueur, mais de 1000 ①, en respect dequoy 1 ① faict 100 cubes chascun de 1 ①; Comme le semblable est assez notoire aux Arpenteurs en superfice; Car quand on dict 2 verges 3 pieds de terre, cela ne s'entend point 2 verges & trois pieds quarrez mais de 2 verges & (comptant 12 pieds pour la verge) 36 pieds quarrez. Pourtant si la demande cy dessus eust esté, de combien de cubes chascun de 1 ① fut la grandeur de ladicte colomne, l'on accommoderoit la solution conforme au requis, considerant que chasque 1 ① de ceux cy, faict 100 ① de ceux la, & chasque 1 ② de ceux cy, 10 ① de ceux la, &c. Ou autrement si la dixiesme part de la verge est la plus grampe mesure que le Stereometrien se propose, il la peut nommer 1 ⓪, & puis comme dessus.

ARTICLE V, DES COMPVTATIONS ASTRONOMIQVES.

AIANS les anciens Astronomes parti le circle en 360 degrez, ils voyoient que les computations Astronomiques d'icelles, avec leurs partitions, estoyent trop laborieuses, pourtant ils ont parti chasque degré en certaines parties, & les mesmes autrefois en autant, &c. à fin de pouvoir par ainsi tousiours operer par nombres entiers, en choississans la soixantiesme progression, parce que 60 est nombre mesurable par plusieurs mesures entieres, à sçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, mais si l'on peut croire l'experience (ce que nous disons par toute reverence de la venerable antiquité & esmeu avec l'utilité commune) certes la soixantiesme progression n'estoit n'estoit pas la plus commode, au moins entre celles qui consistoyent potentiellement en la nature, ains la dixiesme qui est telle: Nous nommons les 360 degrez aussi *Commencemens*, les denotans ainsi 360 ⓪, & chascun degré ou 1 ⓪ se divisera en 10 parties egales, desquelles chascune fera 1 ①, puis chasque 1 ① en 10 ②, & ainsi des autres, comme le semblable est faict par plusieurs fois cy devant.

Or estant entendue ceste partition, nous pourrions descrire selon ce qui à esté promis, leur facile maniere de Aiouster, Soubstraire, Multiplier, & Diviser, mais veu qu'elles n'ont aucune difference des quatre propositions precedentes, tel recit ne seroit que perdre le temps, pourtant nous les laisserons servir pour exemples de cest article; Y aioustant encore cecy; que nous userons de ceste maniere de partition, en toutes les tables & comptes, se rencontrans en l'Astronomie, que nous esperons de divulger, en nostre vulgaire langue Germanique qui est la plus riche, la plus ornée, & la plus parfaicte langue de toutes langues, de la tresexquise singuliereté, de laquelle nous attendons de brief autre demonstration plus abondante, que Pierre & Iehan en ont faict en la BEWYSKONST ou DIALECTIQVE nagueres divulgée.

ARTICLE VI, DES COMPTES DES MAISTRES DES MONNOIES, Marchans & de tous estats en general.

AFIN de dire en brief & en general, la somme & contenu de cest article, faut sçavoir qu'on partira toutes mesures, comme Longue, Humide, Seiche, Argent, &c. par la precedente dixiesme progression, & chasque fameuse espece d'icelles se nommera *Commencement*;

cement; comme Marc, *Commencement* des pois, par lesquels se poise l'or & l'argent; Livre, *Commencement* des autres pois communs; Livre de gros en Flandres, Livre Esterlain en Angleterre, Ducat en Hispaigne, &c. *Commencement* de monnoye; Le plus haut signe du marc sera ④, car 1 ④ pesera environ la moitie d'un Es d'Anvers, la ③ suffira pour le plus haut signe de la Livre de gros, veu que telle 1 ③ faict moins que le quart d'un ₰.

Les soubdivisions des pois, pour peser toutes choses, seront (au lieu de demilivre, quart, demiquart, once, demionce, esterlin, grain, es, &c.) de chasque signe 5, 3, 2, 1, c'est à dire, qu'apres la livre ou 1 ⓪, suivera un pois de 5 ① (faisant $\frac{1}{2}$ ℔) puis de 3 ①, puis de 2 ①, puis de 1 ①, & semblables soubdivisions aura aussi la 1 ① & autres suivans.

Nous estimons aussi utile, que chasque soubdivision voire de quelle matiere fust son subject, soit nommé *Prime, Seconde, Tierce, &c.* & cela à cause qu'il nous est notoire, que *Seconde* multipliée par *Tierce* donne produict *Quinte* (parce que 2 & 3 sont 5 comme il est dict cy dessus,) Item que *Tierce*, divisée par *Seconde* donne quotient *Prime*, *&c.* ce qui ne se pourroit faire si proprement par autres noms; Mais quant on les veut nommer par distinction des matieres (comme l'on dict demie aulne, demie livre, demie pinte, &c.) nous les pouvons nommer Prime de Marc, Seconde de Marc, Seconde de Livre, Seconde d'Aulne, &c.

Mais à fin d'en donner exemple, posons que 1 marc d'or vaut 36 ℔ 5 ① 3 ②, la demande est combien monteront 8 marcs 3 ① 5 ② 4 ③: L'on multipliera 3653 par 8354, donne produict par la 3 proposition qui est aussi la solution requise, 305 ℔ 1 ① 7 ② 1 ③. quant aux 6 ④ 2 ⑤, elles ne sont icy de nulle estime.

Posons

Posons autrefois que 2 aulnes 3 ①, coustent 3 ℔ 2 ① 5 ②, La demande est combien cousteront 7 aulnes 5 ① 3 ②: On multipliera selon la coustume, le dernier terme donné par le second, & le produict se divisera par le premier, c'est à dire, 753 par 325, faict 244725, qui divisé par 23, donne quotient & solution 10 ℔ 6 ① 4 ②.

Nous pourrions donner autres exemples en toutes les vulgaires reigles d'Arithmetique, se rencontrans souvent es traffiques des hommes; Comme la reigle de Compaignie, d'Interest, de Change, &c. demonstrans comment elles se peuvent toutes expedier par nombres entiers, aussi ceste facile operation par les gettons; mais veu qu'il est assez notoire par les precedens, nous n'en ferons point de mention.

Nous sçaurions aussi demonstrer plus amplement, par comparaison de facheux exemples en rompuz, la grande difference de facilité, qu'il y a de ceux cy à ceux là, mais nous le passons outre à cause de briefveté.

AV dernier il nous faut encore dire de quelque difference qu'il il y a de ce 6e article, aux 5 articles precedens, c'est que chascune personne peut exercer pour soy mesme la dixiesme partition desdicts precedens 5 articles, sans qu'il sera mestier d'en estre donné par le Magistrat quelque ordre general, mais cela pas ainsi en ce dernier, car ses exemples sont vulgaires computations, qui se rencontrent à chasque moment, ausquels il seroit convenable, que la solution ainsi trouvée fust d'un chascun acceptée pour bonne & legitime. Pourtant considerant sa tresgrande utilité, ce seroit chose louable, si quelcuns, comme ceux qui en attendent la plus grande commodité, solicitoyent de la faire mettre

mettre en effect, à sçavoir que joignant les vulgaires partitions qu'il y a maintenant des Mesures, Pois, & Argent (demeurant chasque capitale mesure, Pois & Argent, en tous lieux immuable) l'on ordonnast encore legitimement par les Superieurs, la susdicte dixiesme partition, à fin que chascun qui vouldroit la pourroit user.

Il avanceroit aussi la chose, si les valeurs d'argent, principalement de ce qui se forge de nouveau, fussent valuez sur quelques *Primes, Secondes, Tierces, &c.*

Mais si tout cecy ne fust pas mis en œuvre, si tost comme nous le pourrions souhaiter, il nous contentera premierement, qu'il fera du bien à nos successeurs, car il est certain, que si les hommes futurs, sont de telle nature comme ont esté les precedens, qu'ils ne seront pas tousiours negligens en leur si grand avantage.

Au second, ce n'est pas le plus abject sçavoir à un chascun en particulier, qu'il luy est notoire, comment les hommes se peuvent delivrer eux mesmes à toute heure qu'ils vouldroyent, de tant & de si grands labeurs.

Au dernier, combien que l'effect de ce 6e Article n'apparoistra point, peut estre, en quelques temps, toutésfois un chascun pourra exercer les cinc precedens, comme il est notoire, qu'aucuns des mesmes sont desia mis en œuvre.

Fin de l'Appendice.

Huictiesme distinction de la Practique d'Arithmetique qui est de nombres incommensurables appliquez à grandeurs.

TRAICTE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS,

Avec une Appendice de l'explication du dixiesme livre d'Euclide;

Descript par Simon Stevin *de Bruges.*

AV LECTEVR.

Apres que nous avions veu & reveu le Dixiesme livre d'Euclide, traictant des Incommensurables Grandeurs; aussi leu & releu plusieurs commentateurs sur le mesme, desquels aucuns le jugeoient pour la plus profonde & incomprehensible matiere de la Mathematique, les autres que ce sont propositions trop obscures, & la croix des Mathematiciens; Et qu'outre cela je me persuadois (quelle follie ne faict l'opinion commettre aux hommes?) d'entendre ceste matiere par ses causes, & qu'elle n'a en soy telles difficultez comme l'on estime vulgairement, je me suis addonné d'en descrire ce traicté.

Mais à fin que nous disions premierement, d'ou les hommes sont venuz à la cognoissance & exercice de ces Incommensurables Grandeurs, faut sçavoir, que comme beaucoup des theoremes des nombres se descrivent souvent par la cognoissance des grandeurs, lesquels theoremes nous seroyent difficiles, voire aucunefois impossibles de trouver par les simples nombres (comme se peut colliger entre autres par le cube avec ses Corollaires devant le 69 probleme de nostre Arithmetique) ainsi se trouvent au contraire souvent propositions des grandeurs, par le moyen des nombres, lesquelles propositions ne se pourroyent inventer par les seules grandeurs. Par exem-

ple nous sçavons que 1 est incommensurable a $\sqrt{2}$, Mais comme 1 a $\sqrt{2}$, ainsi le costé du quarré à sa diagonale, parquoy le costé du quarré est incommensurable à sa diagonale, ce qui nous seroit impossible de sçavoir sans les nombres. Doncques comme il y a des nombres entre eux incommensurables, ainsi y a il des lignes entre elles incommensurables; Mais il y a en la nature douze certaines especes de nombres incommensurables, qui s'appellent binomies, desquelles l'on extraict douze racines de diverses qualitez; Il y a doncques aussi en la nature douze telles especes de lignes, avec semblables racines, de la construction & proprieté desquelles, Euclide a descript son dixiesme livre. Laquelle raison d'ou les hommes sont venuz à la cognoissance & exercice des incommensurables grandeurs, nous avions proposé de declarer. Mais veu que tout cest affaire est facile, & sans difficulté, aux experts en la nature des nombres radicaux (la cognoissance desquels est necessaire, veu que sans la mesme l'on se tourmente en vain en ceste matiere) il reste encore de dire quelle est la cause de l'obscurité dudict dixiesme livre: Il faut doncques sçavoir, que les inventeurs des propositions du mesme, se proposoyent nombres binomiaux, & par les qualitez qu'ilz trouvoyent en leurs noms (lesquelles qualitez sont definies depuis la 45 definition, jusques à la 57 de nostre Arithmetique) ils ont descript des lignes de semblable qualité: Outre ce, par les operations des extractions des racines des nombres binomiaux (qui sont

ſont deſcrites au 39 probleme de l'Arithmetique) ils ont colligé ſemblables extractions de racines d'icelles binomies lignes, & par les qualitez des racines de ceux-là, auſſi deſcript ſemblables qualitez de ceux-cy. Par exemple ils ſe propoſoyent √ 6 + 2, *qui eſt binomie cincquieſme, par la 49 definition de l'Arithmetique, d'ou ils voyoient que la ligne longue de* √ 6 + 2 *pieds, eſtoit binomie ligne cincquieſme de ſemblable qualité: Puis extrayant racine dudict binomie nombre, ſelon la doctrine du 5 exemple du 39 probleme la trouvoyent de* √ bino. √ $1\frac{1}{2}$ + √ $\frac{1}{2}$ + √ bino. $1\frac{1}{2}$ — √ $\frac{1}{2}$, *d'ou ils cogneurent que la ligne de telle longueur eſtoit auſſi racine de ladicte binomie ligne, & pour les qualitez qu'ils voyoient en icelle racine de binomie nombre (qui ſont que le produict de ſes parties, comme* √ bino. √ $1\frac{1}{2}$ + √ $\frac{1}{2}$, *par* √ bino. $1\frac{1}{2}$ — √ $\frac{1}{2}$, *eſt nombre Arithmetique, àſçavoir* 1. *Item que la ſomme des deux quarrez deſdictes deux parties, eſt racine de ſimple nom à ſon quarré incommenſurable, à ſçavoir* √ 6, *comme nous avons dict à la* NOTA *dudict ~~5~~ exemple du 39 probleme) ils concluoyent ſemblables qualitez en ceſte ſa reſpondante racine de binomie ligne: Or cecy leur eſtant ainſi notoire en toutes les douze eſpeces de binomies lignes, & de leurs racines, ils en ont deſcript diverſes propoſitions: Mais ils en ont detenu les nombres, qui leur avoyent eſté guide aſſeurée, pour comprendre parfaictement la proprieté d'icelles lignes,*

 ſans

ſans leſquels nombres ils ne pouvoient rien effectuer, & nous ont ainſi laiſſé ces lignes imparfaictes: Ie di imparfaictes, parce que les multinomies nombres ſont inſeparables de multinomies lignes, veu que nulle ligne n'eſt par ſoy multinomie, mais en reſpect de quelque multinomie nombre explicant ſa quantité, car une meſme ligne ſe peut dire en quelque ville de 5 pieds, laquelle ſera en une autre peut eſtre, de $4 + \sqrt{2}$ pieds: De ſorte qu'il leur eſtoit beaucoup plus facile d'inventer & deſcrire ces lignes, qu'a autres entendre leurs propoſitions; De laquelle imparfection s'eſt inſuivi, que l'on n'a ſceu operer en ces lignes, ſelon ce qui eſtoit le but de leur deſcription, comme couper lignes proportionellement ſelon la raiſon donnée, non ſeulement de laquelle les termes ſont nombres Arithmetiques, comme veullent les exemples de la 9 propoſition du 6 livre d'Euclide, ne point ſatisfaiſans à la propoſition, mais de nombres radicaux & multinomies quelconques, & puis claire & parfaicte extraction de toutes racines des multinomies lignes, comme des nombres. Parquoy ces Mathematiciens ſemblent aucunement avoir leurs raiſons, confeſſans ne leur pouvoir animadvertir aucune utilité audict dixieſme livre, veu que l'on n'y traicte point abſoluement, mais le tout par maniere d'obſcurs enigmes, & cela à cauſe (comme nous avons dict) que les inſeparables nombres ne leur ſont pas ajoincts. Mais pourquoy les ont ils ainſi detenuz, plus que d'autres propoſitions Geometriques,

ques, ayans mestier de nombres Arithmetiques? Certes je ne voy autre raison, sinon qu'ils ne les tenoyent pas pour nombres, ains pour quantitez irrationelles, irregulieres, inexplicables, sourdes, absurdes, & pas dignes d'estre citées en propositions Mathematiques: Mais parce que nous avons refuté en son lieu ceste irrationelle, irreguliere, inexplicable, sourde & absurde opinion, & que nous esperons en temps oportun d'affermer plus amplement par la 4 these de noz theses Mathematiques, que ces nombres sont en parfection & excellence, un des grands Mysteres de la Nature, à la parfaicte comprehension duquel elle n'a voulu faire capable tous entendemens; Telle fausse persuasion n'a empesché nostre concept, ains au contraire, le vray sentiment nous a (selon la nature du vray, duquel ne procede que vray) conduict à la cognoissance, de ce que nous cherchions, à sçavoir de la generale description desdictes incommensurables grandeurs, non pas seulement des douze binomies lignes & leurs racines, comme audict dixiesme livre, mais de millenomies lignes & de leurs racines de racines jusques en infini, comme apparoistra au traicté suivant. Quant à ce que quelcun nous pourroit accuser, d'avoir outrecuidéement mesprisé le dixiesme livre d'Euclide, certes il pourroit juger selon les humeurs, mais pas selon la devotion, & humble affection que nous portons tousiours à la venerable antiquité, la diligence & travail de laquelle a descouvert à ses successeurs la fontaine de plusieurs singulieretez : Car, à fin de confesser le vray, quelle chose nous eust esmeu, de traicter des incommensurables grandeurs, si leur devancement ne nous eust pas enhorté, de cercher ceste matiere à la source d'ou ils l'avoyent ? peut estre que rien. Au second, quand l'opinion de quelque personne, differe de celle d'un autre, comment pourroit il mieux manifester leur difference, que par equitables raisons des diversitez consistentes en eux? Nous les laisserons doncques dire, parachevans cependant selon nostre pouvoir, ce qui sera utile à la commune. Mais (me dira quelcun) quelle peut estre l'utilité de ceste matiere? veu que les choses qui sont à mesurer ou partir aux negoces des hommes, n'ont point de mestier de ceste extreme parfection, selon la raison des nombres radicaux proposez, par ce que nous trouvons en leur lieu, nombres Arithmetiques si peu differens d'iceux radicaux, qu'il ne pourra monter partie visible, voire es maieures matieres corporelles données: nous luy respondons, que l'on pourroit dire pareillement, pourquoy les operations de la Geometrie, comme les elemens d'Euclide, sont faictes par l'extreme parfection ? Mais comme cela ne semble pas digne de responce, à cause des absurditez suivantes de son contraire (car telles parfaictes operations, donnent parfaictes intelligences, qui sont causes des parfaicts & admirables effects que produict la Mathematique) ainsi de cestuy-cy.

ARGV-

ARGVMENT.

CE traicté aura deux parties, l'une de 5 definitions. L'autre de l'operation, contenant 3 problemes.

Apres le susdict suyvera une Appendice declarant sommairement le contenu du Dixiesme livre d'Euclide.

PREMIERE PARTIE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS, QVI EST DES DEFINITIONS.

VEu que les plus propres definitions, sont celles qui expliquent le mieux l'essence du defini, & que l'incommensurance des grandeurs, est trouvée, & seulement notoire par les nombres, nous userons des nombres en ces definitions, comme le plus commode instrument à tel effect. Il est vray qu'Euclide en sa 2e proposition du 10e livre, dict ainsi : *Si de deux grandeurs inegales données, l'on coupe tousiours la moindre de la majeure, & que la reste ne mesure jamais sa grandeur precedente :* Telles grandeurs *sont incommensurables.* Mais combien ce theoreme est veritable, toutesfois nous ne pouvons cognoistre par telle experience, l'incommensurance de deux grandeurs proposées; Premierement parce qu'a cause de l'erreur de noz

 yeux

yeux & mains (qui ne peuvent parfaictement veoir & partir) nous jugerions à la fin, que tous grandeurs tant incommensurables que commensurables, fussent commensurables. Au second, encore qu'il nous fust possible, de soubstraire par action, plusieurs cent mille fois la moindre grandeur de la majeure, & le cõtinuer plusieurs milliers d'annees, toutesfois (estant les deux nombres proposez incommensurables) l'on travailleroit eternellement, demeurant tousiours ignorant, de ce qui à la fin en pourroit encore advenir; Ceste maniere donc de cognition n'est pas legitime, ains position de l'impossible, à fin d'ainsi aucunement declarer, ce qui consiste veritablement en la Nature; ceste incommensurance doncques est seulement notoire par les nombres incommensurables; ce que Euclide sçachant fort bien, aussi que telle invention d'incommensurabilité n'estoit suffisante pour ses propositions suyvantes (car sa dixiesme proposition enseigne trouver grandeurs incommensurables par le moyen des nombres) il l'a expliqué à la 8e proposition legitimement selon les nombres, & ainsi le ferons nous en ceste premiere partie des definitions comme s'ensuit.

DEFINITION I.

Grandeurs incommensurables sont celles, desquelles les nombres les explicans sont incommensurables.

DEFINITION II.

Multinomie grandeur est celle, qu'on explique par multinomie nombre.

DEFINITION III.

Binomie grandeur est celle, qu'on explique par binomie nombre; & Tri-

& Trinomie grandeur, qu'on explique par trinomie nombre, & ainsi par ordre des autres.

DEFINITION IV.

Binomie ligne premiere est celle; qu'on explique par binomie nõbre premier; Et binomie ligne seconde qu'on explique par binomie nõbre second; Et ainsi par ordre des autres jusques à la donziesme.

DEFINITION V.

Racine quarrée de ligne, est la ligne moyenne proportionelle entre la ligne donnée nombre expliquée, & la ligne respondante à l'unité de la donnée.

Fin de la premiere partie.

SECONDE PARTIE DES INCOMMENSURABLES GRANDEVRS DE L'OPERATION.

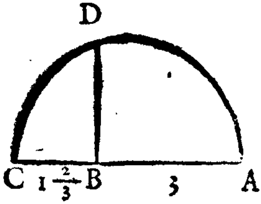
PROBLEME I.

Estant donnée ligne droicte, & deux nombres: Trouver une ligne droicte en telle raison à la donnée, comme le nombre au nombre.

EXEMPLE I.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & les nombres donnez $\sqrt{}$ 5 & 3. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A B, comme $\sqrt{}$ 5 à 3. *Construction.* On prendra les potences quarrees des nombres

bres donnez, qui sont 9 & 5, puis on produira A B en C, ainsi que A B aye telle raison à B C, comme 9 à 5, puis se trouvera la ligne moyenne proportionelle entre A B, & B C, par la 13 proposition du 6e livre d'Euclide, qui soit B D.



Je di que B D est la ligne requise, ayant telle raison à la A B, comme $\sqrt{5}$ à 3. *Demonstration.* Posons que A B soit 3; Mais comme 9 à 5, ainsi (par la construction) A B 3 à B C, doncques B C, faict $1\frac{2}{3}$, mais le rectangle de A B 3, en B C $1\frac{2}{3}$ faict 5, pour le quarré de B D (car B D est moyenne proportionelle entre A B & B C par la construction) parquoy B D faict $\sqrt{5}$. Il y a doncques telle raison de B D, à A B, comme de $\sqrt{5}$ à 3, ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA I.

Si l'on voulut poser pour A B quelque autre nombre que 3, on viendra tousiours à la mesme demonstration. Posons par exemple pour A B 9, & B C sera 5, & B D $\sqrt{45}$, lesquels 9 & $\sqrt{45}$, sont en la mesme raison que 3 à $\sqrt{5}$, car divisant l'un & l'autre par le commun diviseur 3, viendra 3 & $\sqrt{5}$.

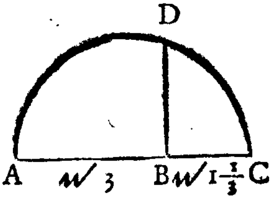
NOTA II.

Si les nombres donnez fussent $\sqrt{5}$ & $\sqrt{10}$, l'operation seroit semblable à la precedente, car l'on produiroit A B en C, ainsi que A B eust telle raison à B C, comme 10 à 5, quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus.

EXEMPLE II.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & nombres

bres donnez $\sqrt[4]{2}$ & $\sqrt[4]{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A B, comme $\sqrt[4]{2}$ à $\sqrt[4]{3}$. *Construction.* On prendra les potences quarrees des nombres donnez, qui sont $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, puis on produira AB en C, ainsi que A B aye telle raison à B C, comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$ (qui se fera par le moyen du precedent premier exemple) puis on prendra la ligne moyenne proportionelle entre A B & B C, par la 13 proposition du 6e livre d'Euclide qui soit B D.



Je di que B D est la ligne requise, ayant telle raison à la A B, comme $\sqrt[4]{2}$ à $\sqrt[4]{3}$. *Demonstration.* Posons que A B soit $\sqrt[4]{3}$, mais comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$, ainsi (par la construction) A B $\sqrt[4]{3}$, à B C, doncques B C faict $\sqrt[4]{1\frac{1}{3}}$; Mais le rectangle de A B $\sqrt[4]{3}$, en B C $\sqrt[4]{1\frac{1}{3}}$ faict $\sqrt{2}$, egal au quarré de B D, parquoy B D fait $\sqrt[4]{2}$; il y a doncques telle raison de B D à A B, comme de $\sqrt[4]{2}$, à $\sqrt[4]{3}$; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

Si les nombres donnez fussent $\sqrt[4]{2}$, & 4, l'operation seroit semblable à la precedente, car l'on produiroit A B en C (par le moyen du premier exemple) ainsi que A B eust telle raison à B C, comme $\sqrt{2}$ a 16, qui sont les quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus.

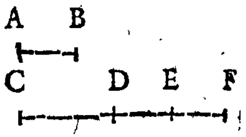
Mais si les nombres donnez fussent $\sqrt[4]{3}$, & $\sqrt{5}$, l'on produiroit A B en C, ainsi que A B eust telle raison à BC, comme $\sqrt{3}$ a 5, qui sont les quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus.

Et

Et si les nombres donnez fussent $\surd\surd 3$, & $\surd\surd 6$, l'on produiroit A B en C, par le moyen de ce second exemple, ainsi que A B eust telle raison à B C, comme $\surd\surd 3$, à $\surd\surd 6$, qui sont les quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus. Et ainsi en racines de racines quelconques.

EXEMPLE III.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & nombres donnez $\surd 10 + \surd\surd 15 + 2$, & $\surd 7$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A B, comme $\surd 10 + \surd\surd 15 + 2$, à $\surd 7$.

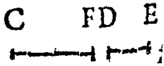


Construction. On trouvera par le premier exemple la ligne C D, en telle raison à la A B, comme $\surd 10$ à $\surd 7$, semblablement D E en telle raison à la A B, comme $\surd\surd 15$, à $\surd 7$, puis E F en telle raison à A B, comme 2 à $\surd 7$.

Je di, que C F est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste par la construction.

NOTA.

Mais s'il y eust eu aux donnez quelque nom avec —, par exemple $\surd 10 + \surd\surd 15 - 2$, & $\surd 7$, on trouveroit les noms comme dessus, mais le dernier nom E F, ne se adjousteroit pas à la C E comme dessus, mais se couperoit de la mesme, comme en ceste figure; de sorte que C F seroit la ligne requise.

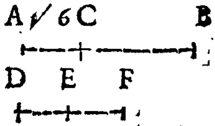


EXEMPLE IV.

Explication du donné. Soit donné la ligne A B, & les nombres donnez $\surd 3 + \surd 5$, & $\surd 6 + \surd 7 + \surd 2$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison

à la

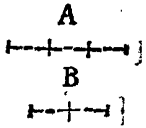
à la A B, comme $\sqrt{3}+\sqrt{5}$, à $\sqrt{6}+\sqrt{7}+\sqrt{2}$. *Construction.* Posons que A B face $\sqrt{6}+\sqrt{7}+\sqrt{2}$, & coupons de la mesme quelque son nom (par le suyvant 2 probleme) qui soit A C, faisant $\sqrt{6}$. Puis se trouvera la ligne D E, (par le 1 exemple) en telle raison à la A C, comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{6}$, puis la ligne E F, en telle raison à la A C, comme $\sqrt{5}$ à $\sqrt{6}$.



Je di que D F est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste par les precedens.

EXEMPLE V.

Explication du donné. Soit donné la ligne A & nombres donnez $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ & $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A, cõme $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ à $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$. *Construction.* On convertira les nombres rompuz donnez, en multinomies nombres entiers de la mesme raison des donnez, les multipliant par croix c'est à dire $\sqrt{3}+\sqrt{6}$ par $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+3+\sqrt{18}$. Puis $\sqrt{5}+\sqrt{7}$ par $\sqrt{2}+\sqrt{5}$, faict $\sqrt{10}+5+\sqrt{14}+\sqrt{35}$.



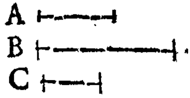
Puis se trouvera par le precedent 4ᵉ exemple la ligne B en telle raison à la A, comme $\sqrt{6}+\sqrt{12}+3+\sqrt{18}$, à $\sqrt{10}+5+\sqrt{14}+\sqrt{35}$. Je di que B est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste.

EXEMPLE VI.

Explication du donné. Soit donné la ligne A, & nombres donnez $\sqrt{}$ *trino.* $\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}$, & $\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

Expli-

Explication du requis. Il faut trouver une ligne en telle raison à la A, comme √ *trino.*
√ 6 + √ 5 + √ 2, à √ 3 + √ 2. *Construction.* On trouvera la ligne B, par le 4e exemple, en telle raison

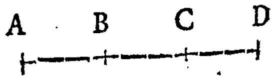


à la A, comme √ 6 + √ 5 + √ 2, à √ 3 + √ 2, Puis on prendra la racine quarrée de ladicte B, par le suyvant 3e probleme laquelle soit C. Je di, que C est la ligne requise, dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant doncques donnée ligne droicte, & deux nombres, nous avons trouvé une ligne droicte en telle raison à la donnée, comme le nombre au nombre, ce qu'il falloit faire.

Corollaire I.

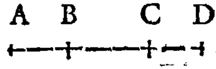
Il est manifeste par les precedens, comment l'on pourra faire une multinomie ligne, conforme au multinomie nombre donné, sans prescripte mesure. Par exemple, l'on veut faire quelque multinomie ligne de √ 6 + √ 5 + √ 7; Ie mects quelque ligne à plaisir A B posant qu'elle valle √ 6, puis je trouve à la mesme, la ligne B C, par le 1 exemple, en telle raison à la A B, comme √ 5 à √ 6, puis C D, en telle raison à A B, comme √ 7 à √ 6; & la ligne A B C D, sera la multinomie ligne conforme au nombre donné.



Corollaire II.

Il est aussi notoire, comment l'on pourra faire une multinomie ligne selon quelque son nom donné. Par exemple l'on veut faire une multinomie ligne de √ 5 + √ 7

√ 7 + √ 2, de laquelle le nom √ 5 est A B. L'on trouvera B C, en telle raison à A B, comme √ 7, à √ 5, puis C D, en telle raison à A B, comme √ 2, à √ 5.

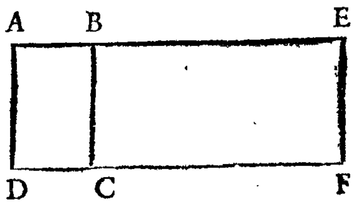


COROLLAIRE III.

Il appert qu'on pourra faire une binomie ligne selon quelque mesure donnée. Ie prens que l'on eust requis au 3 exemple une multinomie ligne de √ 10 + √√ 15 + 2, de telle longueur comme A B faict √ 7, & nous dirions que C F est la ligne requise.

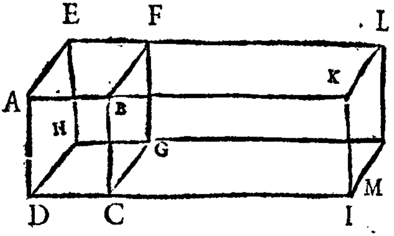
COROLLAIRE IV.

Il est manifeste, comment on poutra faire une multinomie superfice, ou multinomie corps, conforme aux multinomies lignes des precedens trois Corollaires. Prennons en quelque exemple semblable à celuy du troisiesme Corollaire, & soit la mesure donnée le parallelogramme A B C D, duquel la superfice soit √ 3 & le multinomie nombre donné √ 8 + √√ 17 + 4 — √ 7. On produira quelque costé comme A B, jusques en E, ainsi que B E, aie telle raison à la A B, comme √ 8 + √√ 17 + 4 — √ 7, à √ 3, & puis l'on parfera le parallelogramme B E F C. Et est manifeste par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide, que le



mesme parallelogramme B E F C sera le parallelogramme requis.

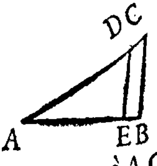
Mais si la mesure donnée fust le parallelepipede A B C D E F G H, duquel la quantité fust $\sqrt{}$ 3, & le multinomie nombre donné $\sqrt{}$ 8 + $\sqrt{}$ 17 + 4 — $\sqrt{}$ 7, L'on produiroit quelque costé comme D C, jusques a I, ainsi que C I auroit telle raison a D C, comme $\sqrt{}$ 8 + $\sqrt{}$ 17 + 4 — $\sqrt{}$ 7, a $\sqrt{}$ 3, & puis l'on parferoit le parallelepipede B K I C F L M G, & est manifeste par la 1 proposition du 6e livre, & la 25 proposition de 11 livre d'Euclide, que ledict parallelepipede seroit le requis.



PROBLEME II.

D*E la ligne droicte donnée, couper partie requise.*

NOTA. Ce probleme est la 9 proposition du 6 livre d'Euclide, la ou la requise partie aux exemples de la mesme, est tousiours expliquée par nombres Arithmetiques; Mais l'on peût aussi bien requirer partie à la ligne donnée incommensurable, que commensurable, nous descrirons doncques icy pour parfection d'icelle proposition, la maniere de couper parties incommensurables. *Explication du donné & requis*. Soit la ligne donnée A B, de laquelle il faut couper sa $\sqrt{} \frac{1}{3}$. *Construction.* On menera du point A, quelque ligne A C, faisant quelque angle B A C, posant que la mesme A C face $\sqrt{}$ 3, nominateur donné; puis l'on trouvera A D (par le precedent 1 probleme) en telle raison



à A C,

à A C, comme $\sqrt{}$ 1 numerateur donné, à $\sqrt{}$ 3 nominateur donné, puis se menera la ligne C B, & sa parallele D E. Je di que A E est la requise $\sqrt{}\ \frac{1}{3}$ de la donnée A B. *Demonstration.* La ligne A D a telle raison à la ligne A C, comme $\sqrt{}$ 1, à $\sqrt{}$ 3, par la construction; mais comme A D a A C, ainsi A E a A B, par la 12 proposition du 6 livre d'Euclide; Doncques A E a telle raison a A B, comme $\sqrt{}$ 1 a $\sqrt{}$ 3, parquoy A E est $\sqrt{}\ \frac{1}{3}$ de A B; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons doncques coupé partie requise de la ligne donnée; ce qu'il falloit faire.

NOTA I.

Si l'on eust voulu couper de la ligne A B cy dessus, sa $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}+\sqrt{5}}$, l'on diroit A C faire $\sqrt{}\ 7 + \sqrt{}\ 6 + \sqrt{}\ 5$, & de la mesme se couperoit la ligne A D, faisant $\sqrt{}\ 2 + \sqrt{}\ 3$, puis menant les paralleles GB & D E comme dessus, l'on auroit le requis.

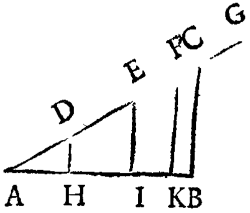
Mais si l'on eust voulu couper de ladicte ligne A B, sa $\frac{\sqrt{\text{bino}}\ \sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{\text{trino}}\ \sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}}$, l'on diroit A C faire $\sqrt{}$ *trino.* $\sqrt{}\ 6 + \sqrt{}\ 5 + \sqrt{}\ 2$, & de la mesme se couperoit la ligne A D (laquelle se trouveroit par le 6 exemple du premier probleme) faisant $\sqrt{}$ *bino.* $5 + \sqrt{}\ 5$, puis menant les paralleles C B & D E comme dessus, l'on auroit le requis.

NOTA II.

Il faut que le nominateur du nombre donné, soit tousiours majeur que le numerateur, par exemple si quelcun requiroit d'avoir coupé d'une ligne sa $\frac{3}{2}$, ou $\sqrt{}\ \frac{5}{4}$, ce seroit petition de l'impossible, veu que toute partie est moindre que son entier.

COROLLAIRE I.

Il est manifesté par ce probleme, comment l'on trouvera les noms de toute multinomie ligne donnée, par exemple de A B faisant √ 8 + 3 + √√ 15 + √ 10 — √ 5. Car l'on feroit quelque multinomie ligne (par le premier Corollaire du premier probleme) conforme au multinomie nombre donné, laquelle soit A C, les noms de laquelle soyent AD √ 8, D E 3, E F √√ 15, F G √ 10, G C √ 5, puis on menera la ligne C B, & ses paralleles FK, E I, D H, de sorte que A H √ 8, H I 3, I K √√ 15, K B √ 10 — √ 5 seroyent les noms requis.



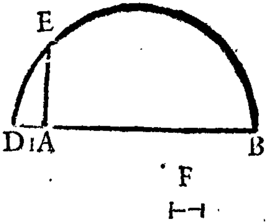
COROLLAIRE II.

Il est aussi notoire, comment l'on pourra couper toute superfice & corps, conforme à la maniere de section de la ligne A B, du precedent premier Corollaire, comme nous avons faict le semblable aux Corollaires du precedent premier probleme.

PROBLEME III.

Estant donnée ligne nombre expliquée : Trouver sa racine quarrée.

Explication du donné. Soit donnée la ligne AB, de laquelle la quantité soit √ 8 + √√ 15 + √√ 255 + 4 — √√ 80. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* On coupera par le precedent 2 probleme, quelque nom de la ligne donnée A B, soit A C, A C, respondant à $\sqrt{8}$. Puis on trouvera par le 1 probleme quelque ligne droicte en telle raison à la A C, comme 1 à $\sqrt{8}$, qui soit la ligne A D, Puis se trouvera par le 13 probleme du 6e livre d'Euclide, la ligne



moyenne proportionelle entre D A & A B, qui soit A E. Je di que A E est la racine quarrée requise de A B. *Demonstration.* Veu que A E est la moyenne ligne proportionelle entre la ligne donnée A B, & la D A, respondante à l'unité de ladicte A B, s'ensuit par la precedente 5e definition, que A E est la racine quarrée de A B; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion*. Estant doncques donné ligne nombre expliquée, nous avons trouvé sa racine quarrée, ce qu'il falloit faire.

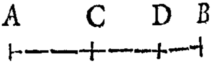
NOTA I.

Il est manifeste par ce probleme comment on trouvera de la ligne donnée toute racine quarrée de racine quarrée, jusques en infini; Par exemple, pour avoir la racine de racine de la ligne A B cy dessus, on trouvera la ligne moyenne proportionelle entre D A, & AE, qui soit F, doncques F est la racine quarrée de racine quarrée de A B. Et de mesme sorte se pourroit trouver la ligne moyenne proportionelle entre D A, & F, qui seroit racine de racine de racine, de A B, & ainsi on pourroit proceder en infini,

NOTA II.

Quant aux extractions des racines cubiques, & autres operations des mesmes qui se rencontrent en nombres, nous les ſçauions legitimement imiter en grandeurs, ſi l'on ſçeut trouver geometriquement deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes donnees, car racine cubique de ligne, c'eſt la conſequente de deux lignes moyennes proportionelles, entre la ligne donnée, nombre expliquée, & la ligne reſpondãte à l'unité de la donnée. Vray eſt que ſi l'on ſe vouluſt contenter (comme a faict Archimede en ſa deſcription de la ſphere & cylindre, & autres) des inventions de deux lignes moyennes proportionelles, par quelque maniere des invẽtions de Platon, Heron, Phylon Byſantin, Appollone, Diocle, Pappe, Spore, Menechme, Archite, Eratoſtene, ou Nicomede, l'on pourroit proceder de meſme ordre en racines cubiques, comme nous avons faict cy deſſus en racines quarrees: Et le ſemblable s'entendra d'autres racines quelconques, comme de quinte, ſexte quantité, &c. leſquelles ſe trouvent generalement par l'inſtrument d'Eratoſtene, mais nous n'en donnons point des exemples, parce qu'eſtant cognues telles racines, la reſte eſt notoire par ce qui en eſt dict cy deſſus.

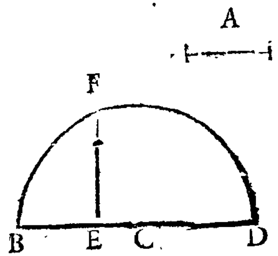
Il eſt auſſi à conſiderer, qu'eſtant compoſé quelque multinomie ligne de racines cubiques ou autres avec racines quarrees, ou nombre Arith. que l'on peut ſouvent parfaictement operer par icelles. Par exemple eſtant quelque multinomie ligne A B, de √ 7 + √ 5 + √ ③ 4, de laquelle ſoit cogneu le nom A C de √ 7, l'on peut auſſi trouver les deux autres noms, car coupant de la C B, la ligne C D, en telle raiſon à le A C, comme √ 5 à √ 7,



la reſte D B ſera le nom de √ ③ 4. Item ſi quelque multinomie ligne fuſt de √ 2 + √ ③ 5 + √ ⑤ 7, & que le nom √ 2 fuſt cogneu, il eſt notoire qu'on pourra extraire re legitimement racine quarrée de telle ligne, & ainsi de plusieurs autres semblables.

NOTA III.

Nous avions promis au commencement de ce traicté, d'exhiber la maniere des constructions des douze binomies lignes avec leurs racines descrites au 10. livre d'Euclide, ce que nous avons abondamment faict aux trois precedens problemes, non seulement de binomies, mais de noms en multitude infinie; Toutesfois nous donnerons en plus grande evidence, encore un exemple propre de binomie ligne cincquiesme, par la construction de laquelle toutes les autres seront encore plus manifestes en ceste sorte: *Il y a quelque ligne A, faisant $\sqrt{3}$, l'on requiert une binomie ligne cincquiesme, divisee en ses noms, de $\sqrt{12} + 2$, à sçavoir telle $\sqrt{12} + 2$, comme A faict $\sqrt{3}$; Puis l'on veut que de telle binomie ligne s'extraict racine quarrée, & que la mesme racine soit divisée, en les parties de laquelle elle est composée.* L'on trouvera par le precedent premier probleme la ligne BC, en telle raison à la ligne A, comme $\sqrt{12}$ à $\sqrt{3}$, puis la ligne CD, en telle raison à la A, comme 2 a $\sqrt{3}$, & B C D, sera la binomie ligne requise. Puis se tirera sa racine par le 3 probleme, qui soit E F. Or à fin de diviser ceste racine E F en les parties de laquelle elle est cõposée, i'extrais premierement racine quarrée du



nombre $\sqrt{12} + 2$, qui est (par le 39 probleme de nostre Arithmetique) $\sqrt{bino.\ \sqrt{3} + \sqrt{2}} + \sqrt{bino.\ \sqrt{3} - \sqrt{2}}$. Il faut doncques que l'une partie de ceste ligne soit de $\sqrt{}$ bino.

bino. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, & l'autre $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{3}-\sqrt{2}$, parquoy divisée la ligne E F, par le second probleme en G, ainsi que E G, aye telle raison à G F, comme $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, à $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{3}-\sqrt{2}$, l'on aura le requis. Nous pourrions donner semblables exemples de toutes les autres onze binomies lignes, qui sont descrites audict 10e livre d'Euclide. Mais veu que le progres est en toutes le mesme, voire non pas seulement en ces 12 binomies lignes, mais en infinies autres, ce seroit inutile perdition de temps. Voila doncques ce que nous avions promis.

Fin de la seconde partie.

APPENDICE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS.

En laquelle est sommairement declaré, le contenu du Dixiesme Livre d'Euclide.

COMBIEN qu'au precedent semble assez declaré, ce que nous avions conceu à descrire des Incommensurables Grandeurs; Toutesfois voyant que par solide fondament tout le Dixiesme livre d'Euclide (contenant selon Bartholome Zambert Venetien 118 propositions, desquelles les 94 sont Theoremes, & 24 Problemes) estoit manifeste au premier regard, j'en ay voulu descrire ceste Appendice.

DISTRI-

DISTRIBUTION DES CXVIII. PROPOSITIONS DU X^e. *Livre d'Euclide, en tel ordre comme elles seront declarees en ceste Appendice.*

CONSIDERANT les qualitez des susdictes 118 propositions, nous les avons distingué en trois parties, lesquelles descrirons cy apres distinctement. La premiere partie contiendra 30 propositions telles 1^e. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. & sont celles qui servent pour preparations des constructions & demonstrations des douze binomies lignes, & de leurs racines.

La seconde partie contiendra 17 propositions telles; la 48^e. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. & sont tous problemes des constructions des douze binomies lignes & de leurs racines.

La troisiesme partie contiendra 71 propositions telles; la 36^e. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. & sont tous theoremes demonstrans quelques proprietez des douze binomies lignes & de leurs racines.

LA PREMIERE PARTIE DE L'APPENDICE.

LEs 30 propositions que nous avons comprins en ceste premiere partie, comme preparations des constructions & demonstrations des douze binomies lignes & de leurs racines sont (comme dessus dict est) la 1e.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15.16.17.18.19.20.21.22.23.24.25.26.29.30.31.32. des mesmes la 1e.5.6.7.8.9.11.12.13.14.15.16.sont manifestes,& la plus part d'icelles consiste en communes sentences, comme par exemple la 12 proposition qui est telle:

Grandeurs qui à une mesme grandeur sont commensurables, sont aussi entre elles commensurables.

Quant aux propositions la ou il y a faict mention de nombres, comme ceste cincquiesme;

Grandeurs commensurables, ont telle raison entr' elles, comme nombre à nombre.

Par les mots *comme nombre à nombre*, il faut entendre comme nombre Arithmetique à nombre Arithmetique. Car l'un des deux nombres incommensurables, n'y est pas tenu pour nombre, ce que nous avons refuté soubs la 31e definition de l'Arithmetique.

Quant aux autres propositions de ceste premiere partie, comme la 2e.3.4.10.17.18.19.20.21.22.23.24.25.26.29.30.31.32. la 2e est telle:

Si de deux grandeurs inegales donnees, on coupe tousiours la moindre de la majeure, & que la reste ne mesure jamais sa grandeur precedente; Telles grandeurs sont incommensurables. Nous en avons dict cy devant, à sçavoir que c'est position de l'impossible, à fin que le possible s'entendroit plus facilement.

La troisiesme & quatriesme proposition sont problemes

mes semblables à la precedente 2e proposition, à sçavoir par lesquelles on enseigne l'invention de la commune mesure de deux & trois grandeurs commensurables, sans nombres, c'est à dire par l'impossible, à fin d'ainsi declarer aucunement le possible.

La 10e proposition est telle:

A la proposée ligne droicte, Trouver deux lignes droictes incommensurables, l'une en longueur seulement, l'autre aussi en potence.

Or si on ajouste à l'explication de ceste proposition tous les propres nombres y diffaillans, la chose sera notoire.

Et semblablement seront notoires les propositions 17e. 18.29.30.31.32.

La 19. proposition est telle:

Le rectangle contenu soubs deux lignes rationelles en longitude commensurables selon aucune desdictes manieres, sera rationel.

C'est à dire selon nostre maniere:

Le rectangle contenu soubs deux lignes expliquees par nombres commensurables, selon aucune desdictes manieres, s'expliquera par nombre Arithmetique.

Comme par exemple, si l'un costé d'un rectangle fust 2, & l'autre 3, qui sont commensurables, la superfice s'expliquera par 6, qui est nombre Arithmet. Ou bien, si l'un costé fust $\surd$ 3, & l'autre $\surd$ 12, qui sont commensurables par le 20e probleme de l'Arithmetique, la superfice s'expliquera par 6, qui est aussi nombre Arithmetique. Ou si l'un costé fust $w\surd$ 2 & l'autre $w\surd$ 8, qui sont commensurables selon les conditions qui precedent à ladicte 19 proposition, la superfice s'expliquera par nombre Arithmetique 2.

NOTA.

NOTA.

Il y a encore infiniz tels rectangles d'autres especes de lignes, pas comprins en ceste proposition. Par exemple le rectangle contenu soubs ʍ/ 8, & ʍ/ 32, sera 2. Item le rectangle contenu soubs ʍʍ/ 8, & ʍʍ/ 8192, sera 2, &c.

La 20^e proposition est la converse de la 19^e.

La 21^e proposition est telle :

Le rectangle contenu soubs deux lignes droictes, desquelles les potences seulement sont commensurables, est irrationel, & la ligne le pouvant, est irrationelle, & s'appelle linea media.

Comme si l'un costé d'un rectangle fust √ 3, & l'autre √ 2, (desquelles les potences seulement sont commensurables) la superfice (à sçavoir le produict de √ 3 & √ 2) sera √ 6. Et ledict rectangle converti en un quarré le mesme quarre aura son costé (qui est la ligne pouvant le rectangle) de ʍ/ 6, lequel costé ou laquelle ligne selon Euclide, est irrationelle, & l'appelle *linea media*.

NOTA.

Nous mettons icy les noms de quelques lignes & superfices en Latin, parce qu'ils ne sont en François guerres en usage, aussi qu'ils n'y semblent fort necessaires. Par exemple pour signifier la racine du douziesme binomie ligne, elle se dict *Cum medio medium totum efficiens*. Dont le sens est, que c'est une ligne au quarré moyen de laquelle ajousté le quarré moyen de quelque certaine autre ligne, sera l'entier rectangle moyen.

La 22^e proposition est la converse de la 21.

La 23^e proposition est telle :

La ligne commensurable a linea media *est aussi* linea media.

La demonstration (veu que les lignes sont en la mesme

mesme raison que leurs nombres) est manifeste par le 1 Corollaire du 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

La 24[e] proposition est telle:

Le rectangle comprins soubs deux lineis mediis *en longitude commensurables, s'appelle* rectangulum medium.

Comme si l'une *linea media* fust $\sqrt{\sqrt{2}}$ & l'autre à luy commensurable $\sqrt{\sqrt{32}}$ (car elles sont en double raison) la superfice (car multipliant $\sqrt{\sqrt{2}}$ par $\sqrt{\sqrt{32}}$ faict $\sqrt{8}$) sera $\sqrt{8}$, & telle superfice s'appelle par Euclide *Rectangulũ medium.*

La 25 proposition est telle:

Le rectangle comprins soubs deux lineis mediis *desquelles les potences seulement sont commensurables sera* rectangulum rationale *ou* medium.

Comme si l'une *linea media*, d'un rectangle fust $\sqrt{\sqrt{2}}$, & l'autre $\sqrt{\sqrt{8}}$ (desquelles les potences sont commensurables, car elles sont en raison double) la superfice (car multipliant $\sqrt{\sqrt{2}}$ par $\sqrt{\sqrt{8}}$ faict 2) sera 2, laquelle superfice Euclide appelle *rationale.* Mais si l'une *linea media*, d'un rectangle fust $\sqrt{\sqrt{3}}$, & l'autre $\sqrt{\sqrt{12}}$ (desquelles les potences sont aussi commensurables, car elles sont en raison double) la superfice (car multipliant $\sqrt{\sqrt{3}}$ par $\sqrt{\sqrt{12}}$ faict $\sqrt{6}$) sera $\sqrt{6}$, laquelle superfice Euclide appelle *Medium.*

La 26 proposition est telle:

Soubstraict mediale *de* mediali *la reste sera rectangulum irrationale.*

Soit quelque *mediale* $\sqrt{32}$, & soubstrayons du mesme un *mediale* premierement à luy commensurable, comme $\sqrt{2}$, & restera un rectangle de $\sqrt{18}$, qui (selon Euclide) est *irrationale.* Mais si de $\sqrt{32}$, on soubstraict quelque rectangle à luy incommensurable, comme $\sqrt{3}$, la reste sera rectangle de $\sqrt{32} - \sqrt{3}$, lequel selon Euclide est aussi *irrationale.*

SECON-

SECONDE PARTIE DE L'APPENDICE.

LEs 17 propoſitions que nous avons comprins en ceſte ſeconde partie qui ſont les problemes des conſtructions des douze binomies lignes & de leurs racines, ſont la 48^{e}. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. Des meſmes la 48. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. ſont des conſtructions des douze binomies lignes, qui ſeroyent faciles, ſi l'on y appliquoit par tout en bon ordre leurs nombres inſeparables : Mais veu que nous les avons deſcript cy devant par maniere plus briefve plus commode, & generale, & outre cela ſelon meſure donnée, ce qui ne ſe faict pas icy, nous n'expliquerons pas au long ces conſtructions.

Les propoſitions 27^{e}. 28. 33. 34. 35. ſont les conſtructions ou inventions des parties, deſquelles ſe compoſent les racines des binomies lignes, à ſçavoir:

La 27. propoſition enſeigne l'invention de deux *lineis mediis*, leſquelles adjouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 37 propoſition du 10^{e} livre d'Euclide) *ex binis mediis prima*, que nous appellons racine de ſeconde binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reſte ſera (par la 74 propoſition du 10 d'Euclide) *mediæ apotome prima*, que nous appellons racine de huictieſme binomie ligne.

La 28 propoſition enſeigne l'invention de deux autres *lineis mediis*, leſquelles adjouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 38 propoſition du 10 d'Euclide) *ex binis mediis ſecunda*, que nous appellons racine de troiſieſme binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reſte ſera (par la 75 propoſition du 10 d'Euclide) *mediæ apotome ſecunda*, *da*, que nous appellons racine de neufiesme binomie ligne.

La 33 proposition enseigne l'invention de deux lignes, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 39 proposition du 10 d'Euclide) *linea major*, que nous appellons racine de quatriesme binomie ligne. Mais si on soubstraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reste sera (par la 76 proposition du 10 d'Euclide) *linea minor*, que nous appellons racine de dixiesme binomie ligne.

La 34 proposition enseigne l'invention de deux lignes, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 40 proposition du 10 d'Euclide) *rationale mediumque potens*, que nous appellons racine de cincquiesme binomie ligne. Mais si on soubstraict une ligne egale à la moindre, de la majeure, la reste sera (par la 77 proposition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum rationali medium totum efficiens*, que nous appellons racine de onziesme binomie ligne.

La 35e proposition enseigne l'invention de deux lignes, lesquelles ajoustees en une ligne droicte, toute la ligne sera (par la 41 proposition du 10 d'Euclide) *bina media potens*, que nous appellons racine de sixiesme binomie ligne. Mais si on soubstraict une ligne egale à la moindre de la majeure, la reste sera (par la 78 proposition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum medio medium totum efficiens*, que nous appellons racine de douziesme binomie ligne.

NOTA I.

Nous ne descrivons pas icy au long ces constructions des racines de binomies lignes, veu qu'elles se peuvent expedier plus facilement par le precedent traicté.

NOTA II.

La racine de premiere & septiesme binomie ligne, ne se se descript pas cy dessus, parce que ce sont tousiours aussi binomies lignes, la construction desquelles Euclide avoit descript aux precedens.

TROISIESME PARTIE DE L'APPENDICE.

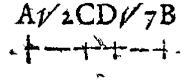
LEs 71 propositions que nous avons comprins en ceste troisiesme partie, qui sont theoremes de quelques proprietez des 12 binomies lignes & de leurs racines, sont la 36e. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. des mesmes les douze, à sçavoir la 36. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. demonstrent, que si l'on compose & soubstraict les lignes des propositions 27. 28. 33. 34. 35. comme nous avons dict à la precedente seconde partie de l'Appendice, que tels conjoincts & restes (y applicant encore la construction d'une binomie ligne & d'un apotome qui sont les racines de la premiere & septiesme binomie ligne) seront les douze racines des douze binomies lignes, ce qui est notoire par ce que les lignes sont en la mesme raison & qualité que leurs nombres.

Les propositions 42e. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. demonstrent, que toutes les racines des douze binomies lignes, ne se peuvent diviser en autre poinct, qu'au mesme la ou elles sont divisées, tellement qu'alors les deux parties de la ligne, facent ensemble quelque espece de racine de binomie ligne. Et pour le declarer, nous descrirons & expliquerons la 42 proposition telle:

La

La binomie ligne se divise seulement à un poinct en deux noms.

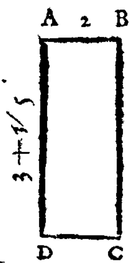
Soit quelque binomie ligne A B, de $\sqrt{2} + \sqrt{7}$, & le poinct de la division soit C, ainsi que A C faict $\sqrt{2}$, & C B $\sqrt{7}$. Puis soit D (s'il fust possible) quelque autre poinct, divisant A B en deux noms;



Doncques les nombres explicans les lignes AD & D B, seront autre binomie nombre, egal au binomie nombre donné, ce qui est contre le premier theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique. Doncques la binomie ligne se divise seulement à un poinct en deux noms. Et semblable sera la demonstration des propositions 43e. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84.

La 54e. proposition est telle:

Si quelque superfice est contenue soubs une ligne rationelle, & une binomie ligne premiere: La ligne pouvant telle superfice, sera binomie ligne.



Soit la superfice A B C D, contenue soubs la ligne rationelle (comme l'appelle Euclide) A B 2, & soubs la binomie ligne premiere A D $3 + \sqrt{5}$, leur produict pour la superfice sera $6 + \sqrt{20}$, duquel la racine (pour la ligne pouvant telle superfice) est (par le 1 exemple du 39e probleme de l'Arithmetique) $\sqrt{5} + 1$, qui est binomie ligne comme dict est en la proposition.

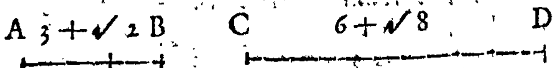
La raison de la consequence du theoreme est notoire (veu que les grandeurs sont entre elles en la mesme raison que leurs nombres) par le 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique, la ou il est demonstré, que si on multiplie ou divise multinomie nombre par nombre Arithmetique, le produict ou quotient sera multinomie nombre de mesme multitude de noms & de mesme ordre, comme le multinomie multiplié ou divisé. Et semblable sera la demonstration des propositions 55e. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114.

Les propositions 60e. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. sont les converses des douze precedentes.

La 66e. proposition est telle:

La ligne commensurable à une binomie ligne, est aussi binomie ligne & de mesme ordre.

Soit binomie ligne A B $3+\sqrt{2}$, & une autre ligne comme C D, qui soit commensurable à la A B, comme son double, & sera de $6+\sqrt{8}$. Or que C D est du mesme ordre que A B, est manifeste par la 4e definition du precedent traicté, car & l'une & l'autre est binomie ligne quatriesme en l'ordre.



Et semblable sera la demonstration des propositions 67e. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117.

La raison de la consequence du theoreme est notoire par ledict 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

N O T A.

La 105e & 106e propositions sont en nostre exemplaire les mesmes, ce que sont aussi la 116e & 117e.

La 108 proposition est telle:

D'un rectangle rationali, *soubstraict un rectangle* medium, *la ligne pouvant la reste sera* Apotome, *ou* linea minor.

Soit d'un rectangle *rationali* 3, soubstraict un rectangle

gle *medium* $\sqrt{}$ 5, la reste sera une superfice de $3 - \sqrt{} 5$, & la ligne pouvant ceste superfice (c'est à dire la racine quarrée de $3 - \sqrt{} 5$) sera apotome, par le 7 exemple du 39 probleme de l'Arithmetique, parce que $3 - \sqrt{} 5$ est septiesme binomie ligne. Mais si tel rectangle restant fust dixiesme binomie comme $5 - \sqrt{} 12$, c'est manifeste que la racine du mesme sera racine de dixiesme binomie ligne, qui est selon Euclide, *linea minor*.

NOTA.

La raison pourquoy la ligne pouvant la reste, ne peut estre autre ligne que l'une de ces deux, est que soubstraict *mediale* de *rationali*, il n'y peut rester autre superfice que celle de laquelle les nombres sont septiesme ou dixiesme binomie en l'ordre.

Et semblable sera la demonstration des propositions 109^e. 110. 71. 72.

La 112^e proposition est telle:

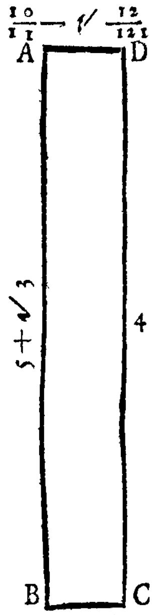
Quod ex rationali ad irrationalem eámque ex binis nominibus appositum latitudinem efficit apotomen, cujus nomina commensurabilia sunt nominibus ejus, quæ ex binis nominibus est, & in eadem ratione, & insuper apotome quæ gignitur, eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus est.

Le sens est tel:

Si le rectangle fust expliqué par nombre Arithmetique, & que l'un costé fust binomie ligne conjoincte: l'autre costé sera binomie ligne disjoincte, de laquelle les noms seront commensurables, aux noms de la conjoincte, & entre eux en la mesme raison comme les noms de la conjoincte & la disjoincte sera telle en l'ordre des disjoinctes, comme la conjoincte en l'ordre des conjoinctes.

Soit le rectangle ABCD, expliqué par nombre Arithmetique comme 4, & l'un costé AB, soit binomie ligne conjoincte, à sçavoir $5 + \sqrt{} 3$. Puis divisant 4 par $5 + \sqrt{} 3$ donne quotient (par le 27 probleme de

 l'Arith-l'Arithmetique) pour la ligne A D, $\frac{10}{11} - \sqrt{\frac{12}{121}}$, laquelle A D, a toutes les conditions de la proposition: Premierement elle est binomie ligne disioincte: Au second, ses noms sont commensurables aux noms de la conjoincte A B, car le nom $\frac{10}{11}$, & 5, sont tous deux nombres Arithmetiques, ergo commensurables. Et le nom $\sqrt{\frac{12}{121}}$, est au nom $\sqrt{3}$, aussi commensurable, par le 20 probleme de l'Arithmetique, car ils sont en telle raison comme 2 à 11: Au tiers, il y a telle raison (par le 21e probleme de l'Arithmetique) de 5 à $\sqrt{3}$, comme de $\frac{10}{11}$ à $\sqrt{\frac{12}{121}}$: Au quatriesme A D est telle binomie ligne en l'ordre des disioinctes, à sçavoir l'onsiesme, comme A B, en l'ordre des conioinctes, qui est la cincquiesme; Car la premiere binomie ligne se refere à la septiesme, & la seconde à la huictiesme, &c.



Et semblable sera la demonstration de la 113e proposition.

La 111e & 115 proposition sont manifestes.

La 118e proposition (laquelle aucuns estiment de n'estre pas la proposition d'Euclide) est telle:

Il nous faut demonstrer que la diagonale du quarré est incommensurable au costé.

La demonstration d'aucuns sur ceste proposition, est estimée par quelques autres (combien qu'elle se faict par diverses inductions & assez longues) pour debile, & pas fermement demonstrant le requis. Sa legitime demonstration est telle;

Com-

Comme 1 à $\sqrt{2}$, ainſi tout coſté de quarré à la diagonale du meſme.

1 eſt à $\sqrt{2}$ incommenſurable:

Ergo le coſté eſt à la diagonale incommenſurable.

Fin de l'Appendice.

THESES MATHEMATIQVES.

THESE I.

QVe l'unité eſt nombre.

THESE II.

Que nombres quelconques peuvent eſtre nombres quarrez, cubiques, de quarte quantité, &c.

THESE III.

Que racine quelconque eſt nombre.

THESE IV.

Qu'il n'y a aucuns nombres abſurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou ſourds.

THESE V.

Que nombres comme 1. 2. 3. ou 12, 10. 6. 4. & ſemblables; ne font pas proportion Arithmetique.

THESE VI.

Que nombres comme 2. 4. 8. ou 2. 3. 4. 6. & ſemblables ne font pas proportion Geometrique, mais Arithmetique.

THESE VII.

Que nombres comme 153. 144. 136. & ſemblables ne font pas proportion Harmonique.

Nous avons traicté des ſuſdictes Theſes à la precedente Arithmetique, au commencement puis page 32. 34. 35. 36.

L'heure & lieu de leur expedition ſe declarera à temps oportun.

TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRACTIQVE D'ARITHMEtique selon l'ordre qu'elles sont descrites.

1 Defi-

TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRACTIQUE D'ARITHMETIQUE SELON l'ordre de l'A B C.

A.

B.

C.

De

D.

I.

M.

N.

P.

R.

Reigle

S.

T.

FIN DE LA TABLE.